

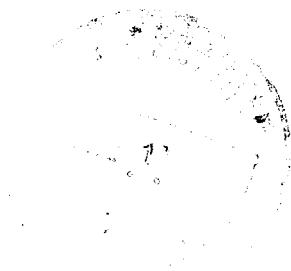
棱镜调整

国防工业出版社

79.20.4
455

棱 镜 调 整

连 铜 淑 著



1106910

國防工業出版社

内 容 简 介

本书介绍了棱镜的物象关系和棱镜转动及微量转动（调整）所引起的象转动的一般理论。在此基础上，探讨了棱镜微量转动所引起的光轴偏、象倾斜以及象点小位移的计算方法。通过计算，对几种典型的光学仪器的光学系统校正的原理、方法以及某些棱镜在光学系统中的调整特性进行了分析论证。书中还介绍了必要的数学基础，其中包括矢量代数、坐标转换和矩阵。

本书可作为高等院校及中等技术学校光学仪器专业的参考书，对从事光学仪器设计、制造、研究、修理的技术人员和工人均有参考价值。

D578/04

棱 镜 调 整

连桐淑 著

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168¹/32 印张 8 200千字

1978年11月第一版 1978年11月第一次印刷 印数：0,001-8,500册

统一书号：15034·1683 定价：1.00元

前 言

反射棱镜是目视光学系统中的一个重要的光学零件。

在原理上，棱镜通过其倒象和折转光路的作用而赋予光学系统以正象、潜望和体视等一系列的特性。回转的棱镜又进一步扩大了光学系统的使用范围，例如：周视、测量、瞄准、稳定光轴以及模拟活动图形等。

在工艺上，棱镜作为光学系统校正中的一个重要的补偿元件，以它的位置误差去补偿光学系统中的其它误差，这就是棱镜调整的概念。棱镜尤其同光轴和象倾斜的校正密切相关。

因此，棱镜调整的理论是合理编制光学系统校正工艺规程的必要的基础之一。同时，棱镜调整又同光学仪器的结构设计以至拟定光学系统时的棱镜选型有关。

棱镜调整是理论性和实践性都比较强的一门光学知识。

建国以来，在伟大领袖毛主席独立自主、自力更生方针的指引下，经光学厂广大工人师傅、技术人员以及科教单位许多同志的辛勤劳动、刻苦钻研和共同努力，在棱镜调整的理论方面已经取得了一些可喜的成果。如《棱镜成象定理（一）》、《棱镜成象定理（二）》、《棱镜转动定理》以及《棱镜调整定理》等。

棱镜调整计算包括平行光路调整计算和会聚光路调整计算两大基本问题，而上述定理又提供了解决这些基本问题的简便的计算方法。

本书内容分数学基础、棱镜调整理论和棱镜调整应用等三篇。

数学基础篇包括矢量代数、坐标转换和矩阵。这些都是为学习和解决棱镜调整问题所必需的。

棱镜调整理论篇是本书的重点，包括棱镜成象、棱镜转动和

棱镜调整等三章。其中，着重讨论了上述的四条定理和两大基本问题。本篇的《棱镜调整图表》可直接供生产车间使用。

棱镜调整应用篇是棱镜调整理论的实际运用。其中，针对几个典型的光学仪器的某些有代表性的问题，作了系统而深入的分析。

在附录中收集了两篇有重要参考意义的文章《反射棱镜的光学平行差》及《四元数在光学仪器中的应用》。

我们的工作离党和人民的要求还很远。今后，决心在英明领袖华主席为首的党中央的领导下，沿着伟大领袖毛主席指引的革命路线，为实现敬爱的周总理在四届人大提出的在本世纪内实现四个现代化的宏伟目标而贡献出我们的一切。

在本书编写与出版过程中，曾得到麦伟麟、戴传衡、张忠远、葛树明、徐仁璋、康立民、何绍宇、郭玉祥、汤自义、王琦等同志的大力支持和热情帮助。在此，向以上所有同志致以衷心的感谢。

