

CAI 教学系列丛书 (一)

控制系统计算机 辅助分析与设计

侯兴凯 彭侠夫 马宏颖 编著

CAI

哈尔滨工程大学出版社

TP273

H51

425581

CAI 教学系列丛书(一)

控制系统计算机 辅助分析与设计

侯兴凯 彭侠夫 马宏颖 编著



00425581

哈尔滨工程大学出版社

35145/10
内 容 简 介

本书在系统地介绍自动控制基本原理的基础上,详细地讨论了如何利用控制系统计算机辅助分析与设计软件包对控制系统进行分析与设计。全书共分五章。内容包括:绪论,单输入单输出控制系统的分析,单输入单输出控制系统的设计,控制系统状态空间的分析与综合以及几种控制系统辅助分析与设计软件包的介绍。

本书为高等院校控制系统专业、自动化专业及与之有关专业的本科生和研究生的教学、科研参考书。从事控制专业的工程技术人员亦可将此书作为工具书,用以辅助分析和设计实际控制系统。

控制系统计算机辅助分析与设计

KONGZHIXITONG JISUANJIFUZHU FENXIYUSHEJI

侯兴凯 彭侠夫 马宏源 编著

责任编辑 张笑冰

哈尔滨工程大学出版社出版发行

新华书店经销

黑龙江省新华印刷厂印刷

开本 787mm×1092mm 1/16 印张 11.25 字数 254 千字

1997年2月第1版 1997年2月第1次印刷

印数:1~1000册

ISBN 7-81007-766-X

TP·57 定价:14.60元

前 言

控制系统辅助设计是控制理论和实际应用之间的桥梁。近 20 年来,控制理论发展很快,出现了许多分析和设计控制系统的新理论和新方法。它们只有借助于控制系统 CAD 技术才能真正在实践中获得应用。同时,由于利用计算机辅助设计控制系统具有设计速度快和修改参数容易等优点,从而使设计者可以对多种控制方案和不同的参数组合进行比较。因此不仅减轻了设计者的许多繁杂劳动,而且能够获得满意的效果。

本书共分五章。第一章为绪论,介绍了计算机辅助分析与设计控制系统的形成和发展,及一般主要步骤和内容,并介绍其主要特点和作用。第二章和第三章论述了如何运用 CAD 软件对单输入单输出控制系统进行分析及设计。第四章论述了如何运用 CAD 软件对控制系统的状态空间进行分析与综合。第五章介绍了几种国内及国外控制系统辅助分析与设计的软件包。

本教材的讲稿在哈尔滨工程大学本科生中多次使用,受到了很好的评价。

全书由侯兴凯主编,彭侠夫、马宏颖参加了部分编写工作。李福义副教授为本书的主审。

本教材的编写工作得到了哈尔滨工程大学的金鸿章教授、刘胜教授、荆兆寿教授以及李国斌教授的支持和帮助,在此,编著者对他们表示深切的谢意!

在本教材中,引用了许多文献资料中的有关内容,对此编著者表示深切的谢意!

编著者真诚地希望广大读者对本书中的错误与不妥之处提出批评指正。

编著者

于哈尔滨工程大学

1996 年 9 月

目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 计算机辅助分析与设计控制系统的形成和发展	(1)
第二节 控制系统 CAD 的一般步骤及主要内容	(1)
第三节 控制系统 CAD 的主要特点及其应用	(4)
第二章 单输入单输出控制系统的分析	(7)
第一节 时域分析法	(7)
第二节 根轨迹法	(25)
第三节 频率响应法	(36)
第三章 单输入单输出控制系统的设计	(55)
第一节 控制系统设计的基本概念	(55)
第二节 控制系统校正装置分析法的设计	(57)
第三节 控制系统校正装置综合法的设计	(68)
第四章 控制系统的状态空间分析与综合	(72)
第一节 控制系统状态空间的基本概念	(72)
第二节 状态空间模型转换	(73)
第三节 多变量系统分析	(83)
第四节 多变量系统状态反馈配置	(88)
第五节 状态观测器的设计	(92)
第五章 控制系统辅助分析与设计软件包介绍	(99)
第一节 CAD/CSC 软件程序介绍	(99)
第二节 SISOAD 子系统使用说明	(106)
第三节 SSSTSP 子系统使用说明	(126)
第四节 MATLAB 语言程序介绍	(144)
参考文献	(174)

