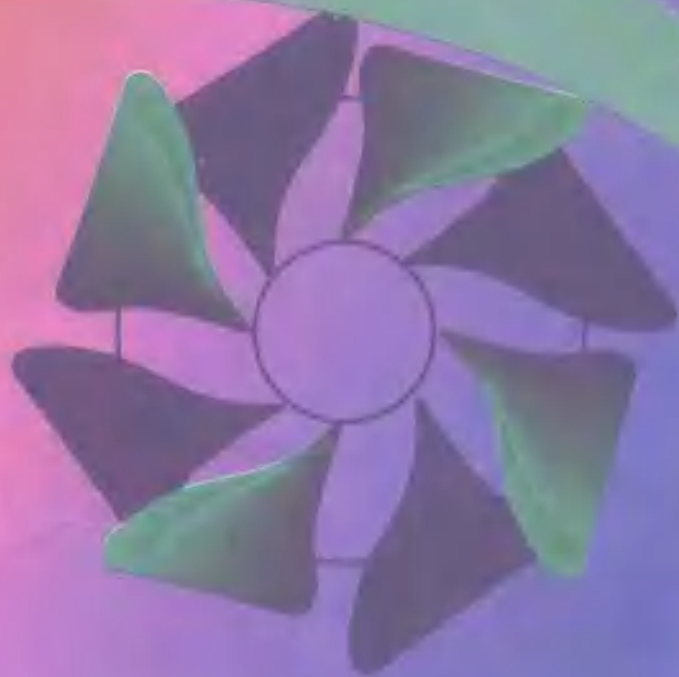


旋转机械故障机理及诊断技术

韩捷 张瑞林等 编著



机械工业出版社

1117
912

493827

旋转机械故障机理 及诊断技术

韩捷 张瑞林等 编著



机械工业出版社

本书是作者在总结旋转机械故障机理及诊断技术科学研究成果与教学经验的基础上,参考国内外有关资料编写的。书中简要介绍了动态机械信号的描述、模拟信号的离散、数据处理以及工程实际中常用的信号分析方法;在此基础上,重点介绍了旋转机械转子系统、齿轮装置及滚动轴承的故障机理与诊断技术,其中包括振动的产生原因、故障的识别特征、故障的治理措施等。书中还对机械故障的灰色、模糊、神经网络等诊断技术与专家系统作了较为详尽的介绍。作为一种实用的推广技术,最后介绍了国内外大型旋转机械在线监测与故障诊断系统及其主要性能。

本书可供机械、石油、化工、冶金、电力等行业的工程技术人员使用,也可作为机械类本科高年级学生、研究生的教学参考书。

DV05/29
图书在版编目(CIP)数据

旋转机械故障机理及诊断技术/韩捷 张瑞林等编著. 北京:机械工业出版社, 1997. 8

ISBN 7-111-05692-2

I. 旋… I. ①韩…②张… II. 旋转-机械传动装置-故障诊断
N. TH17

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第10932号

出版人:马九荣(北京市百万庄南街1号 邮政编码100037)

责任编辑:荆宏智 版式设计:冉晓华 责任校对:刘志文

封面设计:范如玉 责任印制:卢子祥

北京市密云县印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

1997年8月第1版第1次印刷

787mm×1092mm^{1/16}·15.5印张·378千字

0 001—4000 册

定价:26.50元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

序

《旋转机械故障机理及诊断技术》是作者为机械、石油、化工、冶金、电力等行业的工程技术人员以及相应专业的本科高年级学生、研究生撰写的一本工程应用或教学参考书。书中凝聚了作者多年来从事本科高年级学生、研究生“机械故障诊断技术”的教学经验，反映了他们多年来的科学研究和技术开发的成果以及国内外的成果与经验。

我是很赞成出版这本书的。一方面由于旋转机械的故障诊断技术在我国开展得比较好，工程实践中对于保证连续化作业的大型旋转机械设备的安、稳定、长周期、满负荷优质运行，提高经济效益起到了积极的作用，应及时总结推广；另一方面，由于本书把对故障机理的探讨放在重要的地位，这对于促进机械故障诊断技术的发展很有意义。

作者所在的郑州工业大学振动工程研究所，在机械故障诊断与预报，特别是旋转机械故障诊断领域中做过很多很有意义的工作。除了在本科生中开设选修课程、举办各种讲座、招收该方向的研究生外，还经常有新的研究成果问世。特别是在完成了“八五”国家重大技术装备科技攻关项目——“大型旋转机械在线监测与故障诊断系统”后，正在将成果向有关企业推广应用。《旋转机械故障机理及诊断技术》集中反映了作者的工作。“科学技术是第一生产力”，希望本书的出版能够在深入研究、广泛交流、大力推广应用机械故障诊断技术、促进学科建设和发展等方面起到积极的作用，为我国社会主义经济建设作出有益的贡献。