由于作者的水平不高，书中的缺点和错误在所难免，敬请读者批评指正。

作 者

目 录

第一篇 数 学 基 础

第一章 矢量代数	1
§ 1-1 矢量 (向量) 的概念	1
§ 1-2 向量的加减和分解	4
§ 1-3 和向量投影定理	5
§ 1-4 数积 (标积)	6
§ 1-5 矢积	7
§ 1-6 角速度向量	9
§ 1-7 微量转角向量——求微量转角所 造成的点的小位移	12
§ 1-8 转动向量公式	14
§ 1-9 向量反射公式	17
§ 1-10 向量折射公式	19
第二章 座标转换	21
§ 2-1 座标转换的概念和座标转换表	21
§ 2-2 绕任意轴转动的座标转换	23
§ 2-3 座标转换表的正交关系 (正交性)	26
第三章 矩阵	28
§ 3-1 矩阵的概念	28
§ 3-2 矩阵的运算	29
§ 3-3 逆方阵	32
§ 3-4 正交方阵	34

第二篇 棱镜调整理论

第四章 棱镜成像	38
§ 4-1 棱镜物象空间的共轭关系——棱镜成像定理 (一)	39
§ 4-2 光路计算	51

§ 4-3	棱镜的特征方向	54
§ 4-4	棱镜特征方向的存在和唯一——棱镜成象定理 (二)	57
§ 4-5	棱镜特征方向 T 和转换角 2φ 的求解	60
第五章	棱镜转动	70
§ 5-1	座标转换法	70
§ 5-2	运动分解法——棱镜转动定理	73
第六章	棱镜调整	77
§ 6-1	棱镜转动定理表达式	78
§ 6-2	余弦律和差向量法则——棱镜调整定理	81
§ 6-3	平行光路中的调整计算	84
§ 6-4	会聚光路中的光轴偏计算	107

第三篇 棱镜调整应用

第七章	铰链式双眼观察仪器的分校光轴的原理	127
§ 7-1	分校光轴的概念	127
§ 7-2	分校光轴的方法和步骤	129
§ 7-3	象位偏同光轴偏的关系式	130
§ 7-4	分校光轴的具体实施	135
§ 7-5	炮队镜的分校光轴	137
第八章	双眼望远镜光轴调整计算	142
§ 8-1	双眼望远镜的铰链结构	142
§ 8-2	光轴校正仪	143
§ 8-3	校光轴的方法和步骤	144
§ 8-4	象位偏同光轴偏的关系式	146
§ 8-5	光轴调整计算	152
§ 8-6	光轴校正仪使用方法的改进	161
§ 8-7	双眼望远镜光轴校正中的一些经验	163
§ 8-8	对双眼望远镜的光学校正及校正时的棱镜转轴的分析	165
§ 8-9	反射式光轴校正仪	166
第九章	光轴偏和象倾斜的综合计算	169
§ 9-1	综合计算的概念	169
§ 9-2	推导必要的公式	170
§ 9-3	综合计算	174

第十章 基于观测线的观测角误差规律 (曲线) 的调整	177
§ 10-1 题意	177
§ 10-2 坐标选择	179
§ 10-3 固定棱镜前下倾 (前上倾) 所造成的观测角误差	180
§ 10-4 固定棱镜左下倾 (右下倾) 所造成的观测角误差	183
§ 10-5 调整补偿	185
第十一章 光轴或观测线的稳定	189
§ 11-1 光轴或观测线稳定的概念	189
§ 11-2 稳定装置和稳定方式	189
§ 11-3 在会聚光路中用棱镜作双向稳定时的棱镜选型	190
第十二章 对一米体视测距仪的基端棱镜的调整分析	199
§ 12-1 基端棱镜的光路	199
§ 12-2 基端棱镜座的构造	199
§ 12-3 基端棱镜的极值特性向量	200
§ 12-4 基端棱镜的调整特性的分析	203
附录	209
附-1 反射棱镜的光学平行差	209
附-2 四元数在光学仪器中的应用	228
参考文献	246

第一篇 数学基础

第一章 矢量代数

§ 1-1 矢量 (向量) 的概念

在自然界里, 例如在数学、物理以及其它一些技术学科里, 往往会见到这样一些量, 它们的性质不仅仅表现在数量上, 而且还表现在方向上。例如力、速度、角速度、转轴、平面的法线以及光线等等。这样一些量在数学上叫做矢量或向量 (下文均只用向量这个名词)。

表示向量大小的数称为向量的模。向量的模总是取正值。

向量通常用一个箭头 (有向线段) 表示。如图 (1-1-1) 上的箭头 $\overrightarrow{AB}$, 它的长度代表向量的模, 而箭头的指向则代表向量的方向。在书写上用 $\overrightarrow{AB}$ 表示由 A 点起到 B 点止的向量。 A 为向量的始点, B 为向量的终点。始点 A 代表向量 $\overrightarrow{AB}$ 的作用点, 而向量所在的直线 OO' 则代表向量的作用线。

