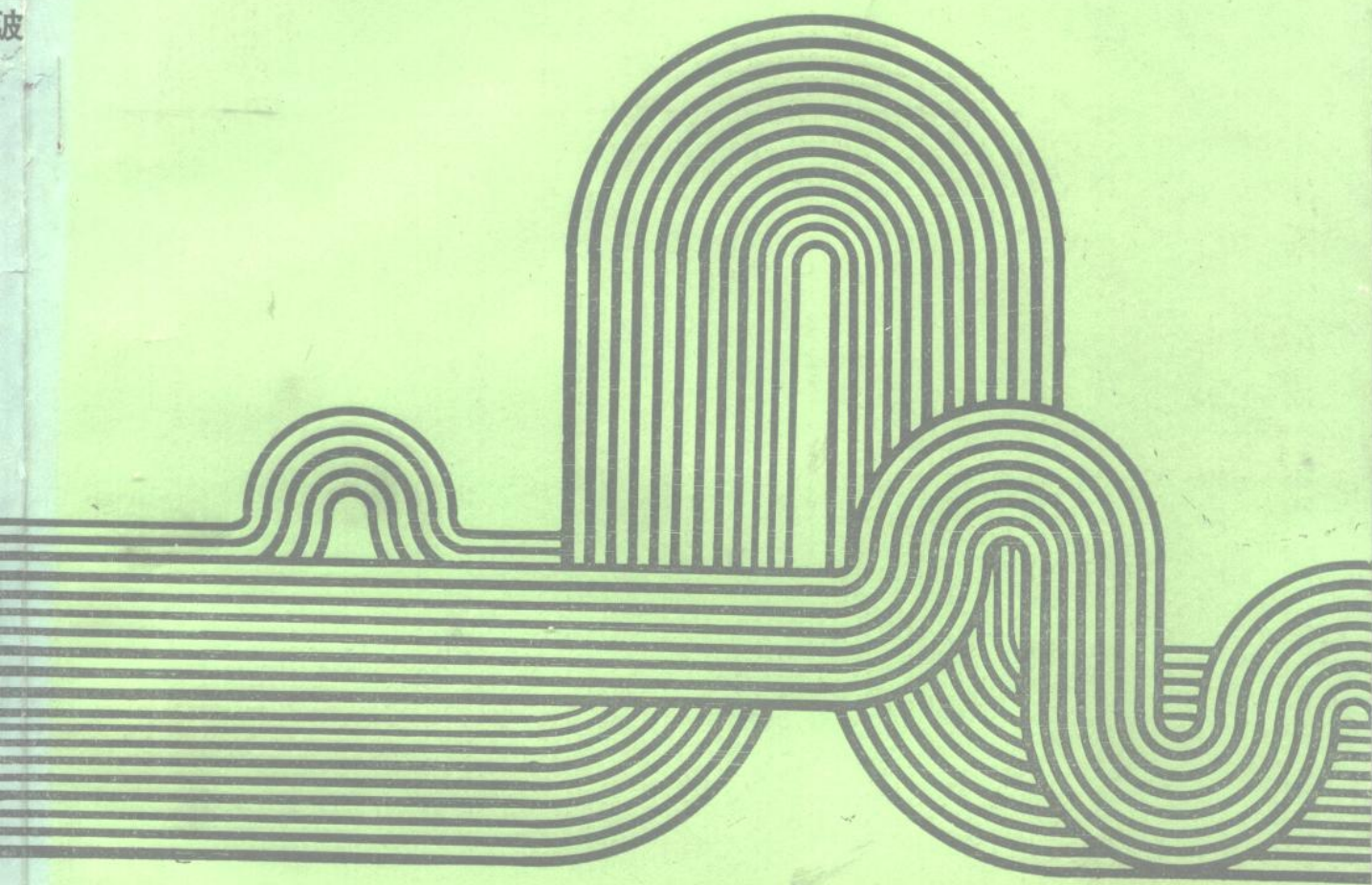


电力系统高次谐波

电力系统高次谐波

许克明 徐云 刘付平 编著



重庆大学出版社

重庆大学出版社

张

电力系统高次谐波

许克明 徐 云 刘付平 编著

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书较系统地论述电力系统高次谐波。共七章，介绍了高次谐波的基本概念、介绍谐波应具有的理论电工知识、傅里叶变换、快速傅里叶变换及数字滤波的概念，典型谐波源产生谐波的机理，并联电容器及静止补偿装置与谐波的关系，电网谐波潮流计算、谐波潮流随机性分析，谐波的危害及其抑制方法，交流滤波器参数的选择，有源滤波器的原理及应用，谐波的测量方法，国内及国外的限制谐波标准。叙述方法上突出基本概念及原理。

本书可作为大专院校高年级选修课教材，并可供从事电力系统或大中型用电部门工程技术人员或工程管理人员参考。

电力系统高次谐波

许克明 徐云 刘付平 编著

责任编辑 韩 洁

重庆大学出版社出版发行
新华书店经销
重庆大学出版社印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：9.5 字数：237千

1991年9月第1版 1991年9月第1次印刷

印数：1—3000

标准书号：ISBN 7-5624-0366-X 定价：2.55元

TM·25

前 言

电力系统高次谐波对于广大电力工作者并不是一个陌生的名词，但是，由于高次谐波而带来的一系列问题，高次谐波已成为电力系统的公害这一现实却至今未引起人们的足够重视；在高等院校电力专业的教材中，也只有基本概念简单叙述。