第一章 绪 论

第一节 计算机辅助分析与设计控制系统的形成和发展

自动控制作为一门学科出现在 40 年代。开始所采用的数学工具主要是传递函数和频率特性,而且主要针对单输入和单输出的系统。在 60 年代以前,控制系统分析和设计主要依靠手工计算和一些图表的帮助,因而在经典控制理论中,人们引入了各种各样的图表和曲线,如波特(Bode)图、奈魁斯特(Nyquist)图、尼柯尔斯(Nichols)图以及 M 圆图等。到了 60 年代,计算机逐渐引入到工程设计领域,其中也包括自动控制系统的设计。开始,计算机主要用于控制系统问题的单个题目的数值计算。采用批处理作业方式(Batch Mode),即将所要解决的问题和原始数据编成程序一起送入计算机,计算机对它进行运算,最后输出计算结果。而在整个计算过程中,无人机对话功能。这种方法的缺点是:它不能将计算机和工程人员两者的特长有机地结合起来。计算机具有很强的计算和数据处理的能力,而工程人员能够充分应用已有的经验及对系统的先验知识,从而具有很好的决策能力。两者的结合将能对控制系统的设计发挥更大的效能。因此,计算机辅助设计控制系统的程序逐渐由单个题目的数值计算发展成为会话式的通用程序,每个程序解决一个独立的问题。近十多年来,国外陆续建立了不少的计算机辅助设计控制系统的程序包。它们已被广泛地用于教学、科学研究以及工业生产部门。这些程序包将许多解决单个问题的通用程序及数据进行统一管理,并且应用交互式工作方式(Interactive Mode),从而使控制系统的计算机辅助设计变得更加简单和灵活。我国也从国外引进了一些这样的软件包,如罗马尼的 SIAPC,匈牙利的 TAPSO 等。同时,我国不少单位也正在建立自己的计算机辅助设计控制系统软件包,其中,最具权威性的是中国控制系统计算机辅助设计工程化软件系统(Computer Aided Design Of Control System Of China 简称 CAD/CSC)。

计算机辅助设计控制系统反过来也促进了控制理论以及控制系统设计方法的发展。在经典的设计方法中,之所以主要采用传递函数和频率特性的方法,主要是由于它比较直观,适合于用手工计算和图表分析。现在,由于计算机可以用来帮助控制系统的设计,因此就可能应用基于状态空间表示的时域分析方法,从而使得象线性二次型最优控制理论、最优估计理论、系统辨识的参数估计方法以及多变量系统的现代频域设计法等获得广泛的发展,并真正在实际中获得应用。

第二节 控制系统 CAD 的一般步骤及主要内容

一、计算机辅助建立系统模型

设计一个自动控制系统,通常需要经过几个阶段。首先,必须建立受控对象的数学模型,这是整个设计的基础。模型的准确与否直接影响到所设计的控制系统的质量。

建立受控对象的数学模型主要有以下两条途径。一是根据物理规律,直接列写出对象

的动力学方程。在用这种方法建立数学模型时,也有许多方面须依靠计算机的帮助。例如,在所列写的方程中,有些参数是需要通过实验才能确定的。而有时利用计算机来帮助采集、分析和处理数据可以迅速地获得比较准确的结果。其次,根据物理规律所列写的方程往往是非线性的。为了便于控制系统的分析和设计,常常需要对原始的非线性方程在工作点附近进行线性化。对于较为复杂的情况,这类求解工作点附近线性化的任务也只有借助计算机才能完成。

建立数学模型的另一条途径是系统辨识(System Identification)的方法。即对受控对象施加一定的试验信号,通过测量输入和输出数据,并对它们进行分析、处理,从而辨识出对象的数学模型。根据所加的试验信号及所用分析信号及所用分析方法的不同,系统辨识的方法也有很多种。

(1)时域法 对受控对象施加脉冲或阶跃型信号,测量出系统输出的脉冲或阶跃响应。将测量得到的输出响应数据送入计算机,最后便可获得表示对象的传递函数或频率特性。

(2)频域法 对受控对象施加不同频率的正弦信号,用实验的方法首先测出它的幅频和相频特性曲线。然后将这些频率特性数据送入计算机,再由曲线拟合的方法求得相应的传递函数。除此以外,也可以通过给受控对象施加其它形式的试验信号,测出相应的输出响应。然后将输入、输出数据送入计算机,通过离散傅里叶分析可以分别得到输入和输出信号的傅里叶变换,并进而求得对象的频率特性。

(3)相关分析法 对受控对象施加随机信号,通过输入和输出数据进行相关分析(这个工作需计算机帮助),可以获得对象的频率特性,并进而求得其传递函数。这个方法尤其适用于模型的在线辨识。