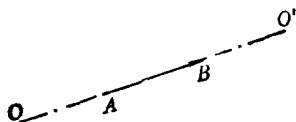


图 (1-1-1)

有些向量, 无须强调其起止, 则可以用一个带箭头或带横线或粗体的字母表示, 如 $\vec{a}$ 或 $\bar{a}$ 或 $\mathbf{a}$ 。

向量 $\overrightarrow{AB}$ 或 $\bar{a}$ 的模用符号 $|\overrightarrow{AB}|$ 或 $|\bar{a}|$ 表示。

一般讲, 一个向量具有三个要素: 模、方向以及作用点 (始点的空间位置)。

当然，不是所有向量的上述三个要素都是有实质性意义的。
向量可分成三类：定点向量、定线向量和自由向量。

1. 定点向量 (固定向量)

作用点不能随意变动的向量称为定点向量。见图(1-1-2)，当用由坐标原点 O 至某点 q 的向量 $\vec{Oq}$ 来表示 q 点的空间位置时，那么向量 $\vec{Oq}$ 是一个定点向量，因为已经把坐标原点 O 规定为 q 点的位置向量的始点。一个已知的定点向量，它的三个要素都必须是确定的。

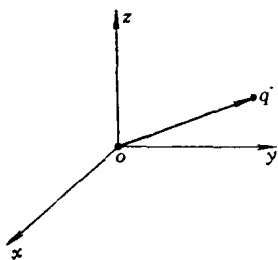


图 (1-1-2)

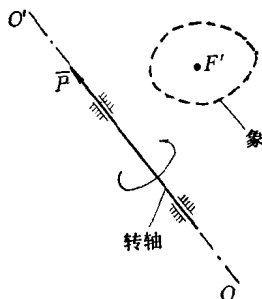


图 (1-1-3)

2. 定线向量 (滑移向量)

作用点可以沿作用线随意移动的向量称为定线向量。见图(1-1-3)，当讨论象绕转轴 OO' 转动所造成象中的某一象点 F' 的位移时，那么按照右螺旋规则代表转轴方向的向量 $\vec{P}$ 属定线向量。此时，转轴向量 $\vec{P}$ 只允许沿转轴 OO' 的方向滑移，而不得沿垂直于转轴的横向作平移（平行的移动），因为转轴沿横向的任意的平移都会造成象点位移的变化。一个已知的定线向量，它的大小、方向和向量所在的作用线的位置必须是确定的，然而作用点沿作用线上的位置却可随意。

3. 自由向量

如果向量允许在空间内沿任意方向作平移，那么这一类向量称为自由向量。见图(1-1-4)，当只讨论象绕转轴 OO' 转动所造成象中的某象向量 $\vec{B'}$ 在方向上的变化，而不关心其位置上的变

化时, 那么按照右螺旋规则代表转轴方向的向量 $\vec{P}$ 属自由向量。因为 $\vec{B}'$ 在方向上的变化只取决于转轴 $\vec{P}$ 的方向和转角的大小, 而同 $\vec{P}$ 的位置无关。一个已知的自由向量, 只要指出它的大小和方向就可以了。

在后述的第二篇中将会看到, 当讨论象倾斜或是平行光路中的光轴问题时, 物向量或象向量、光线向量或光轴向量、平面镜或反射面的法线向量、转轴向量以及象的微量转角向量等均属于自由向量, 而当讨论会聚光路中的光轴问题时, 转轴向量及象的微量转角向量就不再是自由向量而是属于定线向量了。

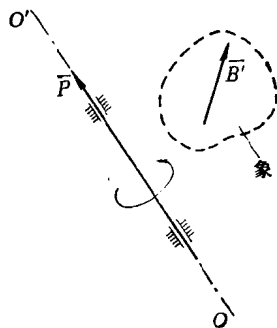


图 (1-1-4)

为了表示和运算的方便, 常常引入一个所谓的单位向量。一般, 规定单位向量为自由向量。因为单位向量的模等于 1, 所以这个向量的大小是没有什么特殊意义的, 而它的意义仅仅在于表示一个方向。