编著者工作的地区是我国南方的能源基地，各种典型的非线性负载大面多，高次谐波导致电气设备损坏的事故时有所闻。工作中频频接触到高次谐波，深感其危害及必须抑制它的必要性。因此，在阅读了大量的国内外有关资料，并汇聚了自身工作的收获后，决定编著一本全面介绍高次谐波的产生、危害与抑制的专业技术书籍，其中也介绍编著者所从事过的一些工作的心得及对一些问题的观点。

由于高次谐波问题涉及的学科领域极广，而编著此书又受到客观条件的限制，因此要在十几万字中完整而详细的阐述有关高次谐波的知识几乎是不可能的。为此，只能根据编著者所期望达到的目的：即为大专院校高年级学生提供一本讲授电力系统谐波的教材，并作为广大电力技术人员以及大中型企业有关技术人员的专业技术参考书。在保持内容的完整性的基础上，择要取材，编著成本书。

三相不对称非线性负载不仅将产生高次谐波，而且要产生严重的负序分量。电气机车是这一类最典型的负载。对于负序分量性质的谐波的产生，理所当然应予讨论，而其危害性则不再讨论，以免冲淡主题。此外，有一类负载产生暂态性（即突发性）谐波，限于篇幅，本书也仅给出概念，不予深入讨论。

围绕所要达到的编著目的，将全书分成七章来论述。

编著者认为，电力系统高次谐波学科领域内有许多学术与技术上的问题尚待研究和解决；这是电力系统及工业企业有关技术人员、高等院校电力专业的师生应共同去探讨，并将能陆续得到满意答案的。相信随之会有若干关于高次谐波的专著在我国发表。

本书的编写大纲由许克明副教授提出，编著者们讨论后确定。绪论及一、二、四、六章为许克明编写，第三、五两章由刘付平工程师编写，第七章由徐云高级实验师编写。最后由许克明对全书进行修改和定稿。

编著者特别感谢葛真教授，他在百忙之中，以严谨的治学精神审核了全书，并对本书提出了许多极为宝贵和中肯的意见。

在编著本书过程中，参考了许多文献资料，在此向这些文献的作者们遥致谢意。

由于水平所限，错误不当之处、挂一漏万的叙述当所难免，恳请本书读者批评指正。

编 著 者

1990年5月

绪 论

电力系统中，正常的电压和电流波形应是工频下的正弦波。但是，实际的波形总有不同程度的非正弦畸变。波形畸变这一现象早在本世纪20年代就已有报导，不过，却在近20几年才被世界各国电力系统的技术人员所重视，其原因很明显：各种换流器件的大量应用、电气机车行驶的范围与地区越来越广、电弧炉的容量越来越大以及家用电子电器的广泛普及等等，导致了电力系统波形严重畸变。波形畸变产生高次谐波，而高次谐波对系统内各种电力设备、用户和通讯线路带来危害。国民经济各部门乃至家庭都受到谐波的影响，谐波已成为电力系统中的公害。

因此，世界各国均对谐波问题日益关注。过去，对电能质量只要求频率与电压水平，现在，许多国家已制定了关于谐波限制的法规，对不同条件的电网中的谐波制订了具体的限制指标。我国已于1984年颁发了第一个谐波管理规定（暂行规定）。这无疑对我国抑制各行业谐波的产生，将起到良好的法律保证作用。

下面将简要地对谐波的产生、危害及抑制等几个重要问题及有关概念作一介绍，详细的分析与论述则见有关章节。此外，并就本书的一些有关问题向读者作出说明。

一、关于波形畸变及谐波的基本概念

1. 波形畸变的原因

电力系统中，一切非线性负载的存在，将要求电网提供非正弦形电流。例如，变压器的空载电流为尖顶波（见图2-1），因此，除了特殊情况外，非线性负载“产生了”畸变电流波形，并引起电压波的畸变。前面所提到的换流器等均为当前电力系统中最多、最大的非线性负载。

单相非线性负载不仅使波形畸变，而且使系统三相不对称，其影响也更为严重。

2. 谐波的概念和性质

众所周知，任何周期性非正弦波可用一个基频正弦波加上一系列其它正弦波表示，这些正弦波通常有着比基波小的幅值和为基频整数倍的频率，后者即为谐波。按照国际上的通行定义是，谐波是一个周期量的正弦波分量，其频率为基波频率的整数倍。

由于谐波频率总是高于基波，因此往往又称为高次谐波。

利用傅里叶级数可以很方便地将周期性的畸变波分解成恒定（直流）分量、基波分量及谐波分量。这样的分解，适合于用数学方法进行定量分析，并有以下优点：

- (1) 在线性网络中，每一次谐波可认为是独立的，因而可简化问题的讨论。
- (2) 可以与采用现代仪器进行精确的测量协调一致。
- (3) 可以方便地计算出偏离正弦波的各谐波量。
- (4) 可以对不同负载下的畸变波进行分析与比较。
- (5) 方便提出对各次谐波的限制。

