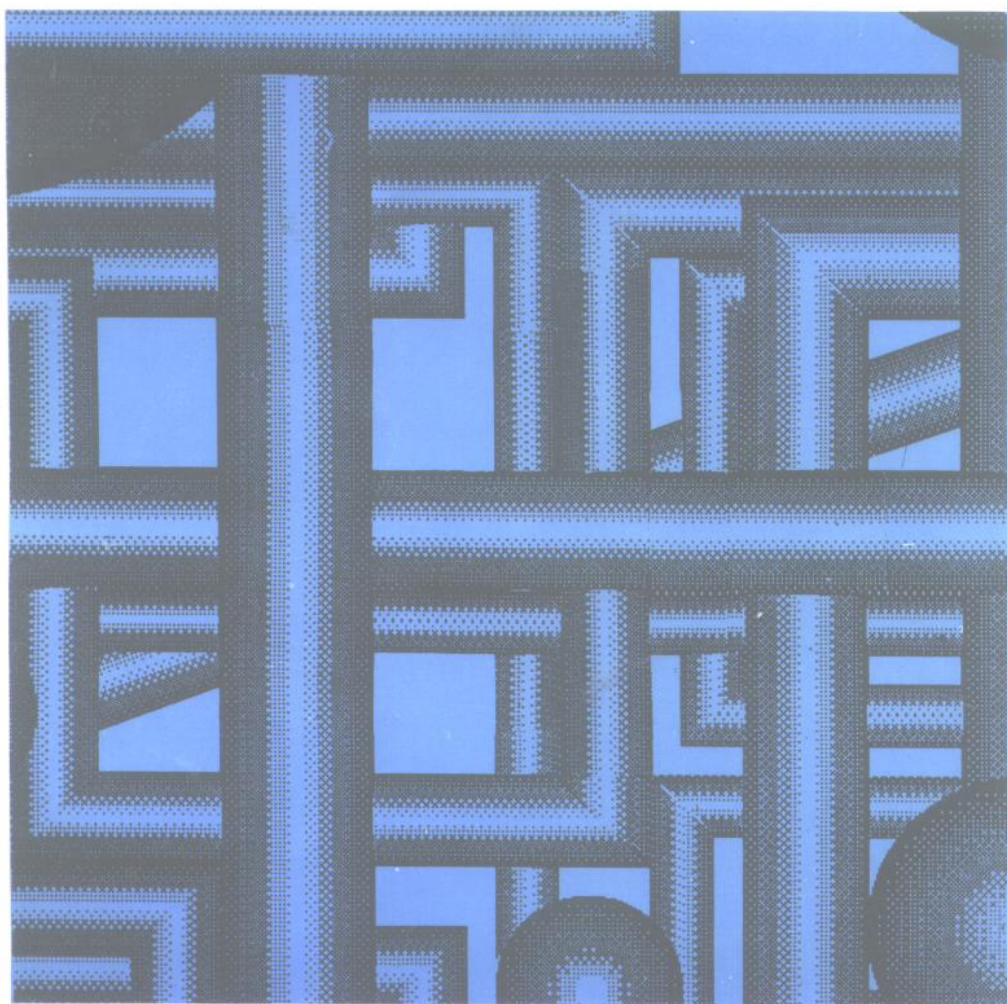


电路分析基础教程

DIANLU
FENXI
JICHU
JIAOCHENG

刘增寿 刘 芸

国防科技大学出版社



电路分析基础教程

刘增寿 刘芸

国防

科技大学出版社

又土

电路分析基础教程

刘增寿 刘芸

国防科技大学出版社

图书在版编目 (IP) 数据

电路分析基础教程/刘增寿—长沙:国防科技大学出版社,1996.7
ISBN 7-81024-386-1

I 电路分析基础教程

Ⅱ 刘增寿 刘芸

Ⅲ ①电路②电工技术

NTM13

责任编辑:潘生 石少平

责任校对:石少平 潘生

封面设计:陆荣斌

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731) 4555681 邮政编码:410073

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

*

开本 787×1092 毫米 1/16 印张:15.75 字数:364 千

1996年10月第1版第1次印刷 印数:5000册

*

ISBN 7-81024-386-1

TM·2 定价:18.00元

前 言

本教材是根据现行的计算机专业教学大纲和多年来的教学经验编写而成，可供计算机专业本科生教学使用。

电路分析基础是计算机专业的技术基础课。根据教学大纲要求，本教材以基础理论和基本分析方法为主要内容；编写过程中力求内容通俗易懂，深入浅出。

本教材共分六章，包括：电路模型和基本定律，电阻电路分析，动态电路时域分析，正弦电路，三相电路以及动态电路复频域分析。第一、二、三章由刘增寿编写，第四、五、六章由刘芸编写，全书由刘增寿统稿、樊爱华同志参加了部分内容审阅。书中还有适量的习题、例题、思考题，书末附有答案。