单位向量用符号 $\vec{a}^\circ$ 表示, 它代表在向量 $\vec{a}$ 的方向上的单位向量。

由于 $|\vec{a}^\circ| = 1$, 所以, 任何一个自由向量都可以表达成该向量的模和沿该向量方向上的单位向量的乘积, 如:

$$\vec{a} = |\vec{a}| \vec{a}^\circ = a \vec{a}^\circ \quad (1-1-1)$$

习惯上, 沿直角坐标轴 ox 、 oy 、 oz 方向上的三个单位向量分别用专门的粗体字母 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 表示。例如: $5\mathbf{i}$ 表示沿 x 轴正向的一个向量, 它的模等于 5, 而 $-5\mathbf{i}$ 则表示沿 $-x$ 方向的一个向量, 它的模亦等于 5。

有些向量, 它们的大小是没有任何实际意义的。这些向量通常都取成单位向量。例如: 入射光线向量 $\vec{A}$ 、物象方向向量 $\vec{B}$ 、反射面法线向量 $\vec{N}$ 以及转轴向量 $\vec{P}$ 等等。这类惯用的单位向量在其

符号的右上角一般亦不再加小圈“。”。

以下讨论向量的一些最基本的运算法则。其中主要针对自由向量，但所得结论多数也能用在其它两类向量上。

§ 1-2 向量的加减和分解

向量的迭加遵循封闭多边形法则。见图 (1-2-1)，按照首尾相接的方式把被加的向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 连接上，而由起点 O 至终点 C 的封闭边 $\overrightarrow{OC}$ 即代表和向量 $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ 。这一法则同样可用于任意多个向量的迭加上，而且这些向量不一定是平行于同一个平面的。

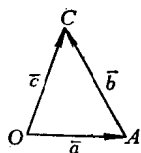


图 (1-2-1)

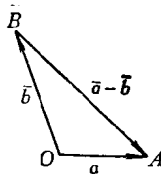


图 (1-2-2)

两个向量之差（差向量）通常按图 (1-2-2) 的方式求得。将向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的始点都画在同一个 O 点处，而由向量 $\vec{b}$ 的终点 B 至向量 $\vec{a}$ 的终点 A 的向量 $\overrightarrow{BA}$ 便等于 $(\vec{a} - \vec{b})$ ，反之，向量 $\overrightarrow{AB}$ 则等于 $(\vec{b} - \vec{a})$ 。

向量的分解是向量迭加（合成）的逆运算，所以，它所依据的法则仍然是封闭多边形法则。

常见的情况是把一个向量分解到一选定的直角坐标的三根坐标轴上。这实际上是求该向量在各坐标轴上的投影（分量），如图 (1-2-3) 上所示

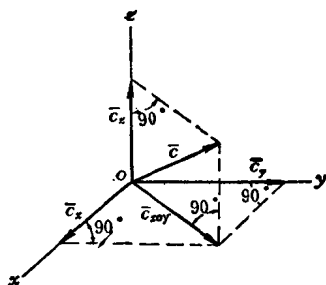


图 (1-2-3)

$$\vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k} \quad (1-2-1)$$

§ 1-3 和向量投影定理

定理：“和向量的投影等于分向量的投影之和。”

在图 (1-3-1) 上, 设 $\vec{S}$ 为 n 个分向量 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ 之和:

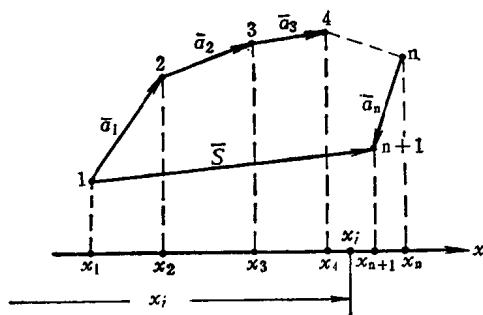


图 (1-3-1)

$$\vec{S} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n$$

由各向量的始点、终点作垂线至一任意的轴线 x 。各垂足的坐标用 $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$ 表示。

由图上可见, 和向量 $\vec{S}$ 在 x 轴上的投影等于:

$$S_x = x_{n+1} - x_1 \quad (1-3-1)$$

从另一方面, 又求得各分向量 $\vec{a}_i$ 在 x 轴上的投影:

$$a_{1x} = x_2 - x_1$$

$$a_{2x} = x_3 - x_2$$

$$\dots$$

$$a_{nx} = x_{n+1} - x_n$$

将上列等式的左、右方分别相加, 得:

$$a_{1x} + a_{2x} + \dots + a_{nx} = x_{n+1} - x_1 \quad (1-3-2)$$

比较公式 (1-3-1) 与 (1-3-2), 得:

$$S_x = a_{1x} + a_{2x} + \dots + a_{nx} \quad (1-3-3)$$

由此得证。

§ 1-4 数 积 (标积)