在讨论谐波问题时，有两个情况应予注意；其一，电力系统中有时还存在频率为基波频

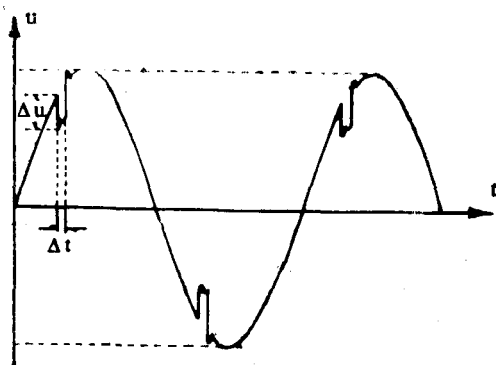


图0-1 波形有局部畸变的实例图形

率的分数倍，例如为 $1/2$ 、 $1/3$ 等次数的波形，这称为分数谐波，以区别于频率为基波整数倍的谐波。

此外，在某些情况下，电网中的波形在很小部分上发生畸变；如图0-1所示的波形，有很小部分为一凹口，此时畸变波也是周期的，因此也可以用谐波来表示。但通常并不认为这种波形要用谐波来分析，而只认为是一种暂态过程。这种波形的下凹大小 Δu 以畸变偏差百分值 δu 来衡量：

$$\delta u = \frac{\Delta u}{U_{1m}} \times 100\% \quad (0-1)$$

式中 U_{1m} 为基波峰值。对 δu 的最大可能值应加以限制。

可以将系统中的谐波发生源（简称谐波源）分成3种：

第一种是稳态性：产生的谐波成分与幅值基本上稳定不变。例如电网电压稳定时的变压器铁芯非线性特性产生的谐波、带稳定负载的整流器等。

第二种是动态性：产生的谐波具有明显的随机性，例如电弧炉、电气机车等。尤其是电弧炉，冶炼过程的不对称性、电弧燃烧的不稳定性，使谐波幅值大小及成分经常变动。

第三种是突发性：这种谐波源在正常运行时并不产生谐波，只在特定条件下产生。例如变压器空载合闸的励磁涌流、投入电容器组时的暂态过程即是典型的突发性谐波源。这实际上是一种过渡过程。凡是过渡过程，均不在本书讨论的范畴。

二、谐波的危害

谐波在电力系统内造成对波形的污染。谐波源是一个污染源。谐波带来的危害与不良影响表现在以下几个方面：

由于流过高次谐波电流，造成供用电设备因额外损耗而过热，或者发生磁感应障碍。

由于高次谐波而形成畸变波，对利用电压波形控制的设备，可能造成误动或失控。

具体表现的例子是：电容器会过热，振动、产生异音，以致损坏；串联电抗器也表现为过热、异音，以致烧损，高次谐波对串联抗器的温升危害比电容器大；旋转电机将因附加损耗而过热；变压器增加了损耗。电网也增加了损耗。

此外，通讯线路将出现噪音和危险的感应电势。声、象系统中的电子元件、电容器的寿命下降、产生杂音及显象模糊。量测仪器产生误差，继电器误动等等。

可以说，一切非人们主观意愿而产生的高次谐波，只给电力系统带来危害和不良影响。

三、谐波的监测与抑制

指出谐波的危害与不良影响后，显然应该制定电力法规来限制谐波源产生的谐波；在电网中对谐波进行检测，当谐波超过容许限度时，应该提出相应的技术措施来抑制谐波。抑制谐波的真实物理意义是将谐波具有的能量尽可能用一个装置吸收，不让谐波进入系统或只有很少量进入系统。

四、本书各章内容简介

本书分成七章来论述有关谐波的知识。

第一章对非线性负载产生谐波的过程进行数学分析；并对必要的电工原理、傅里叶级数作必要复习。其中，关于无功功率，引入了广义无功功率概念，对功率因数也因谐波的存在得出新的含义。此外，还对进一步分析谐波需要掌握的离散傅里叶变换、快速傅里叶变换以及滤波器概念进行介绍。

第二章讨论了最常见、对电力系统影响也最大的几种非线性负载产生谐波的机理。其中并介绍了编著者发现的非线性负载的分岔现象。若干次要的谐波源或虽非次要但可借助已讨论的谐波源来解释其工况的其它谐波源则因限于篇幅，不作介绍。

由于电容器在谐波存在的电网中有着独特的作用，使用得当，可以提高功率因数，限制谐波；使用不当则能放大谐波，自身也易受损。为此，专门用第三章讨论谐波与电容器。同时，对于当今高压电力系统中已较广泛使用的静止无功功率补偿装置与谐波的关系也进行了讨论。

第四章专门对谐波在电网中对各种电气设备、仪表等造成的危害与不良影响进行介绍。由于谐波的危害及不良影响涉及面极宽，本章只能选择较重要的设备、仪表进行讨论。

当电网中存在谐波电流与谐波电压，按照傅里叶级数分解，则存在基波潮流与谐波潮流。当一个新的谐波源投入系统的前后，应分析谐波潮流。当今多用牛顿-拉夫逊法计算。为此，专门用第五章介绍用牛顿-拉夫逊法计算谐波潮流。由于电网中的谐波源有许多是动态性的，因此，编著者认为应用牛顿-拉夫逊法解算谐波潮流时，不能满意地解决这种随机性很大的谐波潮流；为此，本章又专门对随机性谐波潮流进行讨论。