中国科学院院士 杨叔子
华中理工大学校长

1996年12月·武昌

前 言

旋转机械是机械设备的重要组成部分，如大型石油、化工、电力、冶金等行业的汽轮机、发电机、鼓风机、压缩机等都是典型的旋转机器，它们以转子及其它回转部件作为工作的主体，是企业的核心设备，一旦发生事故，将造成巨大损失。随着科学技术的进步与发展，设备的性能越来越好，功能越来越多，结构越来越复杂，自动化程度也越来越高；同时人们对设备安全、稳定、长周期、满负荷运行的要求也越来越迫切。然而，只有采用现代化手段，及时掌握设备的运行状态，才能预防故障，杜绝事故，延长设备运行周期，缩短维修时间，最大限度地发挥设备的生产潜力，提高经济效益和社会效益。这就对设备管理提出了更高的要求，这是新形势下设备现代化管理及机械故障诊断领域所面临的新的机遇和挑战。因此，把旋转机械的故障识别与诊断技术引向深入，使其在现代化设备管理过程中发挥越来越大的作用，为国民经济建设服务，是机械故障诊断领域的科研人员与广大现场工程技术人员所肩负的重要任务。

近代科学技术的各门学科的发展与进步是相互渗透、相互促进的。旋转机械的故障诊断技术是借助机械振动、转子动力学等理论深入研究和认识设备的故障机理；运用现代测试技术，测量与监视伴随设备运行的振动、噪声、温度、压力、流量等参量；利用信号分析与数据处理技术，对这些参量的模拟或数字信息进行分析处理；建立动态信息与设备故障之间的联系，运用智能科学技术确定设备的诊断思想；以计算机技术为核心，建立故障监测与诊断系统。本书旨在向读者介绍旋转机械故障机理分析及诊断技术所涉及的基本理论及实用方法。

郑州工业大学振动工程研究所（化学工业部机械振动研究检测中心）是中国振动工程学会故障诊断专业委员会的挂靠及理事长单位，70年代末以来，对旋转机械故障机理及诊断技术进行了系统的探讨，并开设了本科生课程，招收该方向的研究生，举办各种类型的培训班。本书是作者在总结旋转机械故障机理及诊断技术科学研究与教学经验基础上，参考国内外有关资料编写的。

参加本书编写的有韩捷、张瑞林、关惠玲、梁川。其中第一、二、三、四、五、七章由韩捷编写，第六章由张瑞林、韩捷编写，第八章由张瑞林编写，第九章由关惠玲编写，第十章由梁川编写。全书由韩捷、张瑞林统稿，机械工业部郑州机械研究所张信志高工（教授级）主审。

中国科学院院士、华中理工大学校长杨叔子教授在百忙中亲自审阅了书稿，并为本书作序；中原化肥厂、乌鲁木齐石化总厂、洞庭氮肥厂以及中原油田等项目合作单位在本书的编写过程中给予了大力的支持和帮助，在此深表谢意。

由于作者知识面与水平有限，书中难免有缺点和错误，敬请读者给予指正。

编 者

1996年12月

目 录

序

前言

第一章 绪论	1
第一节 故障的范畴与分类	1
第二节 故障诊断技术的范畴	2
第三节 故障诊断的应用范围与方法	3
第二章 动态信号及其基本描述	5
第一节 周期信号的合成与分解	5
第二节 非周期信号与傅里叶变换	11
第三节 随机信号及其统计函数	15
第三章 数字信号处理	20
第一节 模拟信号的高离散化	20
第二节 离散傅里叶变换——DFT	26
第三节 快速傅里叶变换——FFT	30
第四章 工程信号分析基础	35
第一节 信号的幅域分析	35
第二节 信号的时域分析	37
第三节 信号的频域分析	43
第四节 互功率谱密度与相干分析	51
第五节 倒频谱分析	55
第六节 细化分析	58
第七节 时间序列分析	63
第八节 瞬态信号的处理与分析	72
第五章 旋转机械的振动测试	76
第一节 旋转机械振动的测试方案	76
第二节 涡流式位移传感器	78
第三节 惯性式速度传感器	81
第四节 压电式加速度传感器	85
第五节 旋转机械的转速检测	88
第六节 旋转机械振动的相位检测	89
第六章 转子系统的故障机理及诊断技术	91
第一节 概述	91
第二节 转子振动的基本概念	92
第三节 转子不平衡的故障机理与诊断	98
第四节 转子弯曲的故障机理与诊断	103
第五节 转子不对中的故障机理与诊断	106
第六节 油膜涡动和油膜振荡的故障机理与诊断	114
第七节 旋转失速的故障机理与诊断	123
第八节 喘振的故障机理与诊断	126

第九节	转子与静止件摩擦的故障机理与诊断	128
第十节	转子过盈配合件过盈不足的故障机理与诊断	132
第十一节	转子支承系统联接松动的故障机理与诊断	135
第十二节	密封和间隙动力失稳的故障机理与诊断	138
第十三节	转轴具有横向裂纹的故障机理与诊断	141
第七章	齿轮的故障机理及诊断技术	146
第一节	齿轮箱的失效与振动测定	146
第二节	齿轮的振动机理	149
第三节	齿轮的简易诊断方法	155
第四节	齿轮的精密诊断方法	158
第八章	滚动轴承的故障机理及诊断技术	169
第一节	滚动轴承的失效与振动测定	169
第二节	滚动轴承的振动机理	171
第三节	滚动轴承的故障诊断方法	174
第九章	旋转机械故障诊断技术及专家系统	185
第一节	旋转机械故障的灰色诊断技术	185
第二节	旋转机械故障的模糊诊断技术	190
第三节	旋转机械故障的神经网络诊断技术	199
第四节	旋转机械故障诊断专家系统	209
第十章	大型旋转机械在线监测与故障诊断系统简介	222
第一节	国外大型旋转机械在线监测与故障诊断系统简介	222
第二节	国内大型旋转机械在线监测与故障诊断系统简介	227
第三节	大型旋转机械在线监测与故障诊断系统的展望	239
参考文献	240