定义两个向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的数积为一数量, 记作 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 或 $\vec{a}\vec{b}$:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha \quad (1-4-1)$$

α 为 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 平移至共一始点时的夹角, 如图 (1-4-1) 上所示。



图 (1-4-1)

在几何上, 数积 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 可以看作是向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影再放大 b 倍, 或是向量 $\vec{b}$ 在向量 $\vec{a}$ 上的投影再放大 a 倍, 如图 (1-4-2) 上所示。



图 (1-4-2)

既然数积的实质属求投影, 所以, 根据和向量投影定理, 在运算时, 可先将参予运算的向量分解成为沿直角坐标轴的三个分量 (即把和向量的求投影变成它的几个分量的求投影):

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) \quad (1-4-2)$$

由数积的定义, 有:

$$\left. \begin{aligned} \vec{i} \cdot \vec{i} &= 1; \quad \vec{j} \cdot \vec{j} = 1; \quad \vec{k} \cdot \vec{k} = 1 \\ \vec{i} \cdot \vec{j} &= 0; \quad \vec{j} \cdot \vec{k} = 0; \quad \vec{k} \cdot \vec{i} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-4-3)$$

将公式 (1-4-2) 展开, 并考虑到公式 (1-4-3) 中的一些关系, 得:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (1-4-4)$$

这就是今后常用的数积的实际运算式。

根据数积的定义, 向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影大小等于 $\vec{a}$ 和单位向量 $\vec{b}^{\circ}$ 的数积 $\vec{a} \cdot \vec{b}^{\circ}$ 。

§ 1-5 矢 积

定义两个向量 $\vec{a}$ 及 $\vec{b}$ 的矢积为一向量, 记作 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = c\vec{c}^{\circ}$ 。其中, 矢积的大小 c 等于以 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 为边的平行四边形的面积

$$c = |\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \alpha \quad (1-5-1)$$

α 为小于 180° 的夹角 $(\vec{a}, \vec{b})$; 矢积的方向 $\vec{c}^{\circ}$ 垂直于 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 组成的平面, 并指向 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}^{\circ}$ 三者为右手系[●]所决定的一侧 (即 $\vec{a}$ 沿最短途径朝 $\vec{b}$ 的转向同 $\vec{c}^{\circ}$ 构成右螺旋关系, 见图 1-5-1)。

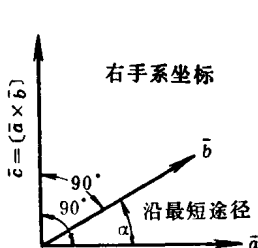


图 (1-5-1)

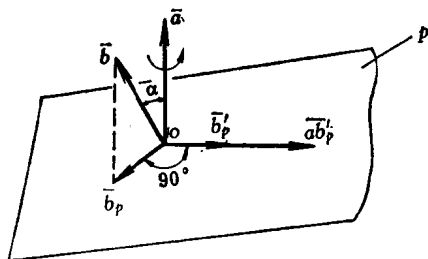


图 (1-5-2)

根据矢积的定义, 有:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

可见, 矢积不满足交换律。

现在亦来讨论一下矢积 $\vec{a} \times \vec{b}$ 的运算过程的几何意义。

见图 (1-5-2), 作一平面 P 垂直于向量 $\vec{a}$, 求出向量 $\vec{b}$ 在平面 P 上的投影向量 $\vec{b}_p$, 然后使 $\vec{b}_p$ 按逆时针方向绕 $\vec{a}$ 转 90° , 得 $\vec{b}_p'$, 再把 $\vec{b}_p'$ 放大 a 倍, 最后得 $a\vec{b}_p'$ 。

因为 $b_p' = b \sin \alpha$, 所以不难看出向量 $a\vec{b}_p'$ 就是 $\vec{a}$ 及 $\vec{b}$ 的矢积: $a\vec{b}_p' = \vec{a} \times \vec{b}$ 。

● 还有按左手系定义的矢积运算规则, 但在本文只采用右手系的规则,

上述作图过程说明, 矢积的几何实质也属求投影。因此, 根据和向量投影定理, 先将参予运算的向量分解成为沿直角座标轴的三个分量:

$$\bar{a} \times \bar{b} = (a_x \bar{i} + a_y \bar{j} + a_z \bar{k}) \times (b_x \bar{i} + b_y \bar{j} + b_z \bar{k}) \quad (1-5-2)$$