由于编者水平有限，书中难免有不妥或错误之处，恳切希望广大师生和读者批评指正。

编者

1995 年 12 月 30 日

目 录

第一章 电路模型和基本定律	(1)
1.1 电路和电路模型	(1)
1.2 电流、电压及其参考方向	(2)
1.3 电路中的功率和能量	(5)
1.4 电阻元件	(6)
1.5 电容元件	(8)
1.6 电感元件	(10)
1.7 电阻器、电容器和电感器	(13)
1.8 电压源和电流源	(14)
1.9 受控源	(16)
1.10 基尔霍夫定律	(18)
习题一	(22)
第二章 电阻电路分析	(26)
2.1 电阻串联及其等效电路	(26)
2.2 电阻的并联及其等效电路	(28)
2.3 电阻混联电路	(30)
2.4 星形和三角形联接的电阻电路的等效变换	(32)
2.5 实际电源的等效变换	(35)
2.6 支路电流法	(38)
2.7 网孔电流法	(41)
2.8 节点电压法	(45)
2.9 含运算放大器的电阻电路	(50)
2.10 叠加定理	(53)
2.11 置换定理	(58)
2.12 戴维南定理	(59)
2.13 诺顿定理	(63)
2.14 最大功率传递定理	(66)
习题二	(68)
第三章 动态电路的时域分析	(75)
3.1 电路的动态过程、初始状态和初始条件	(76)
3.2 零输入响应	(81)
3.3 零状态响应	(87)
3.4 全响应	(94)
3.5 正弦激励下的一阶电路	(97)

3.6 一阶电路的三要素法	(99)
3.7 阶跃信号和阶跃响应	(105)
3.8 冲激信号和冲激响应	(109)
3.9 矩形脉冲信号激励下 RC 电路的零状态响应	(112)
3.10 微分电路和积分电路	(114)
3.11 二阶 (RLC) 电路的零输入响应	(118)
习题三	(127)
第四章 正弦稳态分析	(132)
4.1 正弦量的基本概念	(132)
4.2 正弦量的相量表示 相量法	(135)
4.3 基尔霍夫定律的相量形式	(140)
4.4 电阻、电感、电容元件的电压、电流关系的相量形式	(141)
4.5 RLC 串联电路、复阻抗	(146)
4.6 RLC 并联电路、复导纳	(149)
4.7 等效阻抗与等效导纳	(150)
4.8 正弦稳态电路分析	(152)
4.9 正弦稳态电路中的功率	(159)
4.10 最大功率传输定理	(166)
4.11 正弦稳态电路中叠加定理的运用	(169)
4.12 电路中的谐振	(173)
4.13 耦合电感	(180)
4.14 具有互感电路的计算	(184)
4.15 变压器	(190)
习题四	(197)
第五章 三相电路	(204)
5.1 三相电路、对称三相电源	(204)
5.2 对称三相电路的计算	(207)
5.3 不对称三相电路的概念	(211)
5.4 三相电路的功率	(212)
习题五	(216)
第六章 动态电路的复频域分析	(219)
6.1 拉普拉斯变换	(219)
6.2 复频域中的电路定律与电路模型	(225)
6.3 动态过程的复频域分析法	(227)
6.4 网络函数	(231)
6.5 卷积和卷积定理	(234)
习题六	(237)
习题答案	(241)

第一章 电路模型和电路定律

电路分析是研究电路的分析方法,探讨电路的基本定律和基本规律。在分析电路时,电路总是用其模型来描述。因此,什么是电路模型,就是一个首先需要解决的问题。此外,有各种类型的电路,它们都遵守着某些共同的规律,这就是电路定律。这些定律既是电路分析的重要内容,也是分析各种电路的主要依据。因此,研究电路,首先要介绍电路定律。本章讨论电路模型和电路定律,同时还介绍有关电路基本元件的主要特性,还提出了电流和电压参考方向等重要概念。

1-1 电路和电路模型

在现代生活中,随处会遇到电路 (electric circuit)。各种实际电路都是由各种电路器件 (circuit devices),如电阻器、电容器、线圈、变压器、晶体管、电源等相互联接所组成的。日常生活中所用的手电筒电路就是一个最简单的电路。它是由干电池、灯泡、手

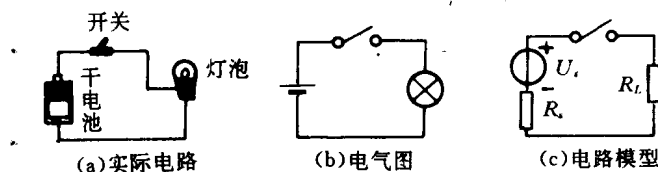


图 1-1 手电筒电路

电筒壳(联接导体)组成的,如图 1-1 (a) 所示。干电池是一种电源,对电路提供电能;灯泡则是用电的器件,称为负载,当电流流过时,它能发热到白炽状态而发光。联接导体可使电流构成通路。另外,当打开收音机或电视机的机壳,就会看到印刷电路板上的半导体二极管、三极管、电阻器、电容器和变压器等各种电气元件。像这样能够看得见、摸得着的电气元件,统称为实际电路元件。由实际电路元件联接而成的电路称为实际电路。

