

《信息、控制与系统》系列教材

连续系统仿真 与离散事件 系统仿真

熊光楞 肖田元 张燕云 编著

清华大学出版社

《信息、控制与系统》系列教材

连续系统仿真与离散 事件系统仿真

熊光楞 肖田元 张燕云 编著

清华大学出版社

内 容 简 介

系统仿真是分析、研究、设计各种复杂系统的有力工具。仿真系统分为两大类：连续系统及离散事件系统。本书将系统地讲述对这两类系统进行仿真的基本方法、软件及应用实例。

本书共分九章，包括：概论，连续系统仿真方法学，软件及应用，连续系统仿真与参数优化，离散事件系统仿真等。本书的前身是《控制系统数字仿真》。本书除保留了原书特点外，还补充了大量新内容。为便于教学及应用，本书在附录中编写了七个实验及其程序清单。

本书可供自动化、自动控制、经济管理、系统工程等专业作教材，也可供上述领域的工程技术人员阅读。

JS460/11

(京)新登字158号

《信息、控制与系统》系列教材
连续系统仿真与离散事件系统仿真
熊光楞 肖田元 张燕云 编著

清华大学出版社出版
北京 清华园
保定市科技印刷厂印装
新华书店总店科技发行所发行

开本：787×1092 1/16 印张：24 字数：600千字

1991年2月第1版 1991年12月第2次印刷

印数：5001—9000

ISBN 7-302-00738-1/TP·246

定价：7.30元

《信息、控制与系统》系列教材

出版说明

《信息、控制与系统》系列教材是一套关于信息、控制和系统学科的基本理论和应用技术的高等学校教材。选题范围包括信号和信息处理、模式识别、知识工程、控制理论、自动化技术、传感技术、自动化仪表、系统理论、系统工程、机器人控制、智能控制、计算机应用和控制等方面。主要读者对象为自动控制、计算机、过程自动化、无线电等系科的高年级大学生和研究生，以及在这些领域和部门工作的科学工作者和工程技术人员。

信息、控制与系统科学是在本世纪上半叶形成和发展起来的新兴学科。它们的应用和影响已经遍及众多的部门和领域，贯穿其中的许多思想和方法已用于经济和社会现象的研究，而以这些学科为理论基础的自动化技术的广泛应用更是实现现代化的重要标志之一。这套系列教材正是在这样的客观要求下，为适应教学和科研工作的需要而组织编著和出版的。它以清华大学自动化系、电机系近年来经过教学实践的新编教材为主，力求反映这些学科的基本理论和最新进展，并且反映清华大学在这些学科中科学研究和教学研究的成果。我们希望这套系列教材，既能为在校大学生和研究生的学习提供较为系统的教科书，也能为广大科技人员提供有价值的参考书。

组编和出版这套系列教材是一次尝试。我们热忱欢迎选用本系列教材的老师、学生和科技工作者提出批评和建议。

《信息、控制与系统》系列教材编委会

一九八七年三月

《信息、控制与系统》系列教材编委会

主 编 常 週

编 委 常 週 童诗白 方崇智 韩曾晋 李衍达

郑大钟 夏绍玮 徐培忠

责任编辑 蔡鸿程

目 录

引 言	1
第一章 连续系统仿真及离散事件系统仿真概论	5
1.1 数学模型的分类	5
1.1.1 根据模型的时间集合来分类	5
1.1.2 根据模型中状态变量来分类	5
1.1.3 根据模型中各种描述变量是否存在来分类	6
1.1.4 根据模型中描述变量的函数关系来分类	6
1.1.5 结论	6
1.2 连续系统仿真中的数学模型	7
1.2.1 连续时间模型	7
1.2.2 离散时间模型	10
1.2.3 连续-离散混合模型	12
1.3 连续系统仿真分类	14
1.3.1 模拟机仿真	14
1.3.2 数字机仿真	15
1.3.3 数字-模拟混合仿真	15
1.4 离散事件系统仿真	16
1.4.1 离散事件系统仿真中的数学模型	16
1.4.2 离散事件系统仿真方法分类	16
1.4.3 离散事件仿真模型的部件与结构	18
1.5 仿真技术的应用	19
1.5.1 仿真技术在系统分析、设计中的应用	19
1.5.2 仿真技术在系统理论研究中的作用	20
1.5.3 仿真技术在训练人员方面的作用	20
参考文献	20
第二章 连续系统仿真方法学	21
2.1 连续系统数字仿真的基本概念	21
2.1.1 数值积分法与离散相似法	21
2.1.2 连续系统数字仿真的特点	22
2.2 数值积分法	22
2.2.1 龙格-库塔法	23
2.2.2 亚当姆斯法	25
2.2.3 稳定性分析	27
2.2.4 积分步长的选择与控制	28

2.3	离散相似法	30
2.3.1	离散相似法的基本原理	30
2.3.2	Z域离散相似模型及其校正	33
2.3.3	状态转移矩阵 e^{AT} 的计算	39
2.3.4	用离散相似法进行线性系统仿真	41
2.3.5	增广矩阵法	43
2.4	快速仿真与实时仿真	45
2.4.1	问题的提出	45
2.4.2	快速数字仿真算法	45
2.4.3	实时仿真算法	58
2.5	采样控制系统仿真方法	59
2.5.1	采样周期与仿真步距	60
2.5.2	改变数字控制器的采样间隔	63
2.5.3	采样控制系统仿真应用举例	64
	参考文献	67
第三章	连续系统数字仿真软件及其应用	68
3.1	数字仿真软件概述	68
3.2	面向微分方程的仿真程序CSS1	69
3.3	面向结构图的仿真程序CSS2	75
3.3.1	典型环节的选择	75
3.3.2	CSS2 程序介绍	80
3.4	离散相似法非线性系统仿真程序CSS3	86
3.5	纯延迟环节的仿真	93
3.6	数字仿真语言	95
	参考文献	97
第四章	连续系统仿真与参数优化	98
4.1	系统仿真与参数优化	98
4.2	单变量寻优技术	101
4.2.1	Fibonacci法	102
4.2.2	黄金分割法	107
4.2.3	二次插值法	110
4.3	多变量寻优技术	113
4.3.1	最速下降法	113
4.3.2	共轭梯度法	116
4.3.3	单纯形法	119
4.4	PID调节器参数优化	122
4.4.1	PID调节器数字化	123
4.4.2	参数最优化仿真应用举例	124
	参考文献	130

第五章 离散事件系统仿真基础	131
5.1 基本概念	131
5.2 仿真钟的推进	133
5.3 单服务台排队系统仿真	135
5.3.1 排队系统的基本概念	135
5.3.2 单服务台排队系统仿真举例	137
5.4 库存系统的仿真	148
5.4.1 库存系统的基本概念	148
5.4.2 随机库存系统仿真举例	149
5.5 离散事件系统仿真研究的一般步骤	162
参考文献.....	163
第六章 随机变量模型的确定及随机变量的产生	164
6.1 引言	164
6.2 随机变量模型的确定	164
6.2.1 分布参数的确定	164
6.2.2 分布类型的假设	168
6.2.3 实验分布	175
6.3 拟合优良度检验	177
6.3.1 χ^2 检验.....	177
6.3.2 柯尔莫哥洛夫-斯米尔洛夫(K-S)检验	178
6.4 随机数发生器及其性能检验	180
6.4.1 概述	180
6.4.2 随机数发生器	181
6.4.3 随机数发生器的测试	183
6.5 随机变量产生的原理	187
6.5.1 反变换法	187
6.5.2 组合法	189
6.5.3 卷积法	190
6.5.4 接受-拒绝法.....	191
6.6 常用随机变量的产生	193
6.6.1 连续随机变量的产生	193
6.6.2 离散随机变量的产生	197
参考文献.....	199
第七章 离散事件系统仿真建模方法学	201
7.1 概述	201
7.2 离散事件系统的仿真策略	201
7.2.1 事件调度法 (Event Scheduling)	202
7.2.2 活动扫描法 (Activity Scanning).....	204
7.2.3 进程交互法 (Process Interaction).....	206

7.2.4	三种仿真策略的比较	207
7.3	仿真语言SIMLIB	208
7.3.1	事件表的存贮与操作	209
7.3.2	SIMLIB说明	211
7.4	单台分时系统仿真	215
7.4.1	问题说明	215
7.4.2	仿真程序说明	217
7.4.3	仿真结果及讨论	225
7.5	多队多台系统的仿真	226
7.5.1	系统描述	226
7.5.2	仿真模型说明	228
7.5.3	仿真结果及讨论	238
7.6	多级多服务台系统仿真	239
7.6.1	仿真模型说明	240
7.6.2	仿真程序说明	241
7.6.3	仿真结果及讨论	252
7.7	离散事件系统仿真语言	253
7.7.1	概述	253
7.7.2	GASPN	253
7.7.3	GPSS	254
7.7.4	SLAM及SIMAN仿真语言	256
7.7.5	SIMSCRIPT I.5	258
附录	SIMLIB源程序清单	260
	参考文献	271
第八章	离散事件系统仿真结果分析	272
8.1	概述	272
8.2	终止型仿真及稳态型仿真	272
8.3	终止型仿真结果的分析	273
8.3.1	固定样本长度法	273
8.3.2	序贯程序法	275
8.4	稳态型仿真的置信区间	276
8.4.1	批均值法	276
8.4.2	稳态型序贯法	279
8.4.3	重新产生法	281
8.4.4	重复删除法	284
8.5	系统性能的比较	287
8.6	仿真结果分析应用举例	289
	参考文献	292
第九章	仿真——基于模型的活动	293

9.1 基于模型的活动：一种观念的转变	293
9.1.1 仿真的基本要素	293
9.1.2 基于模型的活动	294
9.1.3 仿真、软件工程、人工智能及系统理论之间的关系	295
9.1.4 基于模型的仿真软件系统	296
9.1.5 基于知识的建模与仿真系统	298
9.2 多面向建模	299
9.2.1 在管理、控制及设计中的模型	299
9.2.2 多种目的：多种模型	300
9.2.3 实例：大学公共汽车服务	300
9.2.4 狭义建模与广义建模	300
9.2.5 模型库与数据库	301
9.2.6 多面向建模的结构	302
9.2.7 多面向建模及仿真中的对象与活动	303
9.3 基于模型的仿真语言	303
9.3.1 GEST的模型描述	304
9.3.2 GEST对实验的描述	305
9.3.3 实例	306
9.4 一体化的仿真软件系统	308
9.4.1 IPSOS的结构	309
9.4.2 模型库与模型管理系统	310
9.4.3 算法库与算法库管理系统	310
9.4.4 实验框架库与实验管理	311
9.4.5 实验运行系统	314
9.4.6 实验数据库	314
参考文献	315
附录	316
实验一 面向方程的数值积分方法仿真	316
实验二 面向结构图的数值积分方法仿真	322
实验三 面向结构图的离散相似法仿真	335
实验四 PID 调节器参数最优化实验	346
实验五 随机数产生及均匀性与独立性测试	355
实验六 排队系统仿真	359
实验七 仿真输出数据分析	365

引 言

G·戈登在《系统仿真》一书中曾这样写道：“系统这个术语已经在各个领域用得如此广泛，以致很难给它下一个定义，一方面要使这个定义足以概括它的各种应用，另一方面又要能简明地把这个定义应用于实际”。实际情况正是这样，在大家阅读本书前，一定已经接触过许多系统，诸如：控制系统、调速系统、随动系统、管理系统、经济系统、社会系统等。这些系统所涉及的物理规律不同，规模不同，而且描述它们的形式、处理它们的方法也很不相同。下面我们给出的关于系统的定义虽然十分抽象，但是对于概括这些形形色色的系统却有一定的帮助，更重要的是，这种概括有助于我们引出系统仿真的定义。

所谓系统是指相互联系又相互作用着的对象的有机组合。根据这个定义，我们可以将一个钢铁联合企业看作一个系统。它是很多工厂——采矿、选矿、炼铁、炼钢、轧钢、制品等的有机组合，它们不仅相互联系而且相互作用。比如：制品工厂要由轧钢工厂提供钢材，而轧钢工厂又要由炼钢工厂提供钢锭等等。也就是说前一工厂的产品可能是后一工厂的原料，因此后一工厂的生产情况将决定于前一工厂的生产情况；当然，反过来，前一工厂的生产情况也必须适应后一工厂的生产情况。我们也可将一个轧钢工厂看作一个系统，它是很多工段——加热、轧制、卷取、冷却等的有机组合。同样我们也可以将轧钢机看作一个系统，它是许多设备——主传动、压下、辊道等的有机组合。如果再细分一下，主传动部分也可看作一个系统，它由可控硅调速装置、直流电动机、测速发电机、指令控制器等组成一个有机整体。

通常，根据系统的物理特征可将系统分成两大类：工程系统（如：电气、机械、机电、化工、热力等）及非工程系统（如经济、交通、管理、生态等）。

例如，图1所示的加热炉温度调节系统就是一个工程系统。

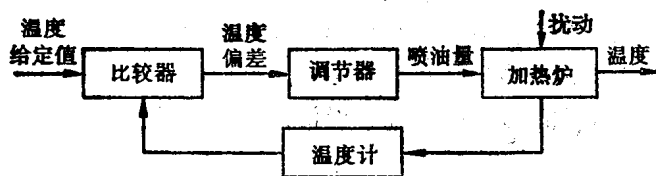


图1 加热炉温度控制系统

在这个系统中，温度给定值与测温计所测到的实际温度值相比较，得到温度偏差，这个偏差被送到调节器中用来控制加热炉的喷油量，因而控制了加热炉的温度。当外界有扰动时（比如：加热炉中加热的钢锭增加，有可能使温度下降），加热炉的温度将会发生变化，但是由于温度给定值不变，因此温度偏差将发生变化，这就会引起喷油量的改变，从而使加热炉温度又调节到希望的数值上来。

而图2所示的工厂系统则是一个经济管理系统——非工程系统。

在这个系统中，生产管理部门负责接受用户订货，并根据订货及工厂其它各部分的生产情况制定出生产计划，对各部门进行生产管理；同时，各部门之间又互相联系，例如采购部门要及时将原料采购进来，并运送给制造车间，而制造车间要按计划将半成品制造出来并运给装配车间等等。一旦某一部门发生问题（受外部扰动）而影响到这一部门的生产情况时，有关信息将反馈给生产管理部门，由它作出修正决策，以保证用户订货合同的如期完成。

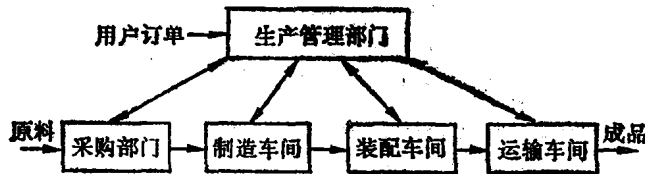


图2 工厂经济管理系统

尽管这两个系统的物理本质截然不同，但是有几点是相同的。

1. 它们都由一些相互有关的实体组合而成。例如，加热炉系统中的实体有：比较器、调节器、加热炉、测温计等；工厂系统中的实体有：部门(车间)、订货单、原料、零件、成品等。

2. 组成系统的实体具有一定的特征，也即具有一定的属性。例如加热炉系统中温度偏差、喷油量、温度等就是这些实体的属性；而工厂系统中每份订货单要求生产的产品数量、车间的机器及人员数量、零件的质量与数量就是该系统中各实体的属性。

3. 系统由于各种原因会发生变动，我们把系统内部发生的变化过程称为活动。例如加热炉系统的主要活动就是控制喷油量的变化；而工厂系统中各车间的生产过程就是该系统的主要活动。

由此可见，虽然系统形形色色，但是它总是由一些实体组成的，每个实体有一些主要的属性，整个系统有它自己的主要活动。因此，实体、属性与活动就构成了系统的三大要素。

为了研究、分析与设计系统，需要对这些系统进行试验。有两种试验的方案，一种是直接在真实系统上进行，另一种则是按真实系统的“样子”构造一个模型，在模型上进行。通常由于以下原因而不采用在真实系统上做试验的方案。

1. 系统还处于设计阶段，并没有真正建立起来，因此不可能在真实系统上进行试验。

2. 在真实系统上做试验会破坏系统的运行。例如在一个化工系统中随意改变一下系统参数，可能导致整个一炉成品报废；又如在经济活动中，随意把一个决策付之行动，可能会引起经济混乱。

3. 如果人是系统的一部分时，由于他知道自己只是试验的一部分，行动往往会和平时不一样，因此会影响试验的效果。

4. 在实际系统上做多次试验时，很难保证每一次的操作条件都相同，因而无法对试验结果的优劣作出正确的判断与评价。

5. 试验时间太长或费用太大或者有危险。

6. 无法复原。例如：改建一个加热炉，想要检查一下改建后加热的效率与质量，不能先改建起来试试看，因为一旦改建就不可能再回到原来的状态上去了。

因而，在模型上做试验成为对系统进行分析、研究的十分有效的手段。从广义上来说，

为了分析研究，首先建立系统的模型，然后在模型上进行试验这一过程就称为系统仿真。

根据模型的种类不同，系统仿真可以分成三种：物理仿真，数学仿真，物理-数学仿真（半实物仿真）。

按照真实系统的物理性质构造系统的物理模型，并在物理模型上进行试验，就称为物理仿真。而按照真实系统的数学关系构造系统的数学模型，并在数学模型上进行试验，就称为数学仿真。

物理仿真的优点是直观、形象化。但是构造一套物理模型有时将花费比较大的投资，周期也很长；另外，在物理模型上作试验，很难修改系统的结构，试验受到一定的限制。而数学仿真则比较经济、方便。计算机为数学模型的建立与试验提供了较大的灵活性，因此数学仿真一般就是在计算机上对系统的数学模型进行试验，简称计算机仿真。

在某些系统的研究中，还把数学模型及物理模型以及实物联合在一起进行试验，也即将系统的一部分写成数学模型，并将它放到计算机上，而另一部分则构造其物理模型或直接采用实物，然后将它们联接成系统进行试验，这种仿真就称为数学-物理仿真，或称半实物仿真。

综上所述，系统、模型与仿真三者之间有着十分密切的关系。系统是我们的研究对象。模型则是系统特性的一种表述。一般来讲模型不仅用来代替系统，而且应该是系统的简化。而仿真则包含两个过程：建立模型及对模型进行试验。

需要指出的是，在计算机尚未问世之前，由于只有物理仿真，因此系统仿真是附属在其它有关学科中的。而只有在计算机出现以后（本世纪40年代），由于数学仿真即计算机仿真的发展，提出了大量共同性的技术问题，因而系统仿真才逐渐发展为一门独立的学科。通常讲述系统仿真也仅仅讲述计算机仿真。

由上述可知，计算机仿真包括三个要素，即：系统、模型与计算机；联系这三个要素的有三个基本活动：模型建立、仿真模型建立及仿真试验（运行）。以上三要素及三个基本活动的关系可用图3来表示。

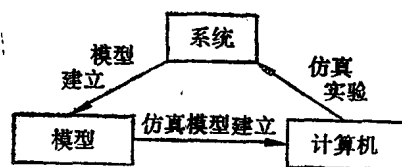


图3 计算机仿真三要素及三个基本活动

长期以来，仿真领域的研究重点是放在仿真模型的建立这一活动上，即在系统模型建立以后，要设计一种算法，以便使系统模型能为计算机所接受，然后将它编制成计算机程序，并在计算机上运行。因此产生了各种仿真算法及仿真软件。

由于对模型建立及仿真试验（包括对仿真结果的分析）研究较少，因此使得当一个问题提出后，需要一段很长的建模时间，同时仿真结果的分析也必须依赖专家，而对决策者缺乏直接的指导，这种现象大大阻碍了仿真技术的推广应用。

从80年代起，仿真领域开始普遍重视建模及仿真结果分析，提出了结构化仿真，仿真建模环境及一体化仿真支撑系统等新概念，并取得了不少成果。

计算机仿真根据被研究系统的特征可以分为两大类：连续系统仿真及离散事件系统仿真。

连续系统仿真是指对那些系统状态量随时间连续变化（包括由于数据采集是在离散时间点上进行的，因此数据是非连续的）的系统建立其数学模型并将它放在计算机上进行试验。这类系统的数学模型包括：连续模型（微分方程等），离散时间模型（差分方程等）及连续-离散混合模型，其基本特点是能用一组方程式来描述。

离散事件系统仿真则是指对那些系统状态只在一些时间点上由于某种随机事件的驱动而发生变化的系统建立其数学模型，并将它放在计算机上进行试验。这类系统的状态量是由于事件驱动而发生变化的，在两个事件之间状态量保持不变，也即是离散变化的，所以称为离散事件系统。另外这类系统的数学模型一般很难用数学方程来描述，通常是用流程图或网络图来描述。

过去，在我国，连续系统仿真比较普遍，而离散事件系统仿真则重视的不够。随着管理科学的产生以及柔性制造系统、计算机集成制造系统的发展，离散事件系统仿真越来越显示出它的重要性。

本书共分九章，除第一章及第九章外，中间七章基本上分为两大部分：前三章讲述连续系统仿真，而后四章讲述离散事件系统仿真。这两大部分具有一定的独立性，因此在讲授与学习时可以根据具体情况选用其中的一部分或两部分。整个课程约50学时。

本书的前身是《控制系统数字仿真》（熊光楞编著，清华大学出版社，1982年），凡选用《控制系统数字仿真》作为仿真课程教材的学校，可改选本书作为教材。

本书的引言、第一章、第二章及第九章由熊光楞编写，第五、六、七、八章由肖田元编写，第三、四章由张燕云编写。

由于系统仿真是一门实验性很强的学科，所以在本书最后附了7个仿真实验，包括实验大纲及计算机源程序。为了使各单位便于采用本教材，上述7个实验的源程序、执行程序均已制成软盘（共3张），可在IBM-PC/XT及其兼容机上运行。

第一章 连续系统仿真及离散事件系统仿真概论

在引言中已经对连续系统仿真及离散事件系统仿真作了定义。本章将首先讨论如何对数学模型进行分类，然后系统地讨论上述两类仿真中的数学模型及如何对它们进行仿真，最后说明仿真的应用范围。

1.1 数学模型分类

计算机仿真是在计算机上对系统的数学模型进行试验，因此，首先要对系统的数学模型作进一步的讨论。

系统的数学模型分类方法很多，通常有以下四种：

- 根据模型的时间集合来分类；
- 根据模型的状态变量来分类；
- 根据模型中各种描述变量是否存在来分类；
- 根据模型中描述变量的函数关系来分类。

1.1.1 根据模型的时间集合来分类

- 连续时间模型，即用实型数来表示时间。
- 离散时间模型，即用整型数来表示时间。

1.1.2 根据模型中状态变量来分类

- 连续变化模型，即状态变量的变化是连续的。

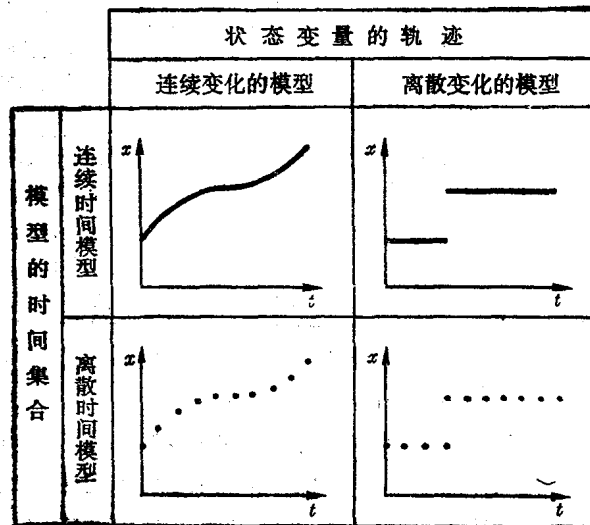


图 1.1 连续变化模型与离散变化模型

• 离散变化模型，即状态变量的变化是不连续的，即它只在特定时刻变化，而在两个特定时刻之间保持不变。

图1.1表示了按上述两种分类时模型中状态变量的轨迹特征。

1.1.3 根据模型中各种描述变量是否存在来分类

模型描述变量包括：输入变量、输出变量及状态变量。

如果一个模型没有输入变量，则称为自治模型(autonomous model)。反之，则称为非自治模型(nonautonomous model)。

如果一个模型既没有输入变量，也没有输出变量，则称为闭式模型(closed model)。反之，则称为开式模型(open model)。

如果一个模型没有状态变量，则称为无记忆模型(memoryless model)。反之，则称为有记忆模型(memory model)。

1.1.4 根据模型中描述变量的函数关系来分类

- 确定模型/随机模型
- 线性模型/非线性模型
- 病态模型/非病态模型

1.1.5 结论

1. 表1.1全面概括了上述四种分类方法。

表 1.1 数学模型分类

分 类 根 据		模 型 类 型
时 间	连续时间 离散时间 混合时间	连续时间模型 离散时间模型 混合时间模型
状 态 变 量	连续变化 离散变化	连续变化模型 离散变化模型
描 述 变 量 是 否 存 在	输入变量 输入-输出变量 状态变量	自治模型/非自治模型 闭式模型/开式模型 无记忆模型/有记忆模型
描 述 变 量 的 函 数 关 系	确 定 性 线 性 病 态 性	确定模型/随机模型 线性模型/非线性模型 病态模型/非病态模型

2. 在以上四种分类方法中，最基本的是前面两种。表1.2表示了按前两种分类时，数学模型的具体形式，它与图1.1是互相对应的。

3. 由表1.2可知，除离散事件模型外，其它三种模型都可表示成方程的形式（有时统称为方程模型），而离散事件模型则通常不能用方程来描述，只能用流程图来描述（有时称为流程模型）。这种差别在仿真中尤其重要，因为它们的仿真方法将会有很大的不同；而对方程模型的仿真不论是常微分方程或偏微分方程或差分方程则有很多共同之处。正因为如此，从仿

表 1.2 数学模型的具体形式

		状态变量的轨迹	
		连续变化模型	离散变化模型
模型的时间集合	连续时间型	常微分方程模型 偏微分方程模型(PDE) 连续时间PDE	离散事件模型 面向进程 面向事件 面向活动
	离散时间型	偏微分方程模型(PDE) 离散时间PDE 系统动力学模型	差分方程模型 有限状态自动机 马尔可夫链模型

真角度我们将系统仿真分为两大类：

- 连续系统仿真。
- 离散事件系统仿真。

本章将分别对上述两类仿真中所遇到的数学模型加以详细讨论。

1.2 连续系统仿真中的数学模型

连续系统仿真中的数学模型有很多种，但基本上可分为三类：连续时间模型、离散时间模型及连续-离散混合模型。本节将对它们的线性定常形式作一些介绍。

1.2.1 连续时间模型

假定一个系统的输入量 $u(t)$ ，输出量 $y(t)$ 以及内部状态变量 $x(t)$ 都是时间的连续函数，那么我们可以用连续时间模型来描述它，具体来讲，有四种形式：

1. 微分方程，如(1.1)式所示

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = c_0 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + c_1 \frac{d^{n-2} u}{dt^{n-2}} + \dots + c_{n-1} u \quad (1.1)$$

2. 传递函数

若系统的初始条件为零，即系统在 $t=0$ 时已处于一个稳定状态，那么对(1.1)式两边取拉氏变换后可得：

$$s^n Y(s) + a_1 s^{n-1} Y(s) + \dots + a_{n-1} s Y(s) + a_n Y(s) = c_0 s^{n-1} U(s) + c_1 s^{n-2} U(s) + \dots + c_{n-1} U(s)$$

稍加整理后可得：

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{j=0}^{n-1} c_{n-j} s^j}{\sum_{j=0}^n a_{n-j} s^j} \quad (1.2)$$

其中： $a_0=1$

(1.2)式称为系统的传递函数。

若对(1.1)式引进算子 $p = \frac{d}{dt}$ ，则有：