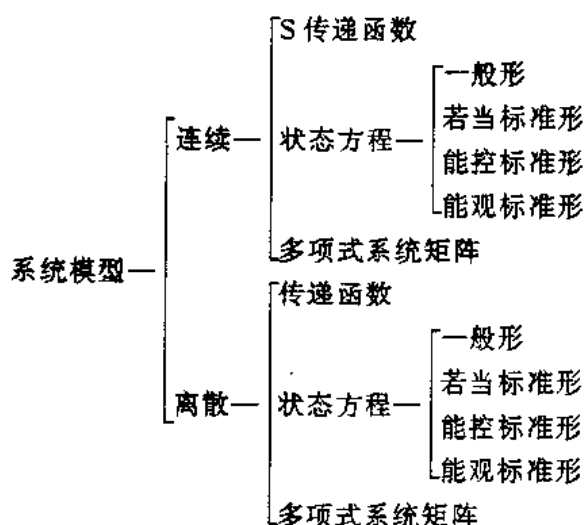
(4)参数估计法 根据对受控对象的先验知识,首先设定对象模型的阶次,并选定一种模型的表示方式。然后根据输入、输出数据,利用参数估计的方法估计出所选模型中的参数,改变模型的阶次,重复以上步骤。比较不同的模型对于输入、输出数据的拟合情况,并从中选出阶次尽量低、拟合情况尽量好的结构模型。最常用的参数估计方法有最小二乘(Least Square)估计和最大似然(Maximum Likelihood)估计。这些方法都需要借助于计算机才能完成运算。至于对象模型结构和阶次,更需要人机交互式地工作,通过进行反复的分析、比较才能确定。

在进行相关分析和参数估计时,需要对随机数据进行分析处理。有时,从实验测得的随机数据并不能直接拿来使用,必须先对它们进行预处理。如计算它们的均值和方差等统计量、计算概率密度函数和相关函数等。所有这些任务也都需要计算机的帮助。

在经过系统辨识建立模型后,需要对所选模型进行验证分析。验证的方法主要依靠计算机仿真。通过仿真研究,可以比较模型的输入、输出特性与实际受控对象的拟合程度。除此以外,还可借助于计算机进一步对模型的稳定性、能控性、能观性以及极点分布等性能进行分析。

二、数学模型表示方式之间的相互转换

根据物理规律或系统辨识所建立的系统模型,由于所采用的方法不同,模型的表示方式也是各种各样的。下面给出几种常见的模型表示及其相互关系。



对系统的分析和设计使用不同的方法,其所要求的系统模型的表示方式也不一样。因此,为了能够使前面所建立的系统模型能方便地用于系统的分析和设计,常常有必要对系统模型表示方式进行转换。最主要的转换应包括以下几个方面:

①系统的连续模型与离散模型之间的转换。显然,它包括从高阶微分方程到差分方程、 S 传递函数到 Z 传递函数以及连续状态方程到离散状态方程的转换。

②传递函数与状态方程之间的转换(包括连续和离散两种情况)。

③化一般状态方程为各种标准形(包括连续和离散两种情况)。

④多项式系统矩阵与传递函数及状态方程之间的相互转换。这里也包括连续和离散两种情况。

以上各种形式的转换,除十分简单的情况外,一般都需要计算机的帮助。

三、计算机辅助分析和设计控制系统

计算机的帮助为控制系统的分析和设计开辟了广阔的天地。它使得原来认为难以应用的设计方法成为可能。根据所使用的数学工具的不同,控制系统的分析和设计方法可以分为如下的两大类:变换法(频域法)和状态空间法(时域法)。下面将分别予以介绍。

1. 变换法(频域法)

在用这种方法分析和设计控制系统时,要求系统的数学模型用传递函数表示。从传递函数出发,利用代数方法(如劳斯判据)判断系统的稳定性,并画出系统的波特图、奈奎斯特图以及根轨迹图来进一步分析系统的稳定性以及其它系统性能。也可在此基础上,根据对系统品质指标的要求,选定一种校正装置的结构形式,利用参数寻优的方法定出校正装置的参数。

60 年代末和 70 年代初,英国学者卢森布劳克(H. H. Rosenbrock)等人将经典的单变量控制系统的频域设计法推广到了多变量系统。多变量控制系统的频域设计需要进行较多的复杂运算。如多项式矩阵的相乘、求逆以及对角优势化运算等。同时还需要绘制比单变量系统更复杂的奈奎斯特图。所有这些运算,也都要求有计算机的帮助。

2. 状态空间法(时域法)

随着现代控制理论不断发展以及计算机应用的日益普及,这两者的结合使得基于状态空间的控制系统设计方法在实践中得到了越来越广泛的应用。这个方法的一个突出优点

是它能够适用于多变量控制系统的设计。

利用状态空间设计控制系统方法主要有两种。一种是最优设计方法,它包括最优控制规律的设计及状态的最优估计两个方面。通常称这样的最优设计问题为 LQG (Linear Quadratic Gaussian) 问题。在这个方法中,最主要的设计工作是线性二次型最优控制规律及卡尔曼(Kalman)滤波器的计算。显然这些计算是难以用手工进行的。