虽然实际的电路是众多纷繁的,但是各电路元件的实际运用都与电磁现象有关。常用电路元件有电阻器、电容器、电感线圈、变压器、晶体管,集成电路及各种电源设备等。电阻器,其重要功能为电能对热能的不可逆的转换,但当电流通过它时,也会存贮一定的磁场能。对电感线圈,其主要功能是用来存贮和交换磁场能,但当电流通过时,它消耗掉一部分热能,同时还伴随着一定的电场能量。这样,在分析电路时,如果把各电路元件的全部性能加以考虑,势必会给分析带来极大的困难,而且在工程设计上也没有这样精确的必要。因此,必须在一定的条件下对实际电路元件加以近似化和理想化,用一个足以表征其主要性能的理想元件来代表实际电路元件。电路理论就是建立在理想元件基础上的,也就是说,电路分析的对象是电路模型而不是实际的电路。电路

分析中常用的有三种最基本的模型（理想）元件：只表征将电能转换成热能的电阻元件；只表征电场现象的电容元件；只表征磁场现象的电感元件。每一种理想化元件都有其各自的数学模型，它们都有各自的精确定义。用抽象的理想化元件及其组合近似地替代实际电路元件，从而构成了与实际电路相应的电路模型。今后，所说的电路一般均指电路模型。如图 1-1 (c) 所示电路是手电筒电路的电路模型。

可以认为，理想电路元件的电磁过程都是集中在元件内部进行的，即在任何时刻，从具有两个端钮的理想元件的某一端钮流入的电流将恒等于从另一端钮流出的电流，并且元件两个端钮的电压值也是完全确定的。凡端钮处电流和端钮间电压满足上述情况的电路元件称为集总参数元件 (lumped parameter element)，简称为集总元件。由集总元件构成的电路称为集总电路，或具有集总参数的电路。

用集总电路来近似实际电路是有条件的。这个条件就是实际电路元件的尺寸要远小于电路工作时电磁波的波长。举例说，我国电力用电的频率为 50Hz，对应的波长为 600km，对以此为工作频率的实验室设备来说，其尺寸与这一波长相比可以忽略不计，因而用集总概念是完全可以的。但对远距离输电而言，就必须考虑到电场、磁场沿电路分布的现象，不能用集总参数而要用分布 (distributed) 参数表征。

集总假设是本书最主要的假设。以后所述的电路基本定律均是在这一假设前提下才能使用。

1-2 电流和电压及其参考方向

通过电路分析能够得出给定电路的性能。这就是说，电路性能通常可用一组表为时间函数的变量来描述，电路分析的任务在于求解这些变量。这些变量中最常用到的便是电流、电压和功率。下面对这些变量分别给予讨论。

1-2-1 电流及其参考方向

电路在工作或运行的时候，基本的物理现象之一是电路中存在电流。电荷的定向运动便形成电流。设图 1-2 (a) 所示的为某电路的一段电路。若电荷从 a 端流向 b 端或

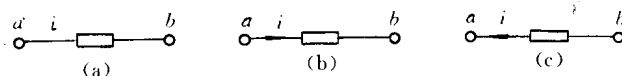


图 1-2

由 b 端流向 a 端，则我们说该电路有电流。电流是个概念，习惯上是指正电荷的流动。这个正电荷流也包括沿相反方向流动的负电荷流所等效的正电荷流。例如，由 b 端流入 a 端的负电荷流可等效为由 a 端流向 b 端的正电荷流。

电流的大小用电流强度表示。电流强度在数值上等于单位时间内通过电路段任一截面的电荷量。对于图 1-2 (a) 所示的电路段，若在时间 Δt 内，由 a 端向 b 端流过任一截面的正电荷量为 Δq ，则电流强度为

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \text{或} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

这里, t 的单位为秒 (s), q 的单位是库伦 (C), i 的单位是安培 (A)。电流的辅助单位有毫安 (mA), 微安 (μA) 和纳安 (nA)。它们之间的关系为

$$1\text{mA} = 10^{-3}\text{A}, 1\mu\text{A} = 10^{-6}\text{A}, 1\text{nA} = 10^{-9}\text{A}$$

如上所述, 电流强度和电流二者在概念上是有区别的, 但习惯上, 常常将电流强度称为电流。电流的实际方向是这样规定的: 在图 1-2 (b) 中, 若正电荷流的方向由 a 端指向 b 端, 则电流的实际方向是由 a 端指向 b 端, 用实心箭头表示, 或用双下标表示, 如 i_{ab} 。若正电荷不是由 a 端流向 b 端, 而是由 b 端流向 a 端, 或表示为 i_{ba} , 如图 1-2 (c) 所示。则电流实际方向由 b 端指向 a 端。在电路分析中, 有时对某一段电路中电流的实际流动方向很难立刻判别出来, 例如电流的实际流动方向在不断地变化时, 很难在电路中标明电流的实际方向。由于这些原因, 引入了电流“参考方向” (reference direction) 的概念。