第六章介绍抑制谐波的几种方法，主要讨论交流滤波器及有源滤波器。

在介绍抑制方法之前，还介绍了国内外限制谐波的若干规定及管理要点。

第七章介绍谐波及谐波阻抗的测量方法以及几种主要测量仪器的工作原理、使用方法。

本书的七个篇章较系统地阐明了谐波的产生、危害与抑制三大问题。

讨论电力系统高次谐波的一切问题，均应围绕工程应用进行。说明高次谐波的各种危害性，在于提醒有关人员对这一公害的重视；探讨各种谐波源产生谐波的机理是为了寻求良好的解决谐波的办法；而更应关注的是提出简单实用、经济效果良好的抑制谐波能量的方案。

目 录

绪 论	(1)
第一章 谐波分析的基础知识	(1)
§ 1-1 基本概念	(1)
§ 1-2 非正弦波的傅里叶级数分析法	(3)
§ 1-3 非正弦波作用于线性电路的稳态计算	(7)
§ 1-4 非正弦电流与电压的有效值、平均值及表征波形畸变的系数	(11)
§ 1-5 非正弦电流电路的功率	(14)
§ 1-6 三相电路中的非正弦状态	(16)
§ 1-7 非正弦周期信号的数字分析	(20)
§ 1-8 滤波器及数字滤波器简介	(28)
第二章 谐 波 源	(34)
§ 2-1 概 述	(34)
§ 2-2 变压器	(35)
§ 2-3 换流器	(36)
§ 2-4 电气化铁道与电力机车	(44)
§ 2-5 电弧炉	(57)
第三章 谐波与并联电容器及无功补偿	(60)
§ 3-1 电容器对谐波电流的放大	(60)
§ 3-2 电容器的谐波过载能力	(64)
§ 3-3 电容器和电抗器额定参数选择的一般原则	(68)
§ 3-4 谐波与静止无功补偿装置	(70)
第四章 谐波的危害与影响	(72)
§ 4-1 谐波对发电机、变压器和电动机的影响	(72)
§ 4-2 谐波功率	(74)
§ 4-3 谐波对电度计量的影响	(75)
§ 4-4 谐波对测量仪表的影响	(76)
§ 4-5 谐波对继电保护的影响	(80)
§ 4-6 谐波对通信线路的干扰	(86)
第五章 谐波潮流的分析	(88)
§ 5-1 电网的牛顿-拉夫逊法潮流计算	(88)
§ 5-2 电网元件的谐波模型	(93)
§ 5-3 谐波源的一般表达式	(96)
§ 5-4 谐波潮流的牛顿-拉夫逊法计算	(98)

§ 5-5	电力系统中高次谐波的随机分析讨论	(101)
第六章	谐波的抑制	(104)
§ 6-1	国内外限制电力系统谐波的规定	(104)
§ 6-2	抑制谐波的方法概述	(111)
§ 6-3	交流滤波器	(112)
§ 6-4	有源滤波器	(120)
第七章	高次谐波及谐波阻抗的测量	(123)
§ 7-1	高次谐波的测量及测量设备	(123)
§ 7-2	几种谐波测量仪	(124)
§ 7-3	一种谐波分析仪硬件及软件流程图的介绍	(130)
§ 7-4	配电系统的谐波阻抗测量原理	(132)
§ 7-5	利用电力系统中的固有扰动测量谐波阻抗	(135)
参考文献目录		(138)

第一章 谐波分析的基础知识

本章给出谐波的基本概念、谐波分析方法，并介绍因波形畸变引入的畸变功率及广义无功功率概念，最后介绍了离散傅里叶变换及快速傅里叶变换、数字滤波器，为数字计算机分析谐波打下必要的基础。

§1-1 基本概念

一、高次谐波的产生

电力系统中，人们总是希望电网的稳态电压、电流为理想的正弦波，即：

$$u(t) = U_m \cos \omega t \quad (1-1)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (1-2)$$

式中认为电压的初始相角为 0。

但是，系统中总存在各种非线性负荷，或者，某些元件因运行区域的改变而呈现不能忽略的非线性；前者最典型的如各式整流器件，后者例如磁性元件运行于饱和区时。于是，系统中将产生高次谐波，即出现频率为基波频率整数倍的正弦波电量。这称为非线性元件的频率变换作用。也是电力系统中高次谐波产生的重要机理。

可用单一正弦波作用于—非线性器件来说明频率变换作用。将非线性器件的伏安特性 $i = f(u)$ 展开为泰勒级数，即从幂级数的形式来表示其伏安特性，当在 $u = 0$ 上展开时，可得：

$$\begin{aligned} i = f(u) &= f(0) + f'(0)u + \frac{f''(0)}{2!}u^2 + \frac{f'''(0)}{3!}u^3 + \dots \\ &= a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + \dots \end{aligned} \quad (1-3)$$

式中 $a_0 = f(0)$ ； $a_1 = f'(0)$ ； $a_2 = f''(0)/2!$ ； $a_3 = f'''(0)/3!$ ，为展开式中各项系数。

当 $u = U_m \cos \omega t$ ，代入式 (1-3)，则得到流过非线性器件的电流为：

$$i = a_0 + a_1U_m \cos \omega t + a_2U_m^2 \cos^2 \omega t + a_3U_m^3 \cos^3 \omega t + a_4U_m^4 \cos^4 \omega t + \dots \quad (1-4)$$

利用三角公式：

$$\cos^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t)$$

$$\cos^3 \omega t = \frac{1}{4}(3 \cos \omega t + \cos 3\omega t)$$

• 本书中将正弦函数或余弦函数表示式的波形均称为正弦波，这并不影响对问题的讨论。

$$\cos^4 \omega t = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} + 2\cos 2\omega t + \frac{1}{2} \cos 4\omega t \right)$$

.....