另一种利用状态空间设计控制系统的方法是基于对闭环系统的极点配置。即给定的性能指标是闭环系统的极点分布,并由此设计出所需的控制器。控制器由两部分组成,一部分是状态观测器,另一部分是线性状态反馈观测器。因为只有全部状态的线性反馈才能获得极点的任意配置,状态反馈的作用就在于根据测量到的输出量重构出全部状态。因此,这种设计方法包括了按极点配置设计线性状态反馈控制规律和设计观测器两个方面。而这两方面的计算都需要计算机的帮助。

在用状态空间法对控制系统进行分析方面,主要包括有稳定性、能控性及能观性的判断,能控及能观子系统的分解,性能指标函数的计算以及灵敏度分析等方面。这些方面的计算也都需要有相应的计算机程序。

四、控制系统的计算机仿真

在前面第一部分所讨论的建立模型阶段,需要对所建立的模型进行仿真研究,以验证模型的正确性。那里主要是对受控对象即开环系统进行仿真。在经历了第三部分所讨论的系统设计阶段后,同样需要对所设计的系统进行仿真研究,以校核系统的性能是否满足要求。因而这里是对整个闭环系统进行仿真研究。

根据所用方法的不同,控制系统的计算机仿真可分为面向整个闭环控制系统和面向控制系统各个环节两类情况。所谓面向系统是指给定的模型是整个闭环控制系统的传递函数(或高阶微分方程)或状态方程。然后基于这个系统模型,利用计算机对其进行仿真。所谓面向环节是指给定的模型是闭环系统的结构图及每个环节的数学模型(传递函数或状态方程)。然后针对每个环节及它们之间的相互联系,利用计算机对它们进行仿真。

根据系统模型表示方式的不同,仿真所采用的计算方法也随之而异。当模型采用传递函数表示时,系统的仿真计算建立在微分方程的数值求解上。当系统的模型采用状态方程表示时,则仿真建立在矩阵指数的数值计算上。

第三节 控制系统 CAD 的主要特点及其应用

控制系统的计算机辅助设计比之单靠手工计算及图表帮助的经典设计方法有如下的优点:

①由于计算机的帮助,使得一些新的设计方法,例如利用状态空间法设计控制系统的 LQG 问题以及多变量系统设计的现代频域法,能够在实际中得到应用。

②由于计算机具有运算速度快和修改参数容易的优点,因而便于对不同的设计方法及不同的参数组合进行充分的比较,并从中选出一个较好的控制方案。

③借助于计算机输出的图形显示,可以对控制系统的动态响应性能获得更加直观和深入的理解。

由于计算机具有很强的计算功能,设计人员具有较强的分析、综合及决断能力,因此,具

有人机对话功能的交互式计算程序可以将计算机和设计人员这两者的长处有机地结合起来,从而使控制系统的计算机辅助设计能够发挥更大的作用。

控制系统 CAD 可以广泛地用于工业生产部门。利用它来帮助设计实际的控制系统,不仅可以缩短设计周期,而且能够设计出性能较好的控制系统。从而有助于改进产品质量和提高劳动生产率。

控制系统 CAD 在控制系统教学中的作用也是十分明显的,借助于控制系统的 CAD 程序,可以加深学生对控制系统理论的学习和理解。同时由于减少了许多繁杂的手工计算,从而可以提高学习效率。过去在课堂学习中只能举一些低阶系统和简单参数的例子,以便于手工能够计算。今天借助于计算机,更为接近实际的高阶系统也可作为学习的练习。从而使他们能得到更多的实际训练,较早地获得设计实际控制系统的经验。

为使控制系统 CAD 程序的使用更加方便和灵活,并进一步促进它的应用,目前很多国家都建有计算机辅助设计控制系统的软件包。这些软件包不仅包括了设计控制系统的各方面的应用程序,而且通过软件包的管理程序,可以对所有程序和数据进行统一管理,并提供人机交互对话功能。比较突出的有:瑞典隆德大学的软件包、英国的 UMIST 软件包、罗马尼亚的 SIPAC 软件包以及日本的 DPACS-F 软件包等。下面简单介绍两个比较典型的程序包。

1. 瑞典隆德(Lund)大学的软件包

这个软件包的研制工作是从 70 年代初开始的。它得到了瑞典技术发展部的支持。经过 10 年左右的努力,直到 1981 年为止,经过不断修改、充实,建立了一套较为完整的,在国际上具有领先地位的控制系统 CAD 软件包。结合软件包的建立,他们发展了多变量控制系统的设计理论,逐步形成了为分析和设计控制系统而交互式地应用计算机的思想。整套软件包由以下几部分组成:

(1)INTRAC 这是一个管理程序包。它在使用者与应用程序包之间起一个桥梁的作用。它向用户提供许多命令,这些命令可以看成是一种面向问题的高级语言。使用者运用这些命令可以很方便地处理数据和运行程序。

(2)IDPAC 这是一个进行数据分析和系统辨识的程序包。它包含有数据的处理和作图、相关分析、频谱分析和系统参数估计。参数估计采用了最小二乘和最大似然估计的方法。

(3)MODPAC 这是一个对系统模型的各种表示方式进行互相转换的程序包。

(4)SYNPAC 这是基于状态空间方法设计控制系统的软件包。它包括计算线性状态反馈、卡尔曼滤波器、观测器、顺馈控制以及连续系统的离散化等程序。

(5)POLPAC 这是基于多项式运算的控制系统设计软件包。它适用于单输入、多输出系统。它包括极点配置、最小方差以及 LQG 控制的设计。同时它也包括应用古典的根轨迹和波特图的设计方法。

隆德大学的这个交互式软件包是解决控制系统问题的一个强有力的工具。它使得工程设计人员解决控制系统的设计问题不再感到是一件困难的事情。因而它对控制系统的工程设计产生了很大的影响。控制系统 CAD 软件包的使用缩小了控制理论与实际应用之间的差距。它已在许多大学、研究单位以及工业部门获得了广泛的应用。

这个软件包最初装备在 PDP-15 计算机上,后来移植到 UUNIVAC1108 计算机上,使用的是 FORTRAN 语言。BASIC 虽具有较好的人机对话的功能,但由于它运行速度慢,编

制程序不方便,因而不是建立软件包的合适语言。他们建议 PASCAL 和 ADA 语言是将来建立控制系统 CAD 软件包可供考虑的较合适的算法语言。

2. 罗马尼亚 SIPAC 软件包

SIPAC 软件包由几个程序模块和一个管理程序组成。每个程序模块又是由一系列单个程序所组成。这些程序可以共用一个数据区,可以单个地运行,也可按照需要依次运行一组。

SIPAC 软件包主要用于多变量线性定常系统的辨识和设计。它具有以下几方面的功能:

- ①原始数据的处理和统计分析;
- ②系统辨识;
- ③系统数模型各种表示方式的转换;
- ④应用状态空间的控制系统设计,其中包括 LQG 和极点配置两种方法;
- ⑤线性系统的数字仿真。

从以上程序软件包的内容可以看出,SIPAC 软件包包括了控制系统设计流程中所有必要的步骤,即从系统模型的建立开始到完成系统的设计并对其进行仿真为止。该软件包还具有对数据进行存取以及对软件包进行交互管理的功能,从而使设计程序的使用者更加方便和灵活。

根据前面所介绍的内容可以看出,控制系统 CAD 已经成为设计控制系统的强有力工具。从某种意义上讲,自动控制专业的工程技术人员掌握控制系统 CAD 分析和设计的水平,标志着该工程技术人员的设计速度和质量。

第二章 单输入单输出控制系统的分析

单输入单输出系统的分析是理解和掌握自动控制原理的重要手段。对于单输入单输出系统的分析已有许多方法,它们是:时域分析法、根轨迹分析法和频率特性分析法等。每一种方法都有各自的优点,不可取代。本章将在介绍控制系统的基本概念、基本原理以及基本分析方法的基础上,论述如何运用 CAD/CSC 软件分析控制系统,加深对控制系统基本概念及基本原理的理解和掌握。

第一节 时域分析法

一、时域分析基本概念

典型输入信号 为了便于对系统进行分析、设计和比较,根据系统常遇到的输入信号形式,在数学描述上加以理想化的一些基本输入函数,称为典型输入信号。

控制系统中常用的典型输入信号有:单位阶跃函数,单位斜坡(速度)函数,单位加速度(抛物线)函数,单位脉冲函数和正弦函数。如表 2-1 所示。

表 2-1 典型输入信号

名 称	时域表达式	频域表达式
单位阶跃函数	$1(t), t \geq 0$	$\frac{1}{s}$
单位斜坡函数	$t, t \geq 0$	$\frac{1}{s^2}$
单位加速度函数	$\frac{1}{2}t^2, t \geq 0$	$\frac{1}{s^3}$
单位脉冲函数	$\delta(t), t = 0$	1
正弦函数	$A \sin \omega t$	$\frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

瞬态响应 指系统在典型输入信号作用下,系统输出量从初始状态到最终状态的响应过程。又称动态过程或过渡过程。

瞬态响应可以提供关于系统稳定性、响应速度及阻尼情况等信息。

稳态响应 指系统在典型输入信号作用下,当时间 t 趋于无穷时,系统输出量的表现方式。稳态响应又称稳态过程。

稳态响应可以提供系统有关稳态误差的信息。

稳定性 若控制系统在初始条件或干扰影响下,其瞬态响应随着时间的推移而逐渐衰减并趋向于零,则称该系统为渐近稳定,简称为稳定;反之,若系统的瞬态响应应时间的推移

而发散,则称系统为不稳定。

控制系统能在实际中应用,其首要条件是保证系统具有稳定性。不稳定的控制系统,当受到外界或其内部一些因素的扰动,如负载或能源的波动、系统参数的变化等,就会使系统的输出量越来越偏离其平衡状态,即使在扰动因素消失后,也不可能再恢复到原平衡状态。控制系统的稳定性取决于系统本身的结构和参数,与外加信号无关。

误差与稳态误差 控制系统在输入信号作用下,其输出量中包含瞬态分量和稳态分量两个分量。对于稳定的系统,瞬态分量随时间的推移而逐渐消失;稳态分量则从输入信号加入的瞬时起就始终存在,其表现方式就是稳态响应。稳态分量反映了控制系统跟踪输入信号或抑制扰动信号的能力和精度。这种能力和精度称为系统的稳态性能。一个系统的稳态性能是以系统响应某些典型输入信号时的稳态误差来评价的。

(1)误差 对图 2-1(a)所示非单位反馈控制系统,误差可有两种定义方法。一种从输入端定义:

$$E(s) \triangleq R(s) - B(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2-1)$$

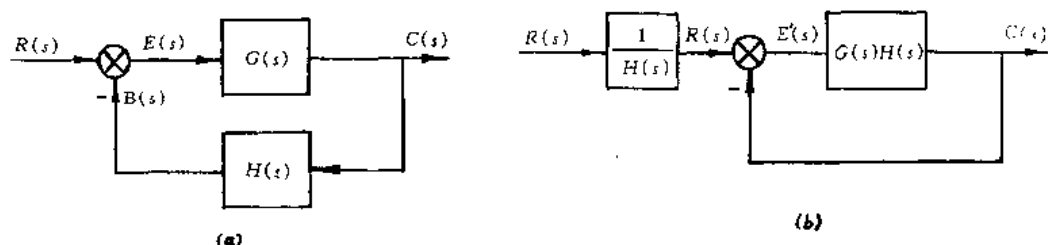


图 2-1 控制系统

另一种从输出端定义:

$$\begin{aligned} E'(s) \triangleq C_{\text{希望}}(s) - C_{\text{实际}}(s) &= \frac{R(s)}{H(s)} - \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s) \\ &= \frac{1}{H(s)} \cdot \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)} \end{aligned} \quad (2-2)$$

如图 2-1(b)所示。显然有

$$E'(s) = \frac{1}{H(s)} E(s) \quad (2-3)$$

对于单位反馈系统, $E'(s) = E(s)$, 两种定义方法是一致的。

在性能指标提法中,多采用输出端定义误差,但在实际系统中有时不可量测。故本书采

用输入端定义方法。若有必要,可利用式(2-3)加以转换。对 $E(s)$ 取拉氏反变换,得误差的时间响应:

$$e(t) = \mathcal{L}^{-1}[E(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)}\right]$$

(2) 稳态误差 当时间 t 趋于无穷时,如果 $e(t)$ 的极限存在,即 $E(s)$ 在 s 右半平面解析,则误差 $e(t)$ 的稳态分量 e_{ss} 定义为稳态误差。

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2-4)$$

式(2-4)是求稳态误差的一个基本公式。

动态性能指标 描述稳定的系统在单位阶跃函数作用下,瞬态过程随时间 t 变化状况的指标,称为动态性能指标。对于图 2-2 所示的单位阶跃响应,其动态性能指标为:

- (1) 延迟时间 t_d 响应曲线第一次达到终值一半所需的时间;
- (2) 上升时间 t_r 响应从终值 10% 上升到 90% 所需的时间;亦可定义为响应从零第一次上升到终值所需的时间;
- (3) 峰值时间 t_p 响应超过终值到达第一个峰值所需的时间;
- (4) 调节时间 t_s 响应到达并保持在终值 $\pm 5\%$ 误差范围内所需的最小时间;

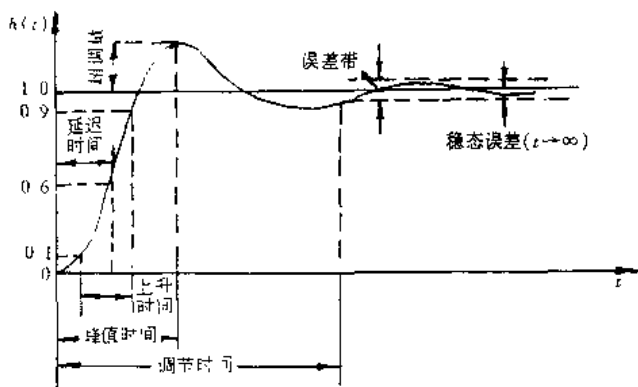


图 2-2 单位阶跃响应

(5) 超调量 $\sigma\%$ 响应的最大偏离值与终值之差的百分比,即

$$\sigma\% = \frac{h(t_p) - h(\infty)}{h(\infty)} \times 100\% \quad (2-5)$$

只有单位反馈系统稳态误差 $e_{ss} = 0$ 时,才有 $h(\infty) = 1$ 。

二、稳定性分析的基本原理

判别线性系统稳定性的基本方法 设线性定常系统闭环传递函数为

$$\phi(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{M(s)}{D(s)}$$

其中

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n$$

称为系统特征多项式。令 $D(s)=0$, 则得到系统特征方程。

判别线性定常系统稳定性的基本方法有如下几种。

(1) 特征方程法 系统稳定的充分必要条件是系统特征方程的所有根, 或闭环传递函数的所有极点均严格位于 s 左半平面。

系统稳定的必要但非充分条件是特征方程各项系数非零且同号。

(2) 特征值判据法 设系统闭环传递函数的一个实现可写成如下状态空间表达式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

在零输入(即 $u(t)=0$)情况下, 若系统原平衡状态 $X_0=0$, 它对任意初始状态 x_0 均有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| \rightarrow 0$$

则称系统(2-6)是渐近稳定的, 简称稳定。由于系统的稳定性由矩阵 A 的特征值所决定, 所以系统稳定的充分必要条件, 是矩阵 A 的所有特征值均为负实数或有负实部。

(3) 代数判据法 根据特征方程的系数来判断特征方程根的实部符号, 从而判定系统的稳定性。常用的代数判据有古尔维茨判据和劳斯判据两种。

(4) 根轨迹法 这是一种图解求根法。在 s 平面上, 从开环极点位置出发, 令开环系统某一参数(开环增益或时间常数)从零变至无穷, 根据一套简易法则画出闭环系统根的变化轨迹, 从而判断现有参数下闭环系统是否稳定, 并可决定使闭环系统稳定的参数变化范围。

(5) 频率稳定判据法 根据开环频率特性曲线或开环对数频率特性曲线来判断闭环系统的稳定性, 并可决定使闭环系统稳定的开环增益范围。由于频率特性曲线可由实验方法获取, 因而比较实用。

古尔维茨稳定判据 设线性定常系统特征方程为

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0 \quad (a_0 > 0) \quad (2-7)$$

则系统稳定的充分必要条件是: 方程(2-7)的各项系数为正, 且如下各阶古尔茨行列式全部为正:

$$\begin{aligned} D_1 &= a_1 \\ D_2 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} \\ D_3 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \\ &\vdots \\ D_n &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & a_{2n-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & a_{2n-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & a_{2n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix} \end{aligned}$$

式中, 注脚大于 n 的系数或负注脚系数, 均应以零代之。

(1) 当 $n=1$ 时, 特征方程为

$$a_0 s + a_1 = 0$$

稳定条件为: $a_0 > 0, D_1 = a_1 > 0$, 即要求特征方程所有系数为正。

(2) 当 $n=2$ 时, 特征方程为

$$a_0 s^2 + a_1 s + a_2 = 0$$

稳定条件为: $a_0 > 0, D_1 = a_1 > 0, D_2 = a_1 a_2 > 0$, 即要求特征方程所有系数为正。

(3) 当 $n=3$ 时, 特征方程为

$$a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0$$

稳定条件为: $a_0 > 0, D_1 = a_1 > 0, D_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0, D_3 = a_3 D_2 > 0$, 即要求特征方程所有系数为正, 且需 $D_2 > 0$ 。

(4) 当 $n=4$ 时, 特征方程为

$$a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0$$

稳定条件为: $a_0 > 0, D_1 = a_1 > 0, D_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0, D_3 = a_3 D_2 - a_4 a_1^2 > 0, D_4 = a_4 D_3 > 0$, 即特征方程所有系数为正, 且需 $D_3 > 0$ 。

劳斯稳定判据 对于式(2-7)所示的系统特征方程, 可列出劳斯表, 如表 2-2 所示。

表 2-2 劳 斯 表

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	...
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	...
s^{n-2}	c_{13}	c_{23}	c_{33}	c_{43}	...
s^{n-3}	c_{14}	c_{24}	c_{34}	c_{44}	...
s^{n-4}	c_{15}	c_{25}	c_{35}	c_{45}	...
...	...				
s^0	a^n				

表中各系数计算方法如下:

$$\begin{aligned}
 c_{13} &= -\frac{1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix} \\
 c_{23} &= -\frac{1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix} \\
 c_{33} &= -\frac{1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_6 \\ a_1 & a_7 \end{vmatrix} \\
 &\dots\dots\dots \\
 c_{14} &= -\frac{1}{c_{13}} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_{13} & a_{23} \end{vmatrix} \\
 c_{24} &= -\frac{1}{c_{13}} \begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ c_{13} & c_{33} \end{vmatrix} \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

劳斯稳定判据为: 当且仅当劳斯表第一列所有各元严格为正时, 特征方程是稳定的; 否则特征方程不稳定, 第一列各元素符号改变的次数等于特征方程的正实部根个数。

应用劳斯稳定判据时,应注意对特殊情况的处理方法。

劳斯稳定判据主要用来判断线性定常系统的稳定性;经过适当改造的劳斯稳定判据,也可检验系统是否具有一定的稳定裕量,即相对稳定性;还可以用来分析个别参数变化,尤其是开环增益对系统稳定性的影响,从而选取合理的参数;在近似情况下,可以应用劳斯稳定判据判断时滞(延迟)系统的稳定性。

应用劳斯判据分析时滞系统的稳定性 具有延迟环节 $e^{-\tau s}$ 的系统,称为时滞系统,其特征方程中含有指数函数 $e^{-\tau s}$ 项。若用劳斯判据判断系统的稳定性,只能采用近似的方法。

(1)有理函数近似法 因为

$$e^{-\tau s} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 + \frac{\tau s}{n}} \right)^n \quad (2-8)$$

表 2-3 $e^{-\tau s}$ 的派德近似式

$m \backslash n$	0	1	2	3
0	$\frac{1}{1}$	$\frac{1-x}{1}$	$\frac{1-x+\frac{x^2}{2!}}{1}$	$\frac{1-x+\frac{x^2}{2!}-\frac{x^3}{3!}}{1}$
1	$\frac{1}{1+x}$	$\frac{1-\frac{1}{2}x}{1+\frac{1}{2}x}$	$\frac{1-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\frac{x^2}{2!}}{1+\frac{1}{3}x}$	$\frac{1-\frac{3}{4}x+\frac{2}{4}\frac{x^2}{2!}-\frac{1}{4}\frac{x^3}{3!}}{1+\frac{1}{4}x}$
2	$\frac{1}{1+x+\frac{x^2}{2!}}$	$\frac{1-\frac{1}{3}x}{1+\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\frac{x^2}{2!}}$	$\frac{1-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}\frac{x^2}{2!}}{1+\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}\frac{x^2}{2!}}$	$\frac{1-\frac{3}{5}x+\frac{3}{10}\frac{x^2}{2!}-\frac{1}{10}\frac{x^3}{3!}}{1+\frac{2}{5}x+\frac{1}{10}\frac{x^2}{2!}}$
3	$\frac{1}{1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}}$	$\frac{1-\frac{1}{4}x}{1+\frac{3}{4}x+\frac{2}{4}\frac{x^2}{2!}+\frac{1}{4}\frac{x^3}{3!}}$	$\frac{1-\frac{2}{5}x+\frac{1}{10}\frac{x^2}{2!}}{1+\frac{3}{5}x+\frac{3}{10}\frac{x^2}{2!}+\frac{1}{10}\frac{x^3}{3!}}$	$\frac{1-\frac{x}{2}+\frac{1}{5}\frac{x^2}{2!}-\frac{1}{20}\frac{x^3}{3!}}{1+\frac{x}{2}+\frac{1}{5}\frac{x^2}{2!}+\frac{1}{20}\frac{x^3}{3!}}$
4	$\frac{1}{1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}}$	$\frac{1-\frac{1}{5}x}{1+\frac{4}{5}x+\frac{3}{5}\frac{x^2}{2!}+\frac{2}{5}\frac{x^3}{3!}+\frac{1}{5}\frac{x^4}{4!}}$	$\frac{1-\frac{1}{3}x+\frac{1}{15}\frac{x^2}{2!}}{1+\frac{2}{3}x+\frac{2}{5}\frac{x^2}{2!}+\frac{1}{5}\frac{x^3}{3!}+\frac{1}{15}\frac{x^4}{4!}}$	$\frac{1-\frac{3}{7}x+\frac{1}{7}\frac{x^2}{2!}-\frac{1}{35}\frac{x^3}{3!}}{1+\frac{4}{7}x+\frac{2}{7}\frac{x^2}{2!}+\frac{4}{35}\frac{x^3}{3!}+\frac{1}{35}\frac{x^4}{4!}}$