

理论流变学讲义

M. 雷 訥

科学出版社

M. Reiner
LECTURES ON THEORETICAL RHEOLOGY
North-Holland
Amsterdam 1960

內 容 簡 介

本书系統地介紹了流变学的一些基本概念。

全书共十五讲。对于流变运动学、流变动力学、流变状态方程,以及各种理想体等均作了介紹。論述簡要,特别是采用了張量形式,但津梁俱在。

本书可供涉及建筑材料和高分子聚合物、土壤等的流变特性的研究、工程技术人員参考。

理 论 流 变 学 讲 义

M. 雷 訥 著

郭友中 王武陵 楊植之 譯
葛修潤 吳景濃 刘 雄

郭 友 中 校

*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳門內大街 117 号
北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

上海新华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店經售

*

1965 年 8 月 第 一 版

开本: 850×1168 1/32

1965 年 8 月 第一次印刷

印張: 5

印数: 0001—4,750

字数: 121,000

統一書号: 13031·1937

本社書号: 2989·13-2

定价: [科六] 0.80 元

12-65/61

中 譯 本 序 言

近年来,国内外由于基本建设工程、机械、化学工业的迅速发展,对流变学方面的知识需要,日益感到迫切。有的单位亦开展了一些研究工作。

译者們鉴于目前国内关于流变知识方面的书籍很少,尤其是系统的、概念性的介绍流变学的书籍过少,故将 M. 雷訥的“理論流变学讲义”譯出以餉讀者。

本书对于流变运动学、流变动力学、流变状态方程以及胡克固体、牛頓液体、古典物体系和各种理想体等均以数学力学形式作了介绍。对各种理想体、麦克斯韦体、开尔芬体、圣維南体、宾汉体均作了阐述。論述頗为简单明了。对于具有一定数学知识的工程技术、研究人員来了解流变概念有一定的帮助。

但是对本书有三点需要加以說明:

1. 本书名为“理論流变学”,但实际上理論流变学的理論部分写得不多。如通过材料内部结构推导材料的流变特性和利用試驗結果計算材料分子结构、計算流变体的应力分布等均未談到。故本书絕大部分还是用宏观观点来表述材料特性的。

另外,本书出版在前,而近年来流变学的研究有长足的发展,书中所举例子已經陈旧,有的已为近年来在这方面的发展所代替或否定。例如书中将混凝土用麦克斯韦体来模拟,将爱因斯坦定律用于混凝土均值得商榷。

在流变試驗方面本书也談得很少。一些所談到的試驗例子,大部分是属于檢驗性的。

2. 本书前几讲正确地談到,应力張量的两种类型,即正应力張量(各向同性張量)和偏斜应力張量(偏量),但后边接触到流变模型时却未把此問題說清楚。在阐述某一材料的模型时,也未說明是偏斜应力場与偏斜应变場的关系,还是正应力場与正应变場

的关系。例如，书中把混凝土列为麦克斯韦体，这样，应该说它的应变可以与时间成线性关系，但实际上在正应力张量作用下，它的压缩随着时间的增长而增加只能达到一定的限度，而不是无限止地增加的。所以只能说在某某应力状态下它是麦克斯韦体，而不能笼统地说混凝土就是麦克斯韦体。笼统的说法容易引起读者的误会。

3. 一种材料只有在一定的应力状态下，一定的试验阶段，才可以近似地以某种模型来代表，对于很多应力、应变-时间关系复杂的流变材料，则要以一系列的模型或积分方程来表示。本书在这方面过于简单化、理论化，单一地理解材料，往往谈到某种材料时就提出它可以用某流变模型来表示。

上面谈到了本书的一些缺点。但尽管如此，我们认为，对于初学流变或对流变了解较少的同志来说，本书还有相当的参考价值。同时，它对于宣传各种材料都是流变的，改变一些老的、只用弹性或塑性理论来解决工程问题的概念还是有一定的作用。从这点来说，当年原书初版时对普及流变学方面贡献是很大的。

上述观点是否妥当，希望读者批评指正。

本书由中国科学院岩体土力学研究所郭友中、王武陵、杨植之、葛修润、吴景浓、刘雄等合译，最后由郭友中统一校订。

譯 者

1965 年 7 月

前两版序言摘要

自从 1928 年, 由于美国宾汉教授的倡議成立了“流变学会”, 創刊了“流变学杂志”以后, 流变学作为物理学的分支研究材料的变形与流动, 已經在美国得到了承认.

1940 年, 英国流变学家俱乐部成立, 但是, “流变学”一詞在英国, 則自 1938 年斯考特·布莱发表了“工业流变学引論(An Introduction to Industrial Rheology)”以后就在科学上通用了. 在苏联, 現在流变学也已成为科学上的家常习語了.

流变学成为科学上的独立分支, 是由于下述发展的結果: 直到最近, 工程技术人員还是从自然界取得材料, 他們找到的不是木材与石料, 就是根据几千年来逐漸发展了的方法提炼过的东西, 例如鉄与其他金属; 只是在极少数的情况下, 材料才是人工产品, 而就是它們的生产方法, 也在很久以前就已发明, 并且很可能是偶然地发明的, 例如对于玻璃的情况就是这样. 这些材料的机械性质是天然形成的, 或是偶然的机会造成的. 于是, 諸如油漆、塑料、陶瓷、潤滑剂、賽璐珞以及橡胶产品等这样一类工业的近代发展, 就需要大規模生产具有一定机械性质的人造材料. 这些材料的生产过程是化学家們发展起来的; 当化学家們不得不研究这些材料的机械性质的时候, 显而易见, 力学家在彈性力学及粘性理論中对此所已提供的科学术语是太原始了. 这些新材料的最有代表性的性质之一就是它們的“塑性”, 而現有的塑性理論是从金属的塑性特性推导出来的, 但已經証明同样是完全不适用的. 因此, 物理化学家在宾汉教授的领导下发展了他們自己的塑性流动理論, 并且由于兴趣的不断增长而飞速前进, 美国化学学会在其 1924 年年会上, 安排了一次專門的“塑性討論会”, 这样的討論会在 1926 年及 1928 年又繼續了两次. 宣讀的論文及所作的討論都表明, 涉及的問題都远远超出了化学的范围. 所接触到的科学分支有: 应用数

• v •

学、彈性力学、材料力学、流体动力学与水力学、普通物理学、地质学、工程学及其它学科，它們由材料的变形及流动这一根本問題作为共同紐帶而結合在一起。出席討論会的大部份科学家是化学家，尽管大部分普通化学家听众对宣讀的論文会几乎不感兴趣；另一方面，涉及的論題对于为数很多的物理学家和工程师們似乎都有巨大的兴趣，而不幸的是，他們的意見在討論中得不到反映。所以，很明显，这些會議不能由化学学会来主办而使与会者限于化学家。因此在1928年的會議上，决定成立一个專門的科学学会，以便在尽可能广泛的意义下来研究材料的变形与流动問題。这个学会，根据赫腊克利特的說法“ $\pi\acute{\alpha}\nu\tau\alpha\ \rho\epsilon\iota$ ”^{*}，被称为流变学会。

工程科学的发展大大地促进了这一新的科学的綜合，因为工程科学在发展过程中早已与工业化学家在半途上会合起来了。不仅是机械工程师越来越体会到金属的塑性变形的重要性，并且他們开始談到“蠕变”或金属的緩慢流动；土木工程师亦有同感，他們不得不考虑土壤的塑性特性，混凝土的蠕变等等。

本书作者与宾汉教授共同参加了組織工作，并且在1931年至1932年間于拉法依特(Lafayette)学院讲授数学流变学，继之又在1932年至1933年間于普林斯頓(Princeton)大学讲了同类的課程。1937年在耶路撒冷的希伯来(Hebrew)大学，開設了有关理論流变学的簡短課程，复于1941年修訂重讲。目前这本书中包括了原来用希伯来文讲授的材料用英文重行发表。

巴勒斯坦 耶路撒冷 北泰波斯

1943年3月

我为第二版扩充了論述，重新安排了材料并且作了某些改进。在这样做的时候，我已經考虑到了我的理論流变学初步入門“变形与流动(Deformation and Flow, H. K. Lewis and Co. Ltd. London)”

^{*}) 希腊語，意为“一切都在流动”——譯者注。

即将出版。因此我稍微提高了表述的数学水平，更加系统地使用了張量概念。我还使用了張量分析的求和約定。讀者用不着担心这样会加重他的負担；在这方面不需要什么預备知識，当遇到它們时，所有的概念都会加以說明，而且讀者很快就会感到习惯。

工学院
以色列 海法

1948 年 12 月

第三版序言

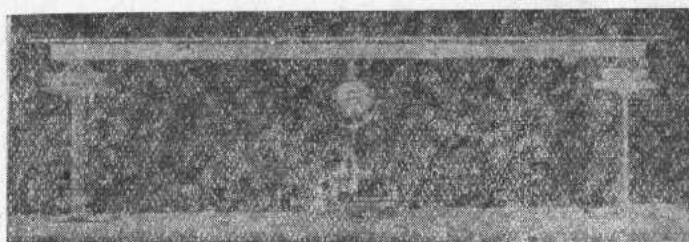
对于第三版，我又作了某些新的編排，并且把十二讲增加到十五讲。我还增添了关于体积粘性以及在彈性力学和流体动力学中的二級效应的一些节次。我扩大了后者，使之包括将空气作为“麦克斯韦体”的論述。在这样做的时候，我已經回复了麦克斯韦的原来的概念。于是如本书中概述的流变学的范围，就从岩石扩及空气了。

以色列技术研究所
海法

1959 年 5 月



自然界中整个地质年代里的蠕变,而且看来尚在继续中
在通往耶里卓(Jericho)的公路上,在平冲断层下具有燧石互层的石灰岩。



实验室里见到的经历一年时间的蠕变,而且仍在继续中
大-阿维夫(Tel-Aviv)地方的材料试验室内的水泥梁,挠度以
一水平线为准来表示。

符 号

本书所用的記号以字母先后为序排列如下:

	参看頁
A	面积 ····· (52)
$\mathbf{a}(a_x, a_y, a_z)$	加速度 ····· (1)
$\mathbf{a}_0(a_{0x}, a_{0y}, a_{0z})$	质心加速度 ····· (1)
B	体力 ····· (19)
b	弯曲的 (M_b, p_b 中的条件附标) ····· (54)
C	柯西的 (e^c 中的条件附标) ····· (10)
c_v	体积濃度 ····· (94)
c_w	重量濃度 ····· (95)
d	微分号 ····· (2)
dA	面元 ····· (52)
dm	质点的质量 ····· (2)
ds	相邻两质点間的距离 ····· (5)
dV	质点的体积 ····· (3)
E	能量 ····· (86)
	楊氏模量 ····· (30)
E_k	动能 ····· (86)
e	单位体积的能量 ····· (86)
	应变分量 ····· (9)
e	自然对数的底 ····· (74)
$e=e_{rs}$	应变張量 ····· (10)
f	破坏的 (R_f 中的条件附标) ····· (126)
g	重力加速度 ····· (17)
H	亨基的 (e^H 中的条件附标) ····· (10)
I	慣性矩 ····· (54)
	張量不变量 ····· (32)

i, j	应力或应变主軸 (41)
k	动的 (E_k 等中的条件附标) (86)
	应力或应变主軸 (41)
L	拉梅的 (λ_L 中的条件附标) (61)
l	长度 (11)
	液体的 (μ_l 中的条件附标) (75)
$\ln$	自然对数 (10)
$\mathbf{M}(M_x, M_y, M_z)$	力距 (2)
m	质量 (2)
	平均的 (p_m 中的条件附标) (33)
N	拉力=法向力 (52)
$\mathbf{n}$	表面的法綫方向 (15)
n	法向的 (p_n 等中的条件附标) (15)
	級数的項数 (112)
$\mathbf{P}(P_x, P_y, P_z)$	力 (1)
P	宏观动力量 (93)
	管壁上的剪切应力 (58)
$p=p_{rs}$	应力張量 (19)
p	靜水張力 (29)
	W_p 中的条件附标 (86)
p_{nt}	作用在以 n 为法綫的面元上沿 t 方向的 引力 (16)
Q	流量 (57)
R	流变函数 (29)
	半徑 (53)
	回能 (87)
r	半徑, 第一个圓柱坐标 (24)
	力臂 (2)
	張量附标 (10)
S	剪力 (52)

$\mathbf{s}$	空間中的方向 ····· (6)
s	固体的(η_s 中的条件附标) ····· (79)
	張量附标 ····· (10)
t_{rs}	張量 ····· (88)
t	時間 ····· (4)
	切向的(p_t, ϑ_t 等中的条件附标) ····· (16)
$\mathbf{u}(u_x, u_y, u_z)$	位移 ····· (4)
V	体积 ····· (3)
	宏观运动量 ····· (93)
$\mathbf{V}(v_x, v_y, v_z)$	速度 ····· (4)
v	容积的(e_v 中的条件附标) ····· (32)
W	功 ····· (86)
w	单位体积的功 ····· (86)
x, y, z	笛卡尔坐标 ····· (2)
0	偏量的(e_0 等中的条件附标) ····· (31)
	原来的(l_0 中的条件附标) ····· (11)
α	物质常数或系数 ····· (34)
β	物质常数或系数 ····· (34)
γ	位移梯度 ····· (6)
$\dot{\gamma}$	速度梯度 ····· (6)
γ_{rs}	位移梯度張量 ····· (6)
Δ	差, 增量 ····· (4)
ΔA	面元 ····· (15)
Δl	伸长, 长度增量 ····· (11)
δ_{rs}	各向同性单位張量 ····· (29)
∂	偏微分号 ····· (4)
ε	无穷小应变 ····· (9)
ζ	体积粘性 ····· (107)
η	粘滯系数 ····· (37)
θ	第二个圆柱坐标 ····· (24)

δ	屈服应力 (85)
κ	体积模量 (34)
λ	粘滞引力系数 (38)
μ	刚性模量 (35)
ν	泊松比 (30)
π	$=3.1416$ (57)
ρ	密度 (3)
Σ	和号 (2)
τ	松弛时间 (75)
φ	流动性系数 (103)
ϕ	角 (7)
Ω	旋转角 (28)
∇	哈密尔顿算子 (48)
∇^2	拉普拉斯算子 (48)

目 录

中譯本序言	(iii)
第一讲 预备知識, 流变运动学	(1)
注記	(10)
第二讲 流变动力学, 流变状态方程	(15)
注記	(21)
第三讲 圓柱坐标的运用	(24)
第四讲 帕斯卡液体, 張量的分解	(29)
第五讲 胡克固体, 牛頓液体, 古典物体系	(34)
注記	(39)
第六讲 張量变换, 主应变与主应力, 莫尔图	(40)
注記	(45)
第七讲 特殊問題的解, 杆的簡單拉伸, 梁的簡單弯曲	(47)
注記	(60)
第八讲 量綱知識, 量綱分析, 流变相似性	(64)
注記	(70)
第九讲 麦克斯韦液体, 蠕变, 开尔芬体, 彈性后效, 振动的阻尼, 綫性体与非綫性体	(71)
注記	(79)
第十讲 强度, 破裂与塑性流动, 圣維南体, 应力功, 米賽斯-亨基流动条件, 应变能的耗散	(83)
注記	(90)
第十一讲 宏观与微观流变学, 爱因斯坦溶胶粘性定律, 流变模型	(93)
注記	(100)
第十二讲 宾汉体及其他复合系統, 体积粘性	(102)
注記	(107)

第十三讲 广义体，结构粘性，横向粘性	(111)
注記	(116)
第十四讲 有限彈性，韦森伯效应，横向彈性	(119)
注記	(124)
第十五讲 动力强度理論	(125)
附 录	(129)
参考书目	(132)
人名对照	(139)
内容索引	(141)

第一讲

預备知識. 流变运动学

預备知識

流变学是材料流动与变形的科学。流动与变形都是物体中质点相互之間相对运动的结果。物理学中研究实体运动的分支称为力学。一般力学研究“质点”、“质点系”、“刚体”以及“刚体系”。在其一切問題中，物体的材料性质是不相干的。当研究行星环繞太阳运动的时候，行星被看作是一个质点，与之有关的只是各个行星的质量 m ，而不論行星是由水、橡皮还是果酱組成的都沒有关系。然而，这些材料的流变性质却是很不相同的：水会流动，橡皮是有彈性的，果酱則是塑性的。假如把它們看作一个整体而运动，例如組成一个行星，則它們的行为相同。但如果考虑到物体各部份相互之間的相对运动，則它們的行为大不相同。在力的作用之下，它們都要变形；或是彈性变形，要是在确定的力的作用下变形达到一个确定的状态，并且当力移去以后变形即便回复；或是塑性变形，要是力被移去以后变形永远保留；或是材料流动，要是在有限的力的作用之下，变形連續地无限增加。所以，要是我們研究流变問題，則有意义的不是整个物体的运动，而是組成物体的諸质点相互之間的相对运动。

所有的流变現象都是力学現象，我們将在流变学中应用下列对于整个物体成立的力学的基本定律：

(i) 令 $\mathbf{P}$ 表示“力”和 $\mathbf{a}$ 表示“加速度”，此处黑体表示矢量，亦即不仅有大小而且有方向的量。

于是

$$\sum \mathbf{P} = \mathbf{a}_0 m, \quad (1.1)$$

式中 $\Sigma \mathbf{P}$ 中的 Σ 代表矢量求和^{[1]¹⁾}, 因而 $\Sigma \mathbf{P}$ 是作用在物体上的所有力的合力; m 是质量而 $\mathbf{a}_0$ 是物体质心的加速度(参看图 1.1). 与 $\mathbf{P}$ 及 $\mathbf{a}$ 不同, 质量 m 是一个标量, 亦即仅有大小而无方向的量.

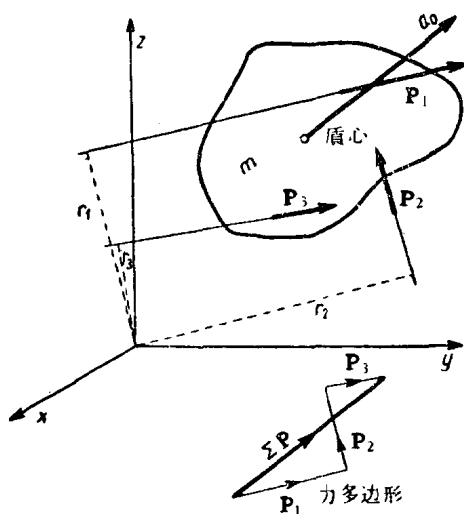


图 1.1 力的分解

m 为物体的质量; $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$ 为分力; $\Sigma \mathbf{P}$ 为合力;
 r_1, r_2, r_3 为力臂; $\mathbf{a}_0$ 为质心加速度.

(ii) 令

$$\Sigma \mathbf{M} = \Sigma \mathbf{P} r^{**})$$

是对于某一固定点的合力矩, 其中 r 是力 $\mathbf{P}$ 的方向离该点的距离, 于是

$$\Sigma \mathbf{M} = \int \mathbf{a} r dm^{**}), \quad (1.2)$$

式中右端的 $\int$ 号须遍取所有的质点, $\mathbf{a}$ 是质量为 dm 的质点的加速度, 而 r 现在表示那些加速度的方向与固定点间的距离.

方程 (1.2) 关于物

体的质心, 即使不处于静止状态, 也是成立的, 假如 $\mathbf{a}$ 相对于原点与质心重合且与之一起运动的动坐标系来取的话.

方程 (1.1) 与 (1.2) 可以写成分量的形式:

$$\Sigma P_x = a_{0x} m \quad (x, y, z), \quad (1.3)$$

$$\Sigma M_z = \Sigma (P_y x - P_x y) = \int (a_y x - a_x y) dm \quad (x, y, z). \quad (1.4)^{2)}$$

一般地说有三个这样的方程, 其中另外两个可以从方程 (1.3)

1) 方括号 [] 中的数字表示该讲末尾注记中的编号.

*) 正确的定义应该是 $\Sigma \mathbf{M} = \Sigma \mathbf{r} \times \mathbf{P} = \int \mathbf{r} \times \mathbf{a} dm$, 其中 $\mathbf{r}$ 为矩心到力作用线上任一点的距离矢量. 又, 原书中尚有不少刊误, 中译本中已将发现的错误加以改正, 不再一一加注了——译者注.

2) 参看图 1.2, 并注意正分量 P_x 产生正的转动, 即从 y 轴向 x 轴的转动.

及(1.4)中借 x, y 与 z 的輪換来得到。这一手續用 (x, y, z) 来表示。 M_z 是繞 z 軸的力矩。要注意: m 与坐标系无关。对所有的标量均如此。

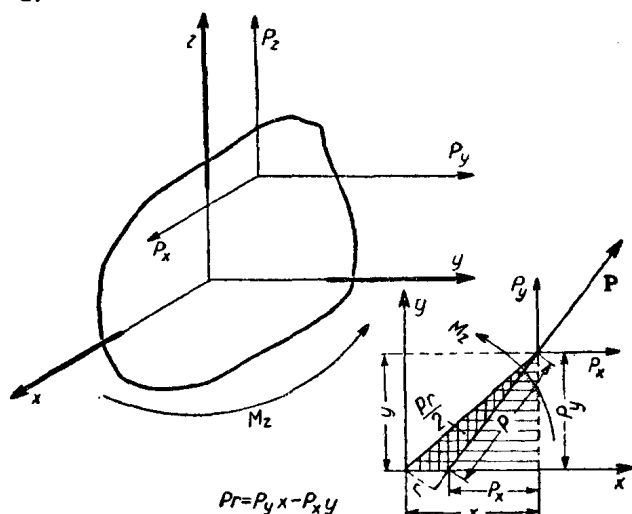


图 1.2 力矩

P_x, P_y, P_z 为力 $\mathbf{P}$ 的分量; r 为力 $\mathbf{P}$ 对于 z 軸的力臂; M_z 为繞 z 軸的力矩。力矩定理从力的平行四边形推得, 它利用了如右方图形所示的简单几何关系。

假如我們只考虑一个单独的质点, 这些方程就被簡化成一个:

$$\Sigma \mathbf{P} = m \mathbf{a},$$

它体现了牛頓第一和第二定律(1687 年)。

(iii) 我們还要用到牛頓第三定律, 即: 物体 A 对于物体 B 的作用等于物体 B 对物体 A 的反作用;

$$A \rightleftharpoons B.$$

現在讓我們再来考察方程(1.1)与(1.2)。它們把一个运动量 $\mathbf{a}_0$ 或 $\mathbf{r} \times \mathbf{a}$ 与一个动力量 $\mathbf{P}$ 或 $\mathbf{M}$ 联系起来了。两者都用质量 m 来連結。“质量”这一概念尚可作进一步的分析。每一个物体都有体积, 因而物体的每一个质点也有体积。令 V 代表物体的体积, 而 dV 代表质点的体积, 則

$$\rho = dm/dV \quad (1.5)$$