代入式(1-4), 整理后得:

$$\begin{aligned} i = & \left(a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{3}{8} a_4 U_m^4 + \dots \right) + \left(a_1 U_m + \frac{3}{4} a_3 U_m^3 + \dots \right) \cos \omega t \\ & + \left(\frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{1}{2} a_4 U_m^4 + \dots \right) \cos 2\omega t + \left(\frac{1}{4} a_3 U_m^3 + \dots \right) \cos 3\omega t \\ & + \left(\frac{1}{8} a_4 U_m^4 + \dots \right) \cos 4\omega t + \dots = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t \\ & + A_4 \cos 4\omega t + \dots \end{aligned} \quad (1-5)$$

$$\text{式中 } A_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{3}{8} a_4 U_m^4 + \dots;$$

$$A_1 = a_1 U_m + \frac{3}{4} a_3 U_m^3 + \dots;$$

$$A_2 = \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{1}{2} a_4 U_m^4 + \dots;$$

$$A_3 = \frac{1}{4} a_3 U_m^3 + \dots;$$

$$A_4 = \frac{1}{8} a_4 U_m^4 + \dots;$$

从式(1-5)看出, 通过非线性器件的电流不仅有外加电压的频率的分量, 还有直流分量以及2倍频率、3倍频率及更高倍数频率的分量, 即2次谐波、3次谐波及更高次谐波分量。由此说明了非线性元件实现了频率变换, 从而产生了高次谐波。图1-1表示出这一频率变换过程。

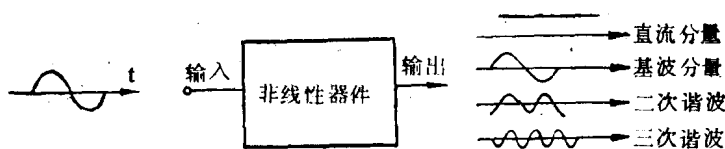


图1-1 正弦电压作用于非线性器件的输出电流示意图

将非线性器件输出即式(1-5)的各分量相加, 则得到完整的输出波形, 显然这是一个周期性的畸变的非正弦波。由此可见, 畸变波形可以用包含直流分量在内的若干正弦波合成近似。其中用 $\cos \omega t$ (或 $\sin \omega t$)表示的分量为基波分量, 为了更好地表明基波分量的频率, 常将它写成 ω_1 , 相应地, 2次谐波表为 $\cos 2\omega_1 t$ (或写成 $\sin 2\omega_1 t$), 3次谐波为 $\cos 3\omega_1 t$ (或 $\sin 3\omega_1 t$)等等。式(1-5)中, 各次谐波初始相角均为零, 在认为各次谐波均具有一定(由电路初始条件、电路性质确定)初始相角后, 可得到式(1-5')的更一般表示式:

$$i = A_0 + A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots + A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) + \dots \quad (1-5')$$

式中 φ_i ($i = 1 \sim n$) 为各分量的初始相位。

二、高次谐波和分数谐波

电力系统中除了高次谐波外, 有时还存在一类频率不是基波频率整数倍的正弦分量, 称

这种正弦分量为分数谐波。当谐波电压作用于某些特定的电气设备时，就会产生分数谐波电流，该电流在系统阻抗上产生的电压降将使系统电压中含有分数谐波电压。例如，谐波电压的存在，将会导致处于异步运行的感应电动机的转子（在定子方面）产生分数谐波电流。

分数谐波将给电气设备运行带来危害。对分数谐波的抑制方法与谐波的抑制方法是类似的。本书不讨论分数谐波。

有关谐波的其它概念，将在以后各章节中讨论到相关问题时再引入。

§1-2 非正弦波的傅里叶级数分析法

对于周期性非正弦函数进行分析的最通常方法是以傅里叶级数为工具，将周期性非正弦波展开成各次谐波，然后求取电路对各次谐波的响应。将各次谐波叠加，则得到电路的总的合成波。

本节只对傅里叶级数在分析非正弦函数的应用进行复习和讨论。

一、傅里叶级数分析法

一个周期性非正弦函数可表示为：

$$f(t) = f(t + KT) \quad (K = 0, 1, 2, \dots) \quad (1-6)$$

若该函数 $f(t)$ 满足狄里赫利条件（即在有限区间内，函数仅有有限个间断点及有限个极值），就可表示（分解）为无限个三角（谐波）级数的形式：

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t + \varphi_n) \quad (1-7)$$

$$\text{或} \quad f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (1-8)$$

$$\begin{aligned} \text{式中} \quad & A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ & \varphi_n = \operatorname{tg}^{-1} a_n / b_n \quad (b_n > 0) \\ & \varphi_n = \operatorname{tg}^{-1} a_n / b_n + 180^\circ \quad (b_n < 0) \end{aligned} \quad (1-9)$$

$$\text{或} \quad \left. \begin{aligned} a_n &= A_n \sin \varphi_n \\ b_n &= A_n \cos \varphi_n \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