第一章 绪 论

设备故障诊断技术 70 年代初形成于英国，由于其实用性以及为社会和企业带来的效益，故日益受到企业和政府主管部门的重视。特别是近 20 年来，随着科学技术的不断进步和发展，尤其是计算机技术的迅速发展和普及，它已逐步形成了一门较为完整的新兴边缘综合工程学科。该学科以设备的管理、状态监测和故障诊断为内容，以建立新的维修体制为目标，在欧美、日本以不同形式获得了推广，成为国际上一大热门学科。

一台设备从设计、制造到安装、运行有诸多环节，任何不应有的偏差都可能导致设备的“先天不足”，造成带病运行。在运行过程中，设备可能处于各种各样的环境之中，其内部必然受到力、热、摩擦等多种物理、化学作用，使其性能劣化，造成“后天故障”。故障的产生可能造成生产系统的紊乱，使设备遭受损失，甚至使全线停工，造成巨大的经济损失，而且还可能破坏环境，危及人身安全，带来严重的社会问题。

过去一般只有在机器的运行出现问题，或者拆开检查才知道机器中某部分发生了故障。为了确保机器的正常运行，不得不规定定期维修检查制度，既不经济又不合理。故障诊断技术是依据设备在运行过程中，伴随故障必然产生的振动、噪声、温度、压力等物理参数的变化来判断和识别设备的工作状态和故障，对故障的危害进行早期预报、识别，防患于未然，做到预知维修，保证设备安全、稳定、长周期、满负荷优质运行，避免“过剩维修”造成的不经济、不合理现象。

随着计算机技术、信号分析与数据处理技术、测试技术、控制理论、振动和噪声理论及其它相关学科的发展，随着工业生产逐步向大型化、高速化、自动化方向迈进，为设备故障诊断技术开辟了广阔的应用前景，在实际生产中必将发挥更大的作用。

第一节 故障的范畴与分类

一、故障的范畴

设备故障是指设备不能按照预期的指标工作的一种状态，也可以说是设备未达到其应该达到的功能。其内容包括：

- 1) 能使设备或系统立即丧失其功能的破坏性故障。
- 2) 由于设计、制造、安装或与设备性能有关的参数不当造成的设备性能降低的故障。
- 3) 设备处于规定条件下工作时，由于操作不当而引起的故障。

二、故障的分类

故障的分类方法有多种，它们分别从不同的角度，如经济性、安全性、复杂性、故障发展速度、起因等方面，观察设备丧失工作效能的程度。

1. 按故障的性质分类

- (1) 人为故障 由于设备的操作者无意或有意造成的故障。
- (2) 自然故障 设备在运行时，因自身的原因而造成的故障。

2. 按故障发生的快慢程度分类

- (1) 突发性故障 发生前无明显可察觉征兆, 突然发生, 且破坏性较大的故障。
- (2) 渐进性故障 设备中某些零件的技术指标逐渐恶化, 最终超出允许范围而引起的故障。

3. 按故障的维持时间分类

- (1) 间断性故障 故障发生后, 在没有外界干涉的情况下, 很快恢复正常状态的故障。
- (2) 持续性故障 故障发生后, 直至外界采取措施, 方可恢复其原有功能的故障。

4. 按故障的发生程度分类

- (1) 局部性故障 部分性能指标下降, 但未丧失其全部功能的故障。
- (2) 完全性故障 设备或部件完全丧失其应达到的功能的故障。

5. 按故障产生的原因分类

- (1) 先天性故障 由于设计、制造不当而造成的设备固有缺陷而引起的故障。
- (2) 使用性故障 由于装配、运行过程使用不当或自然产生的故障。

6. 按故障造成的后果分类

- (1) 轻微故障 设备略微偏离正常的规定指标, 但设备运行受影响轻微的故障。
- (2) 一般故障 设备运行质量下降, 导致能耗增加、环境噪声增大等的故障。
- (3) 严重故障 某些关键设备或部件整体功能丧失, 造成停机或局部停机的故障。
- (4) 恶性故障 设备遭受严重破坏, 造成重大经济损失, 甚至危及人身安全或造成严重环境污染的故障。

第二节 故障诊断技术的范畴

设备故障诊断技术, 其实质是了解和掌握设备在运行过程中的状态; 预测设备的可靠性; 确定其整体或局部是正常或异常; 早期发现故障, 并对其原因、部位、危险程度等进行识别和评价; 预报故障的发展趋势, 并针对具体情况作出实施维护决策的技术。

设备故障诊断技术主要包括以下三个基本环节。

一、信息采集

设备故障诊断技术属于信息技术的范畴。其诊断依据是被诊断对象所表征的一切有用的信息, 比如振动、噪声、转速、温度、压力、流量等。没有信息, 故障诊断就无从谈起。对设备来说, 主要是通过传感器, 如振动传感器、温度传感器、压力传感器等来采集信息。人的感官也是一种特殊的传感器。因此, 传感器的类型、性能和质量、安装方法、位置以及人的思维和判断往往是决定诊断信息是否会失真或遗漏的关键。

二、分析处理

由传感器或人的感官所获取的信息往往是杂乱无章的, 其特征不明显、不直观, 很难加以判断。分析处理的目的是把采集的信息通过一定的方法进行变换处理, 从不同的角度获取最敏感、最直观、最有用的特征信息。分析处理可用专门的分析仪或计算机进行, 一般可从多重分析域、多重角度来观察这些信息。人的感官所获取的信息, 是在人的大脑中进行分析处理的。分析处理方法的选择、结果的准确性以及表示的直观性都会对诊断的结论产生较大的影响。

三、故障诊断

故障诊断包括对设备运行状态的识别、判断和预报。它充分利用分析处理所提供的特征信息参数,运用各种知识和经验,其中包括对设备及其零部件故障或失效机理方面的知识,以及设备结构原理、运动学和动力学、设计、制造、安装、运行、维修等方面的知识,对设备的状态进行识别、诊断,并对其发展趋势进行预测和预报,为下一步的设备维修决策提供技术依据。

上述三个环节的逻辑关系如图 1-1 所示。

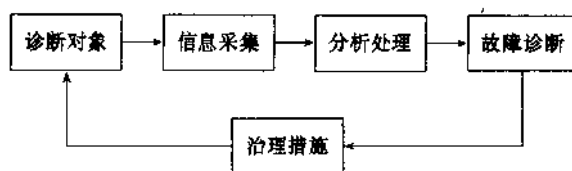


图 1-1 故障诊断逻辑示意图

第三节 故障诊断的应用范围与方法

一、故障诊断的应用范围

实施故障诊断技术的目的十分明确,即尽量避免设备发生事故,减少事故性停机,降低维修成本,保证安全生产以及保护环境,节约能源。或者说为了保证设备安全、稳定、可靠、长周期、满负荷地优质运行服务。因此,设备故障诊断技术最适用于下列设备:

- 1) 生产中的重大关键设备,包括没有备用机组的大型机组。
- 2) 不能接近检查、不能解体检查的重要设备。
- 3) 维修困难、维修成本高的设备。
- 4) 没有备品备件,或备品备件昂贵的设备。
- 5) 从生产的重要性、人身安全、环境保护等方面考虑,必须采用诊断技术的设备。

二、故障诊断的实施方法

故障诊断技术可根据不同的诊断对象、要求、设备、人员、时间、地点等具体情况,采取不同的诊断策略及实施措施。其基本实施过程如图 1-2 所示。

1. 按工作精细程度实施的诊断方法 按故障诊断的精细程度可分为简易诊断和精密诊断。

(1) 简易诊断 简易诊断是设备运行状态的初级诊断,目的是能够对设备的状态迅速有效地作出概括的评价。简易诊断主要由设备现场工作人员实施。

简易诊断通常是测定设备的某个较为单一的特征参数,检查其状态是正常还是异常。当特征参数在允许值范围以内时便认为是正常,否则为异常。往往以超过允许值的大小来表示故障的严重程度。当其达到某一设定值时就停机检修。若对设备进行定期或连续监测,便可获得设备故障发展的趋势性规律,并借此进行预测预报。一般说,简易诊断往往所用仪器比较简单,易于掌握,对人员素质要求不高,常作为一种常规检查措施。

(2) 精密诊断 精密诊断是在简易诊断基础之上所进行的更深层次的诊断,目的是对设备故障的原因、部位以及严重程度进行深入分析,做出判断,从而为进一步的治理决策提供

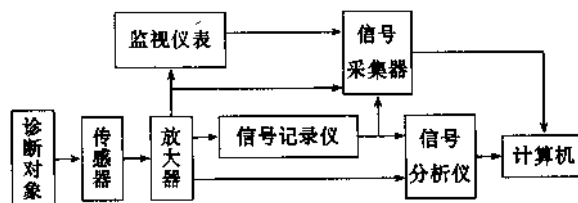


图 1-2 故障诊断的实施过程

依据。

精密诊断常需较精密的分析仪器，不仅价格昂贵，同时对使用人员的素质要求也比较高，不如简易诊断成熟和简便易行，因此往往应用于大型设备上。

图 1-3 所示为简易诊断与精密诊断的关系。

2. 按诊断方式实施的诊断方法 按诊断的方式及诊断仪器的使用情况可分为离线诊断和在线诊断。

(1) 离线诊断 离线处理、诊断一般是在现场完成信息采集，信息可以以模拟形式记录在磁带记录仪上，也可以以数字方式记录在便携式采集器上。分析处理和诊断工作可以在实验室或其它认为合适的地方进行。磁带记录仪所记录的信号可以经回放送入信号分析处理仪，也可经 A/D 转换送入计算机。采集器所记录的数字信号可直接送入计算机。诊断过程可以由人工完成，也可由配置专用诊断软件的计算机完成。

离线分析、诊断的优点是灵活、方便，投资较小。缺点是其分析结论有较长的时间滞后，不利于处理紧急故障。同时，很难进行连续监视，易遗漏故障。故一般用于设备的常规检查或不太重要的设备上。

(2) 在线诊断 在线诊断是将传感器所采集的信息直接送入分析处理仪，或经 A/D 转换直接用通讯电缆送入计算机。计算机可放在现场，也可远离现场，并即时进行分析处理和诊断。

在线诊断的优点是即时、迅速、实时性好，可保证不遗漏故障，但不灵活，造价高。一般为专门使用，故常用于关键的设备上。

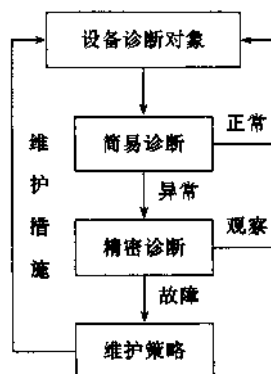


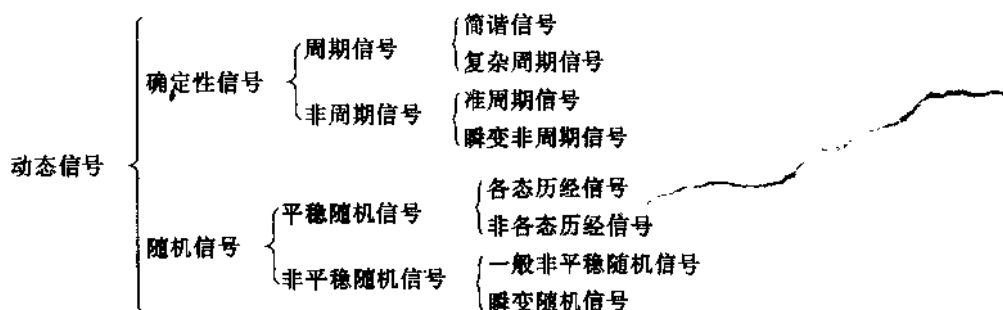
图 1-3 简易诊断与精密诊断的关系

第二章 动态信号及其基本描述

机械设备出现的故障种类繁多，其诊断信息包括温度、声音、振动、应力以及流量等等。在石油、化工、冶金、机械、发电等大、中型企业中，旋转设备约占 80%，包括压缩机、鼓风机、汽轮机、发电机、轧钢机等。对旋转设备来说，没有任何一种信息能象振动那样对设备状态具有更直接的反应。振动分析及测量在旋转机械的故障诊断技术中占有极为重要的地位。其它种物理量信号在某些情况下对于诊断也具有重要参考意义。

幅值不随时间变化的信号称为静态信号。实际上，随时间的变化幅值变化很缓慢的信号也可看作静态信号或准静态信号。工程上所遇到的大多数信号均为动态信号。

动态信号可分为用确定的时间函数来表达的确定性信号和不能用时间函数来描述的随机信号。具体分类如下：



第一节 周期信号的合成与分解

一、简谐振动及其表示

简谐振动是最简单的振动方式，也是最重要的振动形式。

物体作简谐振动时，位移 x 和时间 t 的关系可用三角函数表示为

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2-1)$$

图 2-1 所示的波形表示了式 (2-1) 所描述的运动，它可以看成是左边半径为 A 的圆上一点作等角速度运动时矢径在 x 轴上的投影。

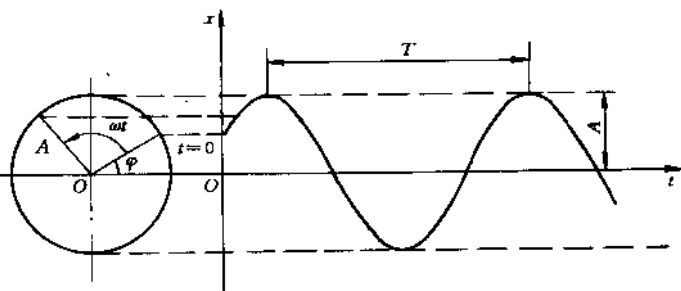


图 2-1 物体的简谐振动

简谐振动的速度和加速度

就是位移表达式 (2-1) 关于时间 t 的一阶和二阶导数

$$v = \dot{x} = \omega A \cos(\omega t + \varphi) = \omega A \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \quad (2-2)$$

$$a = \ddot{x} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) = \omega^2 A \sin(\omega t + \varphi + \pi) \quad (2-3)$$

可见,若位移为简谐函数,则其速度和加速度也是简谐函数,且与位移具有相同的频率,但在相位上,速度和加速度分别比位移超前 $\pi/2$ 和 π ,如图 2-2 所示。

由式 (2-1) 和式 (2-3) 可以看出

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \quad (2-4)$$

这表明在简谐振动中,加速度的大小和位移成正比,而方向和位移相反,始终指向平衡位置。

二、周期信号及其分解

简谐振动是一种最简单的周期振动,实际中更多的是非简谐的周期振动。

周期振动只要满足一定的条件,就可分解成简谐振动,条件是

- 1) 函数在一个周期内连续或者只有有限个间断点,而且间断点上函数的左右极限都存在。
- 2) 在一个周期内只有有限个极大和极小值。

把一个周期函数展开成傅里叶级数,亦即展开成一系列简谐函数之和,称为谐波分析。谐波分析对于分析振动位移、速度和加速度的波形具有重要意义。

假定 $x(t)$ 为满足上述条件、周期为 T 的周期振动函数,则可展开成傅里叶级数的形式

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \dots = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (2-5)$$

式中 $\omega = 2\pi/T$, a_0 、 a_n 、 b_n 均为待定常数。

由三角函数的正交性

$$\int_0^T \cos m\omega t \cos n\omega t dt = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \frac{T}{2} & m = n \end{cases}$$

$$\int_0^T \sin m\omega t \sin n\omega t dt = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \frac{T}{2} & m = n \end{cases}$$

$$\int_0^T \sin m\omega t \cos n\omega t dt = \int_0^T \cos m\omega t \sin n\omega t dt$$

和关系式

$$\int_0^T \cos n\omega t dt = 0 \quad n \neq 0$$

$$\int_0^T \sin n\omega t dt = 0$$

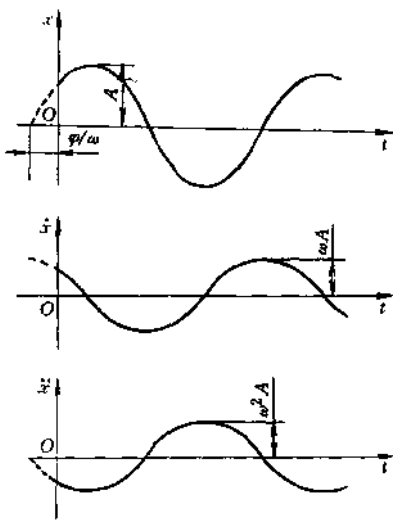


图 2-2 简谐振动的位移、速度和加速度

可得到

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos n\omega t dt \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin n\omega t dt \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

将 a_0 、 a_n 和 b_n 代入式 (2-5)，相应的傅里叶级数就完全确定了。

对于某一特定的 n ，有

$$a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t = A_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

式中

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \tan \varphi_n = \frac{a_n}{b_n}$$

于是式 (2-5) 又可表示为

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (2-6)$$

以上分析表明，周期信号是由一个或几个乃至无穷多个简谐信号的叠加。

以 ω 为横坐标、 A_n 为纵坐标作图，称为幅值谱。以 ω 为横坐标、 φ_n 为纵坐标作图，称为相位谱。

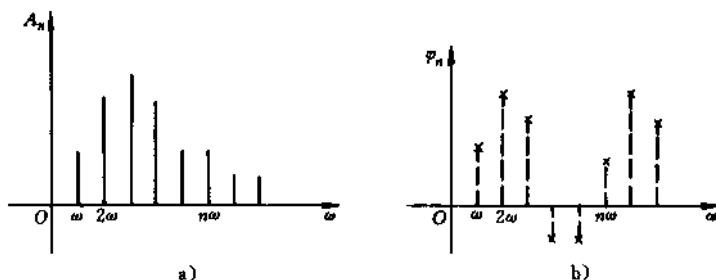


图 2-3 周期信号的线谱

由于 n 为正整数，所以各频率成分都是 ω 的整数倍。

各频率成分所对应的谱线是离散的，称为线谱，如图 2-3 所示。

通常，称 ω 为基频，而称 $n\omega$ 为 n 次谐波。

三、简谐振动的合成

1. 同方向振动的合成

(1) 同频率振动信号的合成 设有两个频率相同的简谐振动信号

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

合成后也是相同频率的简谐振动

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2-7)$$

式中

$$A = \sqrt{(A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2)^2 + (A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2)^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

(2) 不同频率振动信号的合成 设有两个不同频率的简谐振动

$$x_1 = A_1 \sin \omega_1 t \quad x_2 = A_2 \sin \omega_2 t$$

若 $\omega_1 < \omega_2$, 则合成为

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t \quad (2-8)$$

其波形如图 2-4 所示, 其合成运动的性质好似高频振动的轴线被低频所调制。

若 $\omega_1 \approx \omega_2$, 且 $A_1 = A_2 = A$, 有

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t = 2A \cos \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \right) t \sin \left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} \right) t \quad (2-9)$$

显然, 合成运动的振幅以 $2A \cos \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \right) t$ 变化, 出现了“拍”波现象, 其波形如图 2-5a 所示, 其中拍频为 $\omega_2 - \omega_1$ 。

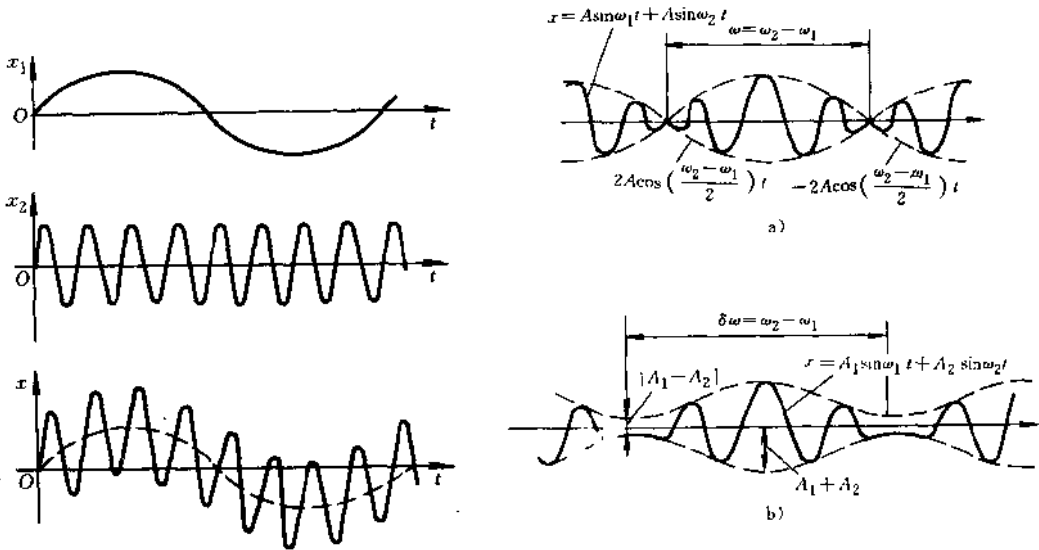


图 2-4 频率不同的简谐信号的合成

图 2-5 有拍频的振动波形

a) 振幅相同、频率相近的两个振动

b) 振幅不同、频率相近的两个振动

若 $A_2 \ll A_1$, 设

$$x_1 = A_1 \sin \omega_1 t$$

$$x_2 = A_2 \sin \omega_2 t$$

$$\delta \omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega_1 + \delta \omega) \quad (2-10)$$

令
则

其合成运动可近似表示为

$$x = A \sin \omega_1 t \quad (2-11)$$

式中

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \delta \omega t} = A_1 \sqrt{1 + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + \frac{2A_2}{A_1} \cos \delta \omega t}$$

由于 $A_2/A_1 \ll 1$, 故有

$$A \approx A_1 \left(1 + \frac{A_2}{A_1} \cos \delta \omega t \right) \quad (2-12)$$

这时, 合成运动可近似地表示为

$$x = A_1 \left(1 + \frac{A_2}{A_1} \cos \delta \omega t \right) \sin \omega_1 t = A_1 (1 + m \cos \delta \omega t) \sin \omega_1 t \quad (2-13)$$

该合成信号的最大振幅为 $A_{\max} = A_1 + A_2$ ，最小振幅为 $A_{\min} = A_1 - A_2$ 。其“拍”波波形如图 2-5b 所示。

2. 垂直方向振动信号的合成 旋转机械中的信息采集一般从同一轴截面互相垂直的方向上的两个点取得，因此讨论相互垂直的两信号的合成对其具有重要意义。

(1) 同频率振动的合成 若沿 x 向的运动为

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_1) \quad (2-14)$$

沿 y 向的运动为

$$y = B\sin(\omega t + \varphi_2) \quad (2-15)$$

设 $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

则合成运动的轨迹可用如下椭圆方程表示

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB}\cos\varphi - \sin^2\varphi = 0 \quad (2-16)$$

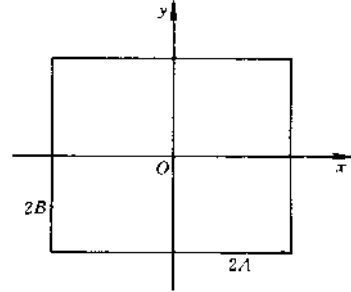


图 2-6 垂直信号合成运动范围

合成运动将位于长宽分别为 $2A$ 和 $2B$ 的矩形之中，如图 2-6 所示。

对于不同的相位差 φ ，图 2-7 表示了其合成运动轨迹。

(2) 不同频率振动的合成 对于两个频率不同的简谐运动

$$x = A\sin\omega_1 t$$

$$y = B\sin(\omega_2 t + \varphi) \quad (2-17)$$

它们合成后也能在矩形中画出各种曲线，若两频率存在下列关系

$$n\omega_1 = m\omega_2 \quad n, m = 1, 2, 3 \dots$$

可得图 2-8 所示的各种合成运动图形。

图 2-7 和图 2-8 中的图形称作 Lissajous 图形。

四、调幅信号与调频信号

1. 调幅信号及其频谱 幅值调制从数学上看，相当于两个信号在时域上相乘，而在频域上，相当于两个信号的卷积。这两个信号一个称为载波，其频率 ω_c 相对较高；另一个称为调制波，其频率 ω_m 相对较低。可描述为

$$x(t) = A(1 + B\cos\omega_m t)\sin\omega_c t \quad (2-18)$$

即
$$x(t) = A\sin\omega_c t + \frac{1}{2}AB\sin(\omega_c - \omega_m)t + \frac{1}{2}AB\sin(\omega_c + \omega_m)t \quad (2-19)$$

调幅信号的波形及频谱如图 2-9 所示。

2. 调频信号及其频谱 与调幅信号不同，调频信号的相角为时间的函数，即

$$x(t) = A\sin(\omega_c t + \beta\sin\omega_m t) \quad (2-20)$$

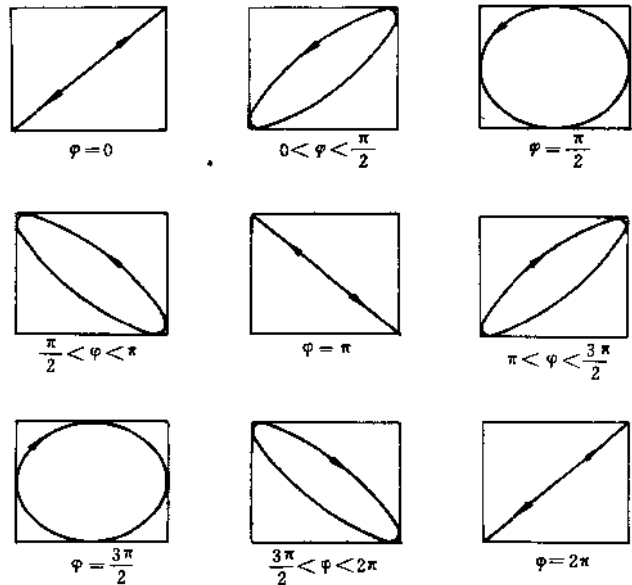


图 2-7 不同相位差合成运动轨迹

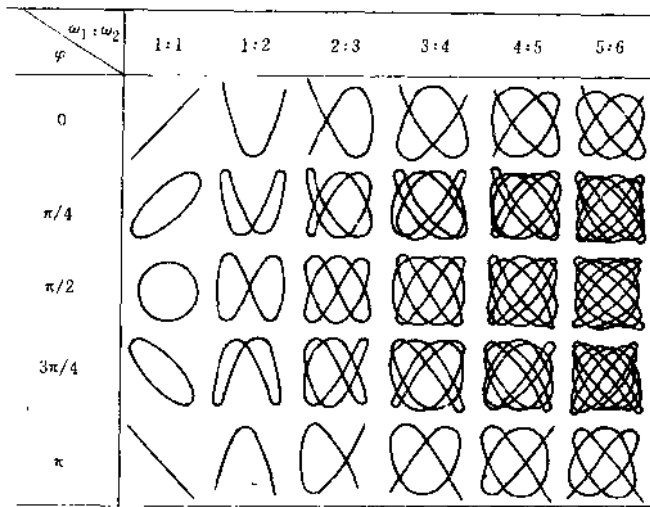


图 2-8 部分不同频率简谐波的合成运动

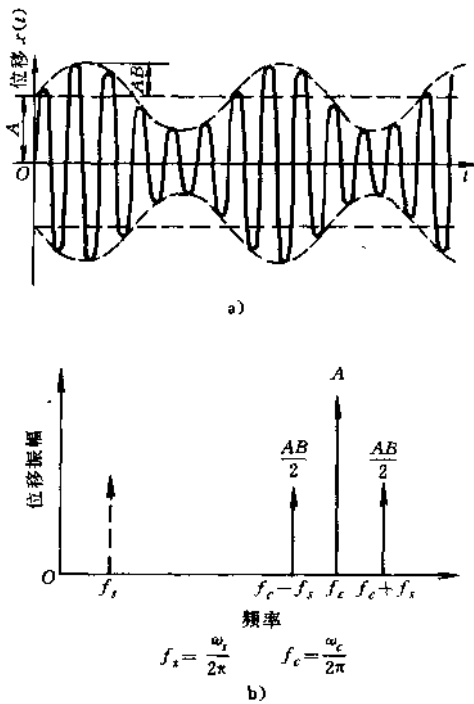


图 2-9 调幅信号的波形及其频谱
a) 调幅振动的波形 b) 调幅振动的频谱

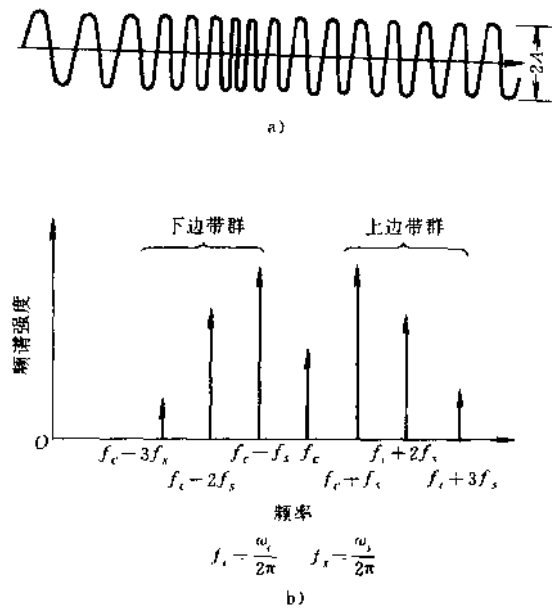


图 2-10 调频信号的波形及频谱
a) 经过调频的振动波形 b) 经过调频的振动频谱

其载波频率为 ω_c ，调制频率为 ω_s ， β 为调制指数，其合成波形如图 2-10a 所示。

合成运动由一个中心频率 ω_c 和上边带群 $\omega_c + n\omega_s$ ，以及下边带群 $\omega_c - n\omega_s$ ，组成，如图 2-10b 所示。

式 (2-20) 可用 Bessel 函数展开为无穷级数