由矢积定义, 有:

$$\bar{i} \times \bar{i} = 0; \quad \bar{j} \times \bar{j} = 0; \quad \bar{k} \times \bar{k} = 0 \quad (1-5-3)$$

习惯上, 座标 xyz 和矢积的运算规则采用同一种系统, 或均为右手系, 或均为左手系。

所以, 还有:

$$\left. \begin{aligned} \bar{i} \times \bar{j} &= \bar{k}, & \bar{j} \times \bar{k} &= \bar{i}, & \bar{k} \times \bar{i} &= \bar{j} \\ \bar{j} \times \bar{i} &= -\bar{k}, & \bar{k} \times \bar{j} &= -\bar{i}, & \bar{i} \times \bar{k} &= -\bar{j} \end{aligned} \right\} \quad (1-5-4)$$

将公式 (1-5-2) 展开, 并考虑到公式 (1-5-3) 和 (1-5-4) 中的一些关系, 得:

$$\bar{a} \times \bar{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \bar{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \bar{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \bar{k} \quad (1-5-5)$$

这就是今后常用的矢积的实际运算式。

以下给出混积和三重矢积的公式。

混积 $\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c})$ 代表以 $\bar{a}$ 、 $\bar{b}$ 、 $\bar{c}$ 为棱的平行六面体的体积, 如图 (1-5-3) 上所示。

若采用混积符号 (abc) :

$$(abc) = \bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c})$$

$$(1-5-6)$$

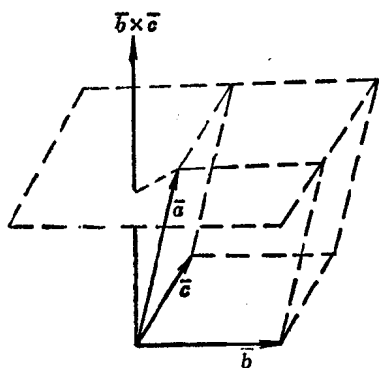


图 (1-5-3)

则由于混积满足轮换律, 有

$$(abc) = (bca) = (cab) \quad (1-5-7)$$

三重矢积

$$\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = \bar{b}(\bar{a} \cdot \bar{c}) - \bar{c}(\bar{a} \cdot \bar{b}) \quad (1-5-8)$$

$$(\bar{a} \times \bar{b}) \times \bar{c} = \bar{b}(\bar{a} \cdot \bar{c}) - \bar{a}(\bar{b} \cdot \bar{c}) \quad (1-5-9)$$

§ 1-6 角速度向量

首先提出这样一个问题：角速度能否用向量表示？

似乎是不可能，因为向量是直线性的而角速度好象是旋转性的，二者对不上。这是一种表面上看问题的方法。实质上，角速度和角位移（回转角）不一样，它是一个瞬时量，仅代表例如物体在某一瞬间的一种转动的趋势以及此种趋势的快慢程度，与此相对应，物体上的各个质点则具有一定的位移的趋势，即线速度，而这种线速度却是直线性的。这就是说，从本质上看，角速度亦是直线性的，由此初步论证了角速度可能用向量表示。

其次，应讨论按照什么样的规则来表示角速度向量。

见图 (1-6-1, a)，设刚体 1 在某一瞬间按照箭头 2 所示的方向以大小为 ω 的角速度绕轴线 OO' 转动。无疑，转轴是有方向性的，同时亦是直线性的，所以转轴自然可以用向量来表示，由于此种向量的大小并无特殊意义，故习惯用沿轴线 OO' 的一个单位向量 $\bar{P}$ 来表示转轴的方向。至于向量 $\bar{P}$ 的方向究竟是由 O 至

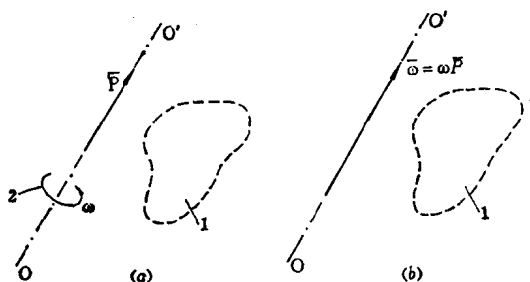


图 (1-6-1)

O' ，还是由 O' 至 O ，则视人为的规则而定。通常，采用右螺旋规则，使回转方向同 $\bar{P}$ 的关系相当于右螺旋的螺线旋向同升程的关系。

至此， $\bar{P}$ 只是一个转轴向量，它还不能代表角速度向量。不

1106910