由于三角函数是完备的正交函数组^{*}，因此有以下积分式成立：

$$\left. \begin{aligned} \int_0^T \cos n\omega_1 t \cos m\omega_1 t dt &= \begin{cases} T/2 & (m=n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases} \\ \int_0^T \sin n\omega_1 t \sin m\omega_1 t dt &= \begin{cases} T/2 & (m=n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases} \\ \int_0^T \cos n\omega_1 t \sin m\omega_1 t dt &= 0 \quad \begin{cases} (m=n) \\ (m \neq n) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

利用正交性容易求得各系数的计算式为：

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_1 t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_1 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

• 一组连续函数 $\{u_n(t)\} = \{u_0(t), u_1(t), \dots\}$ 在区间 (t_0, t_0+T) 上有:

$$\int_T u_m(t) u_n(t) dt = \begin{cases} C & \text{当 } m=n \\ 0 & \text{当 } m \neq n \end{cases}$$

则称 $\{u_n(t)\}$ 是正交的。

又当正交组 $\{u_n(t)\}$ 满足以下两条件时, 则认为是完备的:

1. 不存在这样的信号 $x(t)$, 它满足:

$$\int_T x^2(t) dt < \infty$$

而能使 $\int_T x(t) u_n(t) dt = 0 \quad (n=0, 1, 2, \dots)$

2. 对任何满足 $\int_T x^2(t) dt < \infty$ 的分段连续信号 $x(t)$, 以及无论怎么小的 $\epsilon > 0$, 总存在一个正

整数 N 与有限展开式: $\hat{x}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n u_n(t)$ 使得:

$$\int_T |x(t) - \hat{x}(t)|^2 dt < \epsilon$$

三角函数组与指数函数组 $\{e^{jn\omega_1 t}\}$ 均满足此条件。

利用欧拉公式可将式 (1-7)、(1-8) 改写成复数或指数形式:

$$f(t) = A_0 + \frac{1}{j2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\dot{A}_n e^{jn\omega_1 t} - \dot{A}_n^* e^{-jn\omega_1 t} \right) \quad (1-13)$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_1 t} \quad (1-14)$$

式中

$$\begin{aligned} \dot{A}_n &= A_n e^{j\varphi_n} \\ \dot{A}_n^* &= A_n e^{-j\varphi_n} \\ C_n &= \frac{a_n - jb_n}{2} = |C_n| e^{j\varphi_n} \end{aligned} \quad (1-15)$$

用指数形式表示的傅里叶级数在频域内分析问题时常被应用。其求和从 $-\infty$ 开始, 应予以注意。

式 (1-15) 中系数的算式为:

$$\begin{aligned} \dot{A}_n &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \\ \dot{A}_n^* &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{jn\omega_1 t} dt \\ C_n &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \end{aligned} \quad (1-16)$$

二、非正弦函数的波形分析

非正弦函数分解为谐波函数时，应利用其波形特征，即注意其对称条件。

1. 函数 $f(t)$ 对称于坐标原点，如图1-2(a)所示。此为奇函数，有 $f(t) = -f(-t)$ 。于是

$$-f(-t) = -A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (-a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (1-17)$$

显然，要满足 $f(t) = -f(-t)$ 的条件，必须有：

$$A_0 = 0, \quad a_n = 0$$

因此，当 $f(t)$ 为奇函数时，谐波函数只含正弦函数项。

2. 函数 $f(t)$ 对称于纵轴，如图1-2(b)所示。此为偶函数，有 $f(t) = f(-t)$ 。于是，级数展开式为：

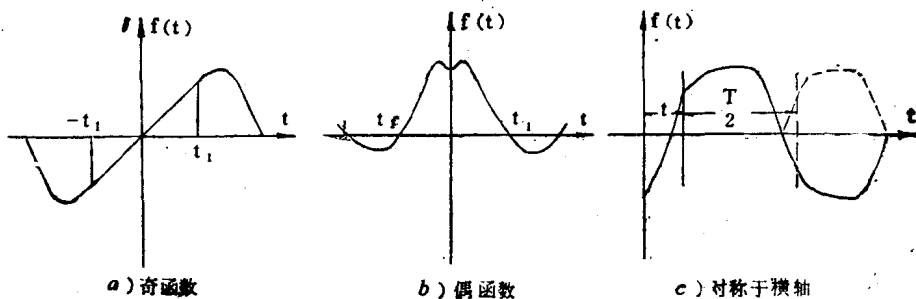


图1-2 非正弦函数波形特征

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (1-18)$$

$$f(-t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t - b_n \sin n\omega_1 t)$$

要满足 $f(t) = f(-t)$ 条件，必有 $b_n = 0$ ，因此，当 $f(t)$ 为偶函数时，级数展开式只有直流恒定分量和余弦函数项。

3. 函数 $f(t)$ 的波形在坐标图上沿时间轴移动半个周期后与原波形对称于横轴（镜像对称），如图1-2(c)所示。显然有 $f(t) = -f(t + T/2)$ 。据此，有

$$\begin{aligned} -f(t + T/2) &= -A_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(n\omega_1 t + \frac{n\omega_1 T}{2}\right) + b_n \sin\left(n\omega_1 t + \frac{n\omega_1 T}{2}\right) \right] \\ &= -A_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(n\omega_1 t + n\pi) + b_n \sin(n\omega_1 t + n\pi) \right] \end{aligned} \quad (1-19)$$