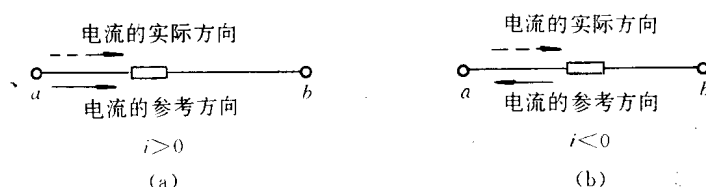


图 1-3 电流参考方向与其实际方向之间关系

在图 1-3 中, 先选定其中一方向作为电流的方向, 如图中实线箭头方向, 这个方向叫作电流的参考方向。当然所选的电流方向并不一定就是电流的实际方向 (用虚线箭头方向表示)。把电流看成代数量。若电流的参考方向与它的实际电流方向一致, 则电流为正值 ($i > 0$), 如图 1-3 (a) 所示; 若电流的参考方向与它的实际电流方向不一致, 则电流为负值 ($i < 0$), 如图 1-3 (b) 所示。于是, 在指定的电流参考方向下, 电流值的正、负, 就可以反映出电流的实际方向。

电流的参考方向是任意指定的, 在电路中一般用箭头表示, 也有用双下标表示的, 如 i_{ab} , 其参考方向是由 a 指向 b 。

1-2-2 电压及参考极性 (参考方向)

电流是电荷的定向移动。电荷在移动过程中伴随着能量的交律。在某些情况下, 电荷会获得能量, 在另外一些情况下, 电荷也会失去能量。单位正电荷由电路的一点移至另一点的过程中能量变化的绝对值, 称为该两点间的电压。在图 1-4 (a) 所示电路段中, 设电荷 dq 由 a 端移至 b 端, 获得 (或失去) 的能量为 dW , 则两点的电压为

$$u = \frac{dW}{dq} \quad (1-2)$$

电压的常用单位为伏 (V), 1 伏 (V) 表示 1 库伦 (C) 的电荷量经过电路段时, 获得 (或失去) 的能量为 1 焦耳 (J)。电压的辅助单位有毫伏 (mV), 微伏 (μV) 和千伏 (kV) 等。它们之间的关系是:

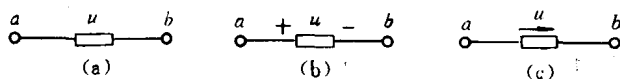


图 1-4

$$1\text{mV} = 10^{-3}\text{V}, 1\mu\text{V} = 10^{-6}\text{V}, 1\text{kV} = 10^3\text{V}$$

电压规定有极性（或方向），有参考极性（方向）和实际极性（或方向）之分。电压的实际极性，以图 1-4（a）电路段为例，设正电荷由 a 端移向 b 端，若获得能量，则 b 点电位高于 a 点；若失去能量，则 a 点电位高于 b 点。电压的实际极性是由高电位点指向低电位点，也可以说是正电荷流经电路段时失去能量的方向。电压参考极性（方向）可以任意指定：可以由 a 至 b ，也可以由 b 至 a 。参考方向选定之后，若已知电压的实际方向与参考方向一致，则电压值为正值（ $u > 0$ ）；反之，当电压的参考方向与它的实际方向相反时，则电压为负值（ $u < 0$ ）。

在电路分析和计算中，为了便于讨论，常常需要标出电压的参考方向。有两种方法。一是用“+”、“-”极性表示，“+”表示高电位，“-”表示低电位。这种方法称作参考极性，如图 1-4（b）所示。另一种是用带箭头的短线表示，如图 1-4（c）所示。

参考方向在电路分析中起着十分重要的作用。关于电流和电压的参考方向，还有以下几点需要说明：

（1）电流和电压的参考方向可以任意指定。但一经指定，在电路分析和计算的过程中，则不应改变。

（2）电流或电压的时间函数与其参考方向之间有着相应的联系。若在某一时刻，由电流函数或电压函数所确定的值为正，则表示在此时刻，电压或电流的实际方向与参考方向一致。反之，若由函数所确定的值为负，则表明在该时刻，实际方向与参考方向相反。

（3）一般地讲，同一段电路的电流和电压的参考方向可以各自指定，不必强求一致。因此，二者的方向可能有四种组合，如图 1-5 所示。其中图 1-5（a）所示两种组合，叫

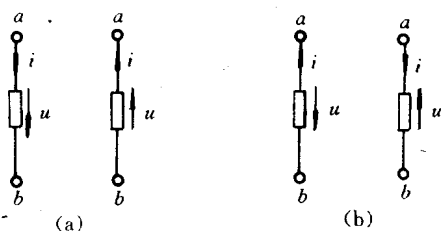


图 1-5

作一致的参考方向。另外两种组合如图 1-5（b）所示，叫作不一致的参考方向。研究电路时，为准确地描述元件或一段电路的特性，电流和电压二者的参考方向往往需要指定为关联（associated）的参考方向，即电流参考方向与电压参考方向一致，或者说电流方向与电压降方向一致。

例 1-2-1 在图 1-4 (a) 中, 已知由 a 至 b 流经电路段任一截面电荷量的时间函数为: (1) $q = 8t\text{C}$ (2) $q = 10e^{-10t}\text{C}$. 求电流 i , 并指出它的实际方向。

解 (1) 由指定参考方向, 可得 $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(8t) = 8\text{A}$, 电流值为正, 说明实际方向与参考方向一致。

(2) $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(10e^{-10t}) = -100e^{-10t}\text{A}$. 电流值总为负, 说明电流的实际方向与参考方向相反。

1-3 电路中的功率和能量

与电流、电压一样, 功率也是电路的基本物理量。能量是功率的时间积分。本节一般性地讨论电路的功率和能量, 并研究如何进行计算。

图 1-6 所示 ab 电路段, 电压和电流的参考方向选取一致, 则在 dt 时间内通过电路段的电荷量为

$$dq = i dt \quad (1-3)$$

在量值上, ab 两点间的电压等于电场力将单位正电荷由 a 点移至 b 点时所作的功。由此, 可得电荷 dq 由 a 点移至 b 点时失去的能量为

$$dW = u \cdot i \cdot dt \quad (1-4)$$

电荷失去能量意味着该段电路吸收能量, 亦即电能由电路的其它部分传送到这一部分。能量传输或能量流动的方向如图 1-6 中空箭头方向所示。因此, 电路段所吸收的功率为

$$p = \frac{dW}{dt} = u \cdot \frac{dq}{dt} = u \cdot i$$

或

$$p = u \cdot i \quad (1-5)$$

能量传输 (流动) 的方向定义为功率的方向。在图 1-6 中, 同电流、电压作为代数量处理一样, 也可为功率设参考方向。当功率的实际方向与参考方向一致时, 功率为正值, 否则功率为负值。根据规定, 功率的参考方向用箭头表示, 或是进入, 或是离开所研究的电路段。其指向可以任意指定。电流、电压的参考方向是关联的。设功率的参考方向是进入该电路段, 三者之间的关系如图 1-6 所示。运用 (1-5) 式计算该电路段的功率时, 若算得的功率为正值, 表明功率的实际方向与参考方向一致, 即该段电路吸收功率; 若算得的功率为负值, 表明功率的实际方向与参考方向相反, 即该段电路产生功率。

显然, u 、 i 和 p 三者的参考方向之中改变其中任何一个, 使其与图 1-6 中所示者相反, 则 (1-5) 式应改为

$$p = -u \cdot i \quad (1-6)$$

若功率为正值, 仍表示吸收功率; 而功率为负值, 仍表示产生功率。

当 u 和 i 的单位分别为伏 (V) 和安 (A) 时, p 的单位为瓦 (W)。功率的辅助单位有毫瓦 (mW), 和千瓦 (kW) 等, 它们之间的关系是

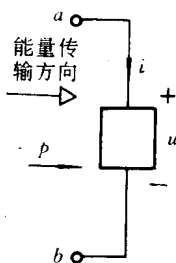


图 1-6

$$1\text{mW} = 10^{-3}\text{W}, \quad 1\text{kW} = 10^3\text{W}$$

在图 1-6 所示的参考方向下, 在 t_0 到 t 时刻内该电路段所吸收的能量为

$$W(t_0, t) = \int_{t_0}^t p(\xi) d(\xi) = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d(\xi)$$

当功率 p 的单位为瓦 (W) 时, 能量 W 的单位为焦耳, 简称焦 (J)。

例 1-3-1 (1) 在图 1-7 (a) 及 (b) 中, 若电流均为 2A, 且均由 a 流向 b . 求两元件吸收或产生的功率; (2) 在 1-7 (b) 中, 若元件吸收的功率为 4W, 求电流。

解 (1) 设电流 i 的参考方向由 a 指向 b , 则

$$i = 2\text{A}$$

对图 (a) 所示元件来说, 电流与电压系关联参考方向, 故

$$p = u_1 i = 1 \times 2 = 2\text{W}$$

对图 (b) 来说, 电流与电压为非关联参考方向, 故

$$p = -u_2 i = -1 \times 2 = -2\text{W}$$

(2) 在图 b 中设电流 i 的参考方向由 a 指向 b , 由于元件吸收功率, 根据 (1-6) 式可得

$$p = -u_2 i = 4\text{W}$$

由此可得

$$i = -\frac{4}{u_2} = -\frac{4}{1} = -4\text{A}$$

负号表明电流的实际方向是由 b 指向 a 。

一般在计算功率时, 不必标出功率的参考方向。

1-4 电阻元件

前面已经谈到, 在电路理论中, 经过科学的抽象, 用足以反映其主要电磁性质的一个理想元件来代替实际元件。理想元件是通过端钮与外部相联接的。根据理想元件端钮的个数是 2 个、3 个和 4 个, 可以分别称为二端、三端和四端元件。下面, 我们讨论的无源二端理想元件有: 电阻元件、电容元件和电感元件; 有源的二端理想元件有: 电压源和电流源。

若以电流 i 为横坐标, 电压 u 为纵坐标, 所作的平面称 $u-i$ 平面。一般地讲, 若元

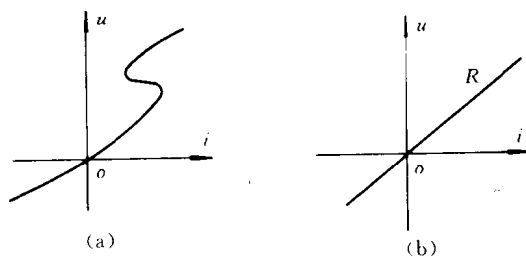


图 1-8

件的电压与电流的关系表现为 $u-i$ 平面的一条曲线, 则该元件称为电阻元件 (resistor), 如图 1-8 所示。以图 1-8(b) 而论, 该电阻元件的 $u-i$ 关系为过原点的一条直线, 故称为线性电阻元件。在图 1-8(a) 中, u, i 之间关系不是过原点的一条直线, 则称该元件为非线性电阻元件。线性电阻元件在电路中的图形符号如图 1-9 所示。

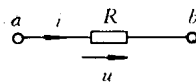


图 1-9

对于线性电阻元件, 若 u 与 i 二者的参考方向为关联参考方向, 如图 1-9 所示, 则 u 与 i 之间关系可由下式表示:

$$u = R \cdot i \quad (1-7a)$$

或

$$i = u/R \quad (1-7b)$$

R 为直线的斜率, 其值为正, 是电阻元件的电阻。 u 为正, i 亦为正; u 为负, i 亦为负。电阻元件的电阻 R 是联系电阻元件上电压和电流的一个电气参数, 是一个与电压 u 和电流 i 无关的常数。

令 $G = \frac{1}{R}$, G 为电阻元件的电导。此时, (1-7) 式可改写为

$$i = G \cdot u \quad (1-8a)$$

或

$$u = i/G \quad (1-8b)$$

当 u 的单位为伏(V), i 的单位为安(A)时, R 的单位为欧姆(Ω), G 的单位为西[门子](S)。电阻的辅助单位有: $1\text{k}\Omega = 10^3\Omega$, $1\text{M}\Omega = 10^6\Omega$ 。

如果电阻元件的电压参考方向与电流参考方向不一致, 如图 1-10 所示, 则 u 与 i 之间的关系应为

$$u = -R \cdot i \quad (1-9a)$$

或

$$i = -Gu \quad (1-9b)$$

所以, 公式必须与参考方向配套使用。

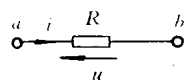


图 1-10

习惯上, 通常称一个电阻元件为电阻。

由式 (1-7) 可知, 任一时刻线性电阻的电压 (或电流) 完全由同一时刻的电流 (或电压) 所决定, 而与该时刻以前的电流 (或电压) 的各种值无关。也就是说, 线性电阻的电压 (或电流) 不能“记忆”电流 (或电压) 在“历史”上所起的作用。这种无记忆的性质不只为线性电阻所具有。对于任何一个元件, 只要它的 u 与 i 之间存在着代数关系, 不论这种关系是线性的还是非线性的, 都具有这种“无记忆”性质。基于这样的认识, 电阻元件定义如下:

对于任何一个二端元件, 如果在任一时刻电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 之间存在代数关系, 这一关系也可以由 $u-i$ (或 $i-u$) 平面上的一条曲线所决定, 则不论 u 和 i 的波形如何, 称该二端元件为电阻元件。

在电压和电流的方向为关联参考方向的条件下, 在任何时刻线性电阻元件吸收的功率为

$$p = u \cdot i = Ri^2 = \frac{i^2}{G} \quad (1-10a)$$

或

$$p = u \cdot i = \frac{u^2}{R} = Gu^2 \quad (1-10b)$$

由于 u 与 i 二者的实际方向总是一致的, 因此, p 总是正值。这说明, 任何时刻电阻元件总是消耗能量的, 因而被称为耗能元件。

电阻消耗的能量往往转换成热, 因此, 使电阻器的温度升高。若温度过高, 电阻器就有烧坏的危险。所以, 通常在电阻器上除了标明阻值外, 还要标明其额定功率的瓦数。使用电阻器不要超过所规定的额定功率值。

实际上, 所有电阻器、电灯、电炉等元件的伏安特性曲线或多或少都是非线性的。但是, 这些元件, 特别是金属膜电阻器、线绕电阻器等, 在一定的工作电流范围内, 它们的伏安特性近似为一直线, 所以可以作为线性电阻元件来处理而得出令人满意的结果。

例 1-4-1 30Ω 的电阻, 通过的电流为 0.8A , 求电阻两端电压, 并计算其消耗的功率。

解 电压 $u = Ri = 30 \times 0.8 = 24\text{V}$

功率 $p = i^2 R = (0.8)^2 \times 30 = 19.2\text{W}$

1-5 电容元件

在工程中, 电容器应用极为广泛。虽然电容器品种和规格繁多, 但就其构成原理来说, 都是由两块金属板之间隔以不同的介质 (如云母、绝缘纸、电解质等) 所组成。加上电源后, 极板上分别聚集等量异号的电荷, 在介质中建立起电场, 并贮存有电场能量。电源移去后, 电荷可以继续聚集在极板上, 电场继续存在。所以电容器是一种能够存贮电场能量的电路器件。此外, 电容器上的电压变化时, 在介质中也往往引起一定的介质损耗, 并且介质不可能完全绝缘, 多少还有一定的漏电流。介质优良的电容器其介质损耗和漏电流都很微弱, 可以忽略不计。这样可以用一个只存贮电场能量的理想元件——电容元件 (Capacitor) 作为它的模型。理想的电容器应该只具有存贮电荷的性质, 从而在电容器中建立起电场的作用, 而没有任何其它的作用, 也就是说, 理想电容器应该是一种电荷与电压相约束的器件。从而, 电容元件定义如下:

如果在任一时刻, 一个二端元件的电荷 q 同它的端电压 u 之间关系可以用 $u-q$ 平面上的一条曲线来表示, 则此二端元件称为电容元件。

电容元件在电路中的图形符号如图 1-11 所示。图中 $+q$ 和 $-q$ 分别是该元件正极板和负极板上的电荷量。当然, 极板的正、负是任意指定的。若电容元件上的电压参考方向规定由正极板指向负极板, 即 q 与 u 为关联参考方向, 如图 1-11 所示。

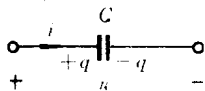


图 1-11

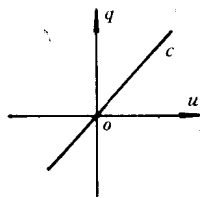


图 1-12

如果 $u-q$ 平面上 $u-q$ 关系曲线是一条通过原点的直线, 如图 1-12 所示, 且不随时间变化, 则该电容称为线性电容元件。若线性电容元件上电压参考方向与其电荷 q 的极

性为关联参考方向,如图 1-11 所示,则任何时刻正极板上的电荷量 q 与其端电压 u 有以下关系:

$$q = Cu \quad (1-11)$$

式中 C 为正值常数,它是用来度量特性曲线斜率的,称为该元件的电容。

当 q 的单位是库仑 (C), u 的单位为伏 (V) 时, C 的单位为法拉 (F)。电容的辅助单位有微法 (μF) 和皮法 (PF)。它们之间关系为

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}, 1\text{PF} = 10^{-12}\text{F}$$

下面谈谈电容器的额定电压。电容器两个极板间填充有电介质。电介质不导电,所以电容器极板上能累积起正、负不同电荷。如果极板间的电压过高,则电介质承受的场强度过大,就会被击穿,由不导电变为导电,从而电容器就失去贮存电荷的能力。因此,使用电容器时,必须使电压低于某一数值,这一数值的电压叫作额定工作电压。通常电容器上除了标注有 C 的数值外,还标有额定工作电压。例如,某电容器上标注着 $20\mu\text{F}$ 、 16V ,这就表示电容器的电容量为 $20\mu\text{F}$,而额定工作电压为 16V 。

当极板间电压 u 随时间变化时,极板上的电荷也随着改变,于是电容器电路中便出现电流。若指定电流参考方向为流进正极板,即 i 与 u 的参考方向一致,如图 1-11 所示,则电流

$$i = \frac{dq}{dt}$$

因

$$q = Cu$$

则

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (1-12)$$

这是电容元件的性能方程。注意,这里 u 与 i 二者参考方向是关联参考方向。

式 (1-12) 式指出:任何时刻电容元件中的电流与该时刻电压的变化率成正比。当元件电压发生剧变(即 $\frac{du}{dt}$ 很大)时,电流也很大;当电压不随时间变化时,则电流为零,这时电容元件相当于开路。故电容元件有隔断直流(简称隔直)的作用。

可以将电容的电压 u 表示成为电流的函数。将 (1-12) 式积分可得:

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (1-13)$$

如果只需了解在某一任意选定的初始时刻以后电容电流的情况,可以将 (1-13) 式写成:

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \\ &= u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \quad t \geq t_0 \end{aligned} \quad (1-14)$$

式 (1-13) 式说明:在某一时刻 t 电容电压值并不取决于该时刻的电流值,而取决于从 $-\infty$ 到 t 所有时刻的电流值,也就是说,与电流全部过去历史有关。这是因为电容是聚集电荷的元件,电容电压反映聚集电荷的多少,而电荷的聚集是从 $-\infty$ 到 t 长期作用的结果。研究问题总有一个初始时刻 t_0 ,那么 (1-14) 式又说明:没有必要了解 t_0 以前电流的情况, t_0 以前全部历史情况对未来 ($t > t_0$) 产生的效果可以由 $u(t_0)$,即电容的

初始电压来反映。

下面讨论电容的电场能量。若电容器极板上存贮有电荷，则极板之间就有电压，有电压就意味着电容有电场。电场是能量场，一定的电场贮存着一定的能量。因此，当电容贮存有电荷或具有电压时，它的电场中就贮有能量，此能量称为电容的电场能量。电场能量可计算如下。

在 i 与 u 参考方向一致时，电容元件吸收的功率为

$$p = ui = C \cdot u \frac{du}{dt} \quad (1-15)$$

在时间 dt 内，电容元件吸收的能量为

$$dW = p dt = C u du$$

设 $t = 0$ 时, $u(0) = 0$, 则从 0 到 t 的时间内，电容元件吸收的能量为

$$W = \int_0^t p dt = C \int_0^t u du = \frac{1}{2} C u^2(t)$$

即

$$W = \frac{1}{2} C u^2(t) = \frac{1}{2} C u^2 \quad (1-16)$$

上式表明，任一时刻，电容的电场能量等于该时刻电压的平方与电容 C 相乘之积的一半。当 C 的单位为法拉 (F)， u 的单位为伏 (V) 时， W 的单位为焦耳 (J)。由于电容能贮存能量，所以又称为储能元件。关于电容是储能元件，还可以说明如下：由于电容的电压和电流二者的实际方向可能一致，也可能不一致，因而式 (1-15) 表示的功率，可能是正值，也可能是负值。正值表示电容真正在吸收能量；负值表明电容实际上放出能量。电容吸收了的能量，还能再释放出来，所以说明电容元件是储能元件。

例 1-5-1 图 1-13 中，电容 $C = 8\mu\text{F}$, $u = 100e^{-100t}\text{V}$, u, i 二者的参考方向如图中所示，求电流 i ，并指出其实际方向。

$$\begin{aligned} \text{解: } i &= C \frac{du}{dt} = 8 \times 10^{-6} \frac{d}{dt}(100e^{-100t}) \\ &= -8 \times 10^{-2} e^{-100t} \text{ A} \end{aligned}$$

由于 i 为负值，说明电流的实际方向与参考方向相反。

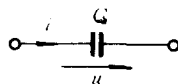


图 1-13

1-6 电感元件

电路中另外一种二端元件是电感元件 (inductor)，其符号如图 1-14 所示。为了说明其电路功能，下面来研究其物理原形——电感线圈，电感线圈如图 1-14 所示。线圈通常用导线绕制而成。从物理学得知，一个线圈回路中通有电流时，在此回路所包围的面积上将形成磁通 Φ (如图 1-14 (a))。磁通是连续的，电流也是连续的，两者像链条的两个相邻环节那样互相链结。它们之间的方向符合右螺旋定则。通常为了加强磁效应，线圈采取多匝结构，如图 1-14 (b) 所示。与整个线圈相链的磁通等于每匝线圈相链的磁通总和，称为线圈的总磁通，记作 ψ

$$\psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \cdots + \Phi_N \quad (1-17)$$

式中 $\Phi_1, \Phi_2, \cdots, \Phi_N$ 分别为第 1, 2, $\cdots, N$ 个线匝相链的磁通。如果线匝绕得很紧凑或采

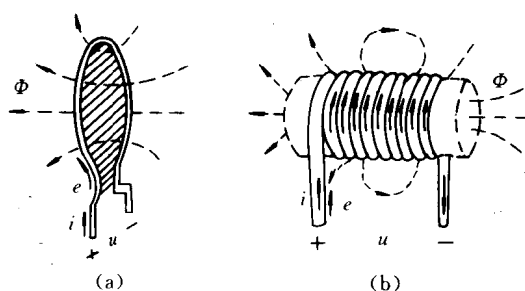


图 1-14 电感中的电流、磁链和电压的关系

取其它措施，使得各个线匝链结的磁通都相同，设等于 Φ ，则线圈的磁链为

$$\psi = N\Phi \quad (1-18)$$

式中 N 为线圈的匝数。磁通和磁链的单位为韦伯，符号用 Wb 表示。由于磁通是由电流产生的，所以电感元件是电流与磁链相约束的器件，即磁通一定是电流的函数。因此，电感元件的定义如下：

一个二端元件，如果在任一时刻 t ，它的电流 $i(t)$ 与它的磁链 ψ 之间关系可以用 $i-\psi$ 平面上的一条曲线来确定，则该二端元件称为电感元件。

线圈的磁特性用函数 $\psi = \Phi(i)$ 来表示，称为线圈的韦安特性，图 1-15 画出了两种韦安特性。其中 1-15 (a) 是非线性情况。由于铁磁材料的导磁性质为非线性的，故有非线性韦安特性。图 1-15 (b)，韦安特性是一条通过原点的直线，是线性的，其磁链与形成此磁链的电流成正比关系，即

$$\psi = Li \quad (1-19)$$

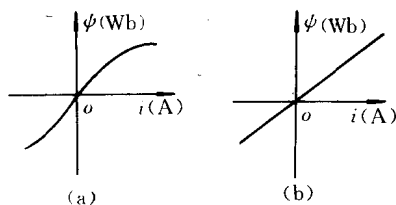


图 1-15 线圈的韦安特性

式中参数 L 称为电感，它是一个正值。前面已约定 ψ 与 i 参考方向之间遵守右螺旋定则，故 (1-19) 式中 L 前带正号。由 (1-19) 式可知，电感的单位是韦/安，称为亨[利]，记作 H 。辅助单位为毫亨 (mH) 或微亨 (μH)，它们之间关系为

$$1\text{mH} = 10^{-3}\text{H}, 1\mu\text{H} = 10^{-6}\text{H}$$

习惯上，通常将电感元件简称为电感，以后如不加说明，电感系指线性非时变电感元件。电感元件在电路中的图形符号如图 1-16 所示。

实际电感器除了具有上述磁场特性外，还具有一定的能量损耗。电流通过电感器时，不可避免发生电能转换为热能的过程。因此电感线圈上除标有电感量外，还应标有额定