要满足 $f(t) = -f(t+T/2)$ 的条件，必有 $A_0 = 0$ ，且 n 只能为奇数时成立；因此级数展开式只含奇次谐波项。

习惯上将图1-2(c)波形称为对称于横轴。

由以上分析可见，直流分量是否存在取决于波形在横轴上下部分面积是否相等，相等时 A_0 为零。

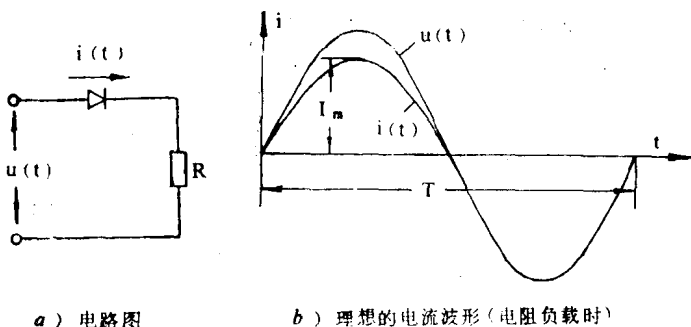
分析波形时应注意不要把奇函数、偶函数与奇次谐波函数、偶次谐波函数的概念混淆起来。 $f(t)$ 是否为奇函数或偶函数常与计时起点选择有关，例如众所周知， $\sin \omega t$ 为奇函数，但起点移动 $\frac{\pi}{2}$ 后则成为 $\cos \omega t$ ，这是偶函数。至于奇次谐波函数或偶次谐波函数是指表征奇次或偶次谐波的函数式，与 $f(t)$ 的坐标原点选择无关。

表1-1 波形特征与傅里叶系数

系 数	A_0	a_n	b_n	注
对 称 于 纵 轴	$\neq 0$	$\neq 0$	0	偶 函 数
对 称 于 原 点	0	0	$\neq 0$	奇 函 数
对 称 于 横 轴	0	$a_{2n+1} \neq 0$ $a_{2n} = 0$	$b_{2n+1} \neq 0$ $b_{2n} = 0$	奇谐波函数 $n=0, 1, 2, 3 \dots$

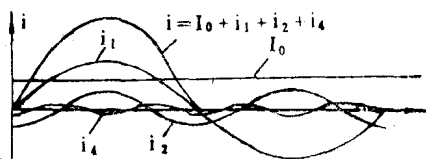
表1-1给出了函数 $f(t)$ 特征与傅里叶级数展开式中系数的关系。

将函数 $f(t)$ 分解为谐波级数，级数项数应为无穷，才能准确地再现原来的函数。实际上只能将 $f(t)$ 有限地分解为若干项数，因此，这是一个近似方法，且产生了计算误差问题。级数截取多少项才满足要求，应视计算要求精度而定，并通过相邻两次谐波的系数比值大小来了解级数的收敛速度，如果 A_n/A_{n+1} 比值大，则收敛快，可以少截取几项来计算，反之应多取几项。一般来讲，波形越光滑、越接近正弦形、其收敛速度越快。通常情



a) 电路图

b) 理想的电流波形(电阻负载时)



c) 电流波形的部分分量及其合成

图1-3 理想半波整流电路电流的分解与合成

况下，谐波次数越高，其振幅越小，级数项截取到7~9项大多已能满足工程需要。更详细讨论见下一节。

现以图1-3(a)所示电路来说明这一近似。图中为一理想整流器，负载为固定电阻；在正弦电压作用下，电流 $i(t)$ 可用振幅为 I_m 的半个正弦波表示，如图1-3(b)。即

$$i(t) = \begin{cases} I_m \sin \omega t & \text{当 } 0 \leq t \leq T/2 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } T/2 \leq t \leq T \text{ 时} \end{cases}$$

利用式(1-12)可得 $i(t)$ 的级数形式如下:

$$i(t) = \frac{I_m}{\pi} + \frac{I_m}{2} \sin \omega t - \frac{2I_m}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \times 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \times 5} + \dots \right)$$

图1-3(c)表示出直流恒定分量 I_0 及基波 i_1 , 2次和4次谐波 i_2 与 i_4 的波形, 以及合成波形 $i = I_0 + i_1 + i_2 + i_4$ 。可以看出, 合成波已很接近所给定的波形。

三、非正弦周期函数的频谱

将周期函数用傅里叶级数展开成谐波相加形式后, 可以直观地了解各次谐波幅值大小及初相角。由傅里叶级数的系数公式可见, 其幅值和初相角可视为角频率(或频率) $\omega = n\omega_1$ 的函数。这一关系可用图形描述。横坐标为角频率(或频率), 纵坐标为幅值 $|A_n(\omega)|$ (将 $|A_n|$ 改写为 $|A_n(\omega)|$, 表示是 ω 的函数), 或为初相位 $\varphi_n(\omega)$, 前者称幅值频谱, 即幅频特性; 后者称相位频谱, 即相频特性。对于周期性的连续函数, 显然频谱图上只有横轴上对于

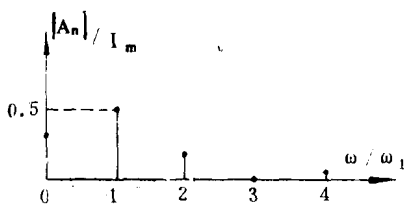


图1-4 图1-3的幅值频谱图

ω_1 为整数倍的 $n\omega_1$ 处才是有意义的。对于 n 不为整数则无意义, 因此画出的谱线是离散的, 称为离散频谱。实际工作中对幅值频谱更关心。上例的电流幅值频谱如图1/4所示。横坐标取为 ω/ω_1 , 纵坐标为 A_n/I_m 。周期函数的频谱是离散的。当采用指数形式表征的级数时, 幅值频率的纵坐标为 $|C_n(\omega)|$, 横

坐标则由 $-\infty$ 到 $+\infty$, 负频率只有数学意义而无工程实际含义。

利用频谱来分析谐波, 可以很清晰地看出各次谐波变化规律, 分析方便, 但不直观。

§1-3 非正弦波作用于线性电路的稳态计算

不论来至何处的谐波电源, 将对电力系统中各阻抗元件作用, 系统中大量元件在工程允许范围内均是线性的。因此, 这是非正弦波作用于线性电路, 本节讨论其稳态计算。

一、周期函数分解为谐波作用于线性电路

一个周期性非正弦电源作用于线性电路, 稳态分析时, 是将该周期函数分解为谐波, 电路实际的非正弦稳态则认为是各次谐波的叠加。例如, 如果电路中的电势是非正弦的:

$$e(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_{nm} \sin(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

则认为各谐波电势同时作用于电路, 又因电路是线性的, 则每个电势是独立作用的。

同时, 对于每个谐波电势, 电路以一等效电路与之对应, 各谐波电势作用下的等效电路彼此是独立的。每个等效电路中的电流和电压都与所作用的电源(电流源或电压源)参数的频率相同。每一等效电路都符合电路定律;

$$\sum \dot{I}_n = 0 \quad (1-20)$$

$$\sum Z_n \dot{I}_n = \sum \dot{E}_n \quad (1-21)$$

对于电路任一部分的合成电流与合成电压可按叠加原理求出。

由此可见, 线性电路中非正弦量的计算可归结为对各整数倍频率正弦状态的计算及各谐波的合成。

二、非正弦状态下的电路特性

对于不同的频率, 任意电路的独立支路阻抗是不同的, 主要是由于线性电感 L 与线性电容 C 所呈现的感抗 $X_{nL}=n\omega_1 L$ 和容抗 $X_{nC}=1/n\omega_1 C$ 与谐波次数 n 有关所致。

对于基波感抗大(与电阻相比较)的支路, 各高次谐波电压的相对值大于电流的相对值。而容抗大(与电阻相比较)的支路, 随着频率增大, 谐波电流的相对值可能大于电压的相对值。

在实际工程问题中, 一些在工频基波下可以被忽略的因素在高频作用时不能忽略, 例如线圈的匝间分布电容在高频时应予考虑; 一段输电线路在工频时视为集中参数而高频时应可能要用等值链式电路来计算。

现举例说明。

设对于一线性电感线圈上施加一非正弦电压, $u(t)$ 对称于横轴, 故无偶次谐波。设基波幅值 $U_{1m}=1$, 3次谐波 $U_{3m}=0.15$, 5次谐波 $U_{5m}=0.10$; U_{7m} 及以上幅值很小, 可略去不计, 线圈电阻忽略不计。讨论其电流波形。

因为 $X_{nL}=n\omega_1 L=nX_{1L}$, 所以 $X_{3L}=3X_{1L}$, $X_{5L}=5X_{1L}$, 于是设基波电流幅值 $I_{1m}=1$, 则 $I_{3m}=0.15/3=0.05$, $I_{5m}=0.10/5=0.02$, 可见, 电感电路的电流波形比电压曲线更接近于正弦波。即电流畸变小。

类推, 容性电路的电压曲线比电流曲线畸变小。

由于感抗与容抗在不同频率下呈现不同的值; 因此, 在线性电路各局部范围内, 可能会在某次谐波时出现谐振现象: 在电感 L 和电容 C 串联电路上, 当 $X_{nL}=X_{nC}$ 时产生电压谐振; 在 L 和 C 并联电路上, 当 $b_{nL}=b_{nC}$, 即 $1/n\omega_1 L=n\omega_1 C$ 时出现电流谐振。这类谐振均属不良现象, 会使电压曲线或电流曲线严重偏离正弦形, 或产生过电压。

再举一例, 有一无分支串联电路参数如下: 电阻 $r=5\Omega$, 电感 $L=20\text{mH}$, 电容 $C=20\mu\text{F}$, 所加的电势为:

$$e(t)=100(\sin\omega t+0.1\sin3\omega t+0.1\sin5\omega t) \text{ V}$$

基波频率 $f_1=50\text{Hz}$ 。试确定电路中的电流。

解: 对于基波

$$X_{1L}=2\pi f_1 L=6.28\Omega; X_{1C}=\frac{1}{2\pi f_1 C}=159.2\Omega$$

电流的基波分量为:

$$\dot{I}_{1m}=\frac{\dot{U}_{1m}}{r+j(X_{1L}-X_{1C})}$$

由于 $|X_{1C}-X_{1L}|=152.92\Omega\gg5\Omega$, 因此电流的基波分量实际上由容抗来确定: