

高等学校教学用书

使用計算仪器与計算工具的
数 学 实 习

Н. А. 列特涅夫編



高等教育出版社

高等学校教学用书



使用計算仪器与計算工具的
数 学 实 習

H. A. 列特涅夫編
徐潤炎 陆智常譯

高等教育出版社

本書系根据苏联国家“苏维埃科学”出版社（Государственное издательство “Советская наука”）出版的列特涅夫（Н. А. Летнев）等所編的“使用計算仪器与計算工具的数学实習”（Математический практикум на счётныхчислительных приборах и инструментах）1954年初版所譯出的。原書是按照原苏联高等教育部的指示編写的，由現苏联文化部高等教育管理司教学法处推荐出版。

本書系苏联高等工業学校的教学参考書。

本書由大連工学院徐潤炎与長春汽車拖拉机学院陆智常合譯。

使用計算仪器与計算工具的 数 学 实 習

Н. А. 列特涅夫編

徐潤炎 陆智常譯

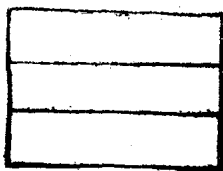
高等教育出版社出版 北京琉璃廠170号

（北京市書刊出版業營業許可證出字第054号）

商務印書館上海版印刷 新华書店总經售

統一書号13010·408 开本850×1168 1/32 印張12 14/16 字數320,000 印數1—2,200

1958年3月第1版 1958年3月上海第1次印刷 定价(8) 1.50



序

这本教学参考書是由于在苏联高等学校中設立了使用計算仪器与計算工具的数学實習而編写的。

按照設立数学實習所要达到的目的,在教学参考書面前摆下了兩項任务:

1. 在数学實習方面給学生以学习上的指导。
2. 帮助高等数学教师建立数学實驗室。

数学實習的任务在教会学生有意識地运用所知道的近似計算法則,以及教会学生使用計算机械与数学表来近似地解决各項数学問題。

由于实验是进行数学實習的基本方式,本書是編写得照顧到依次完成各个实验的。書中各章,除了帶有一般介紹性質的第一、二章之外,按照下列統一的綱要編写而成:

1. 簡明的理論知識。
2. 实验的叙述以及完成实验的說明。
3. 做好了实验例子,一套实验題,在教学法方面給教員的建議。

書中所选的实验,符合于高等工業学校高等数学課程的教学大綱。

当然,做各項实验的日程,是要和整个数学課程的講授与習題的教学日历密切配合的,因此,書中所包含的理論性知識,只限于为了自覺地完成实验所必需的那些。

莫斯科荣获列宁勛章的莫洛托夫动力学院制定了下列数学實習的工作計劃

实验号数	实 验 名 称	时 数	学 期	教学周次
1	对数尺.....	4	I	1, 2
	第一学期共计	4	—	—
2	线性方程组的解法。四则计算机.....	4	II	1, 3
3	插入法与有限差分.....	2	II	5
4	用弦位法与切线法解代数方程与超越方程.....	2	II	7
5	使用面积仪计算面积.....	2	II	9
6	用抛物线法与梯形法的近似积分法.....	4	II	11, 13
	第二学期共计	14	—	—
7	微分方程的阿达姆斯-克雷洛夫积分法	6	{III	3, 5, 7
	第三学期共计	6	—	—
8	谱量解析法.....	4	IV	11, 13
	第四学期共计	4	—	—
	四 学 期 总 计	28	—	—

本書基本上反映出这个计划。書中包含了一些莫洛托夫动力学院计划中所沒有的实验,这是估計到数学实习發展的远景,如果用鍵式计算机来做題目,就有可能在同样的教学時間表下做这些实验。第八章講計算圖,把計算圖編进本書中,則是为了給高等数学教学大綱中規定了計算圖内容的那些高等学校采用的。

每一种仪器或工具,建議联系着第一次用到这种仪器或工具的那項实验,来作初次的研究。

考虑到对数尺、俄式算盤、四则计算机、半自动与自动计算机等,几乎在做一切实验时都要用到,它們的描述与使用法則都放在第一章中,以便学生随时查考。

在第二章中講近似計算法方面的基本常識。

有关于具体实验的近似計算法的个别問題,在有关各章中叙述。

参与編写本書的編者按章分配如下:

葛罗曉夫 A. B.——第二章,

愛麗絲脫拉托娃 T. A.——第五、六、七章,

尼基丁 B. Л.——第一、四章,

賓脫考夫斯基 M. B.——第八章,

普立奧勃拉潤斯基 M. A.——第一、六、七章,

路姆西斯基 Л. З.——第三、四、六(§2)章。

莫洛托夫动力学院高等数学教研室主任 H. A. 列特涅夫教授参与了各章的编写工作;他还对全部校订工作担任总的领导。

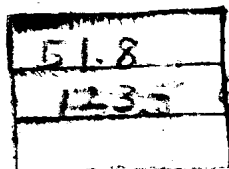
在原稿准备付印时, Л. Ю. 巴諾夫教授与 B. И. 列文教授的批評給予編者們很宝贵的帮助;編者們謹向他們致謝。

И. С. 莫捷諾夫講師对原稿所作的批評給予編者們特別可贵的帮助。編者們特向他深致謝意。

本書是按照苏联高等教育部的指示,在極短促的時間內所編成的。

数学實習教学参考書編写的初次尝试,無論就內容上与形式上來說,自然不可能是沒有毛病的,所以編者們衷心接受为了改进本書所提出的一切批評。

全体編者



目 录

序

第一章 计算机与计算工具	1
§ 1. 对数计算尺	1
§ 2. 俄式算盘	28
§ 3. “飞利克斯”四则计算机	28
§ 4. “阿基米德”半自动计算机	48
§ 5. “欧几里得”自动计算机	53
§ 6. “BK”计算机	59
第二章 近似计算理论的基本知识	61
§ 1. 近似数与它的准确度的估计法	61
§ 2. 数的有效数字。数的舍入法	65
§ 3. 近似数的写法	66
§ 4. 近似数加法与减法的误差	68
§ 5. 乘积与商的误差	70
§ 6. 数字计位法则	74
第三章 函数表的编造与使用	83
§ 1. 函数表的结构。函数差分表的编造与应用	83
§ 2. 表的插入法	95
§ 3. 造函数表时的计算格式	121
§ 4. 表的充实法	131
§ 5. 表格微分法	144
第四章 方程的近似解法	152
§ 1. 应用逐次接近法解线性代数方程组	152
§ 2. 一元方程的数值解法	164
第五章 近似积分法	180
§ 1. 梯形公式与抛物线公式	180
§ 2. 图形积分法	192
§ 3. 面积仪	199
§ 4. 契伯雪夫的机械求积法	208
第六章 常微分方程的近似解法	216

§ 1. 欧拉方法.....	216
§ 2. 一阶常微分方程的阿达姆斯-克雷洛夫数值解法	228
第七章 近似谐波分析法.....	251
§ 1. 三角级数理论中的基本知识.....	251
§ 2. 实用谐波分析的矢量法.....	256
§ 3. 样板.....	263
第八章 圖算法.....	273
§ 1. 計算圖及其用途.....	273
§ 2. 三元方程的排点計算圖.....	276
§ 3. 三元方程的網形計算圖.....	293
§ 4. 变量个数多于三个的方程的計算圖.....	296
§ 5. 用計算圖計算时的誤差.....	304
§ 6. 計算圖的構造法則.....	310
§ 7. 計算圖的計算法則与画圖法則.....	314
§ 8. 实验的記錄法則.....	317
§ 9. $f_1(u)f_3(w)+f_2(v)g_3(w)+h_3(w)=0$ 型方程的計算圖作法.....	318
§ 10. $f_3(w)=f_1(u)+f_2(v)$ 型与可化成这种形状的方程的計算圖作法	339
§ 11. 有平行对数标綫的复合計算圖的作法	352
§ 12. 計算圖阶数为三的方程使用“底圖”的計算圖作法	366
計算圖方面的实验題.....	388
附录洛伯雪茲样板(譯者附)	393
譯名对照表	401

第一章 計算机与計算工具

对于作为实践者的工程师來說,在从事計算工作时,节省時間的問題是特別迫切的。这一問題是靠計算工作的机械化来解决的,所謂机械化也就是用特种工具与机器来完成这些計算工作。

本章的任务是向学生介紹:使用对数尺、俄式算盤“飞利克斯”四則計算机、“阿基米德”半自动計算机与“欧几里得”自动計算机时,計算工作的正当做法。

計算的理論問題,以及計算机与計算工具的構造問題,在本章中不占重要地位。这里所要講的,只是在合理地从事計算工作时所必需的最低限度的知識。

§ 1. 对数計算尺^①

1. 对数計算尺的描述

对数尺由尺身、动尺与滑板等三部分所組成(圖 1)。

动尺可在尺身的槽中自由移动,滑板則在尺身上移动。在滑板玻璃片上画着准綫,它是用来讀出标尺上的数字的。

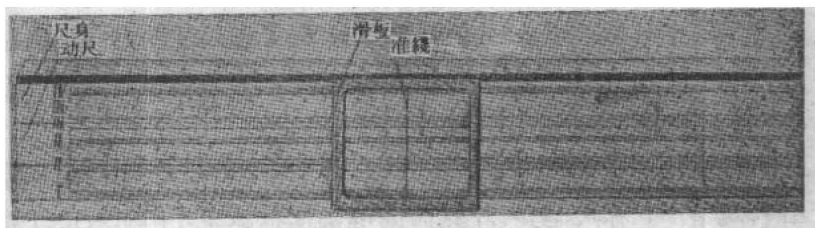


圖 1.

^① 在 Д. Ю. 巴諾夫所著的“計算尺”一書中,讀者可以找到用对数尺的計算法方面比本节中所講的更为詳細的敘述。

在尺身正面通常刻有四种标尺：*I* 是常用对数（即十进对数）的尾数标尺，位于尺身下方边缘上；*II* 是基本标尺，或称乘、除标尺，位于动尺槽下方的边缘上；*III* 是平方标尺，位于动尺槽上方的边缘上，它由左、右两段相同的标尺所拼成；*IV* 是立方标尺，位于尺身上方边缘上，它由三段相同的标尺拼成。

在尺身反面印有物理计算中常要用到的基本物理常数。

动尺正面刻有两种标尺：基本标尺 *II*（在下方）与平方标尺 *III*（在上方）。这两种标尺各为尺身上标尺 *II* 与 *III* 的翻版。

有些对数尺的动尺正面中央还刻有一种标尺，叫做倒数标尺，或称红色标尺。

动尺反面（图 2）刻有三角函数值的标尺：*Tg* 是从 $5^{\circ}44'38''$ 到 45° 角的正切标尺（在下方）；*S&T* 是从 $0^{\circ}34'38''$ 到 $5^{\circ}44'38''$ 的小角的正弦与正切标尺（在中间）；*Sin* 是从 $5^{\circ}44'38''$ 到 90° 角的正弦标尺（在上方）。

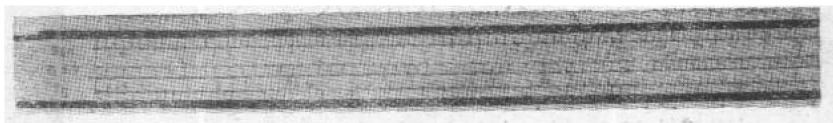


图 2.

尺身反面左、右方各有缺口（图 3）。从右方的缺口看得见正弦标尺（*S*）与小角正弦正切标尺（*S&T*）的刻度线。右缺口上、下边尺身上刻有两条细线条，分别伸向 *S* 与 *S&T* 标尺面的方向。从左方的缺口看得见正切标尺（*Tg*）的刻度线。左缺口下边的尺身上刻有一条细线条，伸向 *Tg* 标尺面。

对称尺有基本标尺长度等于 12.5, 15, 25, 50 与 100 厘米等各种规格^①。标尺越长，计算时的准确度也越高。用对数尺计算时，在全部标尺上的相对准确度是一样的。长 50 厘米的对数尺不

^① 基本标尺长度等于 100 厘米的对数尺由长 50 厘米的尺所拼成；基本标尺是由两条接起来的。

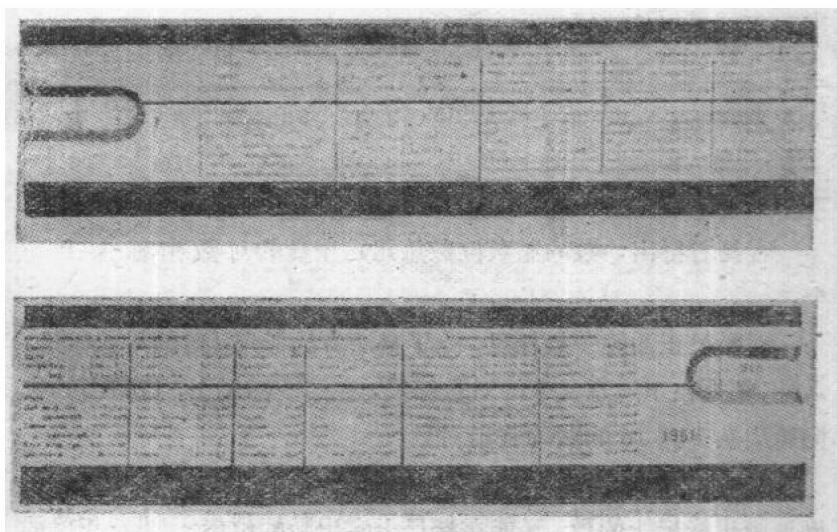


图 3.

便携带。便于携带的 25 厘米长的对数尺保证计算的准确度大约到 0.3%，对于大多数工程上的计算来说，这是十分够用的。这种对数尺是最通用的。下面只对这种对数尺加以描述。

2. 对数尺标尺的读法与标尺上数的位置确定法

我们回想一下有关于数的概念的一些定义：

1. 组成所给数的一切数字，除了位于数的开头处的零之外，叫做有义数字。

(假定：十进小数在最后一位非零数字之后，总是不写零的)。

数的有义数字个数叫做数的有义位数。

2. 大于或等于 1 的数中，位于小数点左方的数字个数叫做该数的整数位数。

小于 1 的数中，小数点与第一位有义数字之间的零的个数，添上负号，叫做该数的整数位数。

举例如下表：

数	8	60.403	1500	0.34537	0.0305	0.00609
其有义位数·····	1	5	4	5	3	3
其整数位数·····	1	2	4	0	-1	-2

容易看得出：数的整数位数总比这个数的对数指标大上一个。

对数尺正面的一切标尺，除了最下方的标尺（对数尾数标尺）之外，都是在下述意义下的对数标尺：在这些标尺上，以适当的比例给出从 1 到 10 的数的常用对数。

要能用对数尺熟练地做计算，所必备的条件是善于迅速而准确地读出标尺上的数，又能在标尺上定出数的位置。进行正确的计算时，必须会解决下面两个问题：

1. 已给一数，要在标尺上定出跟它对应的点。
2. 在标尺上指出了一点，要读出跟它对应的数。

要解决这两个问题，须明白每种标尺上分格的大小。我们来指出尺身的基本标尺上分格的大小，而让读者自己去分辨其他标尺上的情形。

基本标尺上的大号数字：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 划分出九个不等的第一级区间。这些数字（除了 10 之外）对应于数的第一位有义数字。

所有的第一级区间都用长线条划分成十个第二级区间。这些区间的右端对应于数的第二位有义数字；只在第一级区间 (1, 2) 上，这些数字是标明在标尺上的。

第二级区间用短线条划分如下：

- (a) 从 1 到 2 分成十个第三级小区间；
- (b) 从 2 到 3 与从 3 到 4 分成五个第三级小区间；
- (b) 从 4 到 5 与以后的区间分成两个第三级小区间。

第一级区间(1, 2)中的这些区间右端(短线条)对应于数的第三位有义数字。

这样一来,标尺上最短的刻度线:

(a)在第一级区间(1, 2)中,对应于数的第三位上一个单位;

(b)在第一级区间(2, 3)与(3, 4)中,对应于数的第三位上两个单位;

(B)在第一级区间(4, 5)与以后各区间中,对应于第三位上五个单位。

因为常用对数的尾数跟数的整数位数无关,所以在标尺上定数的位置以及在标尺上读出数来的时候,数的整数位数没有用处。

例如,在第一级区间(1, 2)中,标有数字1, 1的标尺上的点,对应着... 1100; 110; 11; 1.1; 0.11; 0.011; ...等数中的每一个数。对应于这个点的数读做:“——”。同样,例如把数28.50; 0.1365; 89.5; 0.00743搬到基本标尺上面来的时候,分别把它们

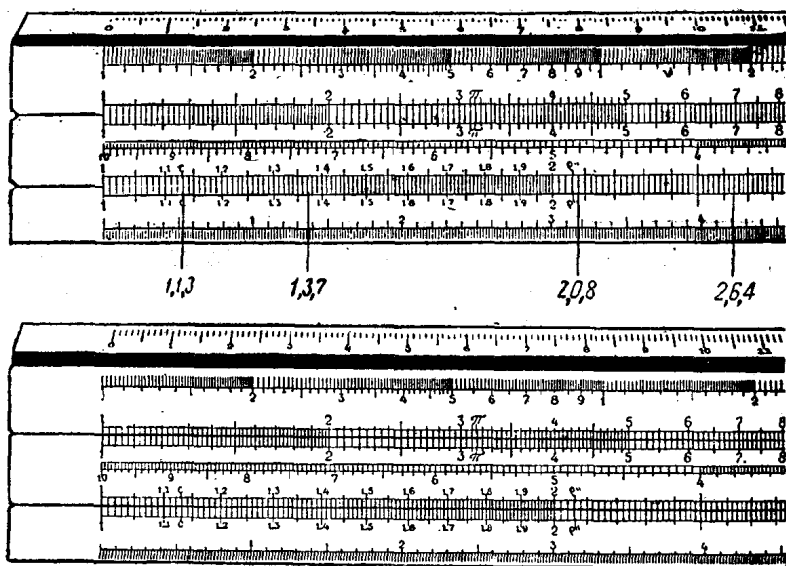


图 4.

讀做：二三五，一三六五，八九五，七四三。

为了要按照数在标尺上的对应点讀出数的本身，必須知道数的整数位数。

圖 4 上指出在基本标尺上定出数的位置与讀出数来的例子。

在标尺上定多位数的位置时，必須把它四舍五入：

(a) 如果第一位有义数字是 1，則四舍五入到第四位；

(6) 如果第一位有义数字不等于 1，則四舍五入到第三位。

以 1 开头的数的第四位数字，以及开头数字大于或等于 2 的数的第三位数字，可以在标尺上用观察法近似地定出位置与讀出数字。

为要更快更准确地定出工程計算中最常用的一些常量的位置，它們的数值在对数尺的标尺上用特种記号标明。

在表 1 中开列这些記号、它們的数值以及在对数尺上所在的地方。

表 1.

特 种 記 号 形 状	数 值	所 在 的 地 方
π	3.14159	基本标尺与平方标尺
o	$\sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1.12838$	基本标尺
c_1	$\sqrt{\frac{40}{\pi}} = 3.56825$	基本标尺
M	$\frac{1}{\pi} = 0.31831$	平方标尺
ρ'	$\frac{360 \times 60}{2\pi} = 3437.8$	基本标尺
ρ''	$\frac{360 \times 60 \times 60}{2\pi} = 206265$	基本标尺

練 習

在基本标尺上定出下列各数的位置：

6, 8, 0.04, 0.25, 107, 18.6, 635, 8.1, 11000, 2.7, 1.04, 182, 16400, 111, 101, 505, 550, 87500, 523, 320, 3.21, 17.05, 707, 2.57, 0.571, 57.6, 19.333, 40.004, 38712.4, 19599, 934.16, 5060.3。

(a) 用滑板准线(把准线放到标尺上所对应的点的上面);

(b) 用动尺的最初或最末线条(把动尺的线条对准标尺上的对应点)。

3. 用基本标尺的计算法

乘 法

两数在对数尺上的乘法,化为这两数的对数的加法。

其计算过程是:

(1) 用动尺的最初或最末刻度线在不动的基本标尺上定出一个因子的位置;

(2) 用滑板准线在动尺的基本标尺上定出第二个因子的位置;

(3) 在不动的基本标尺上读出滑板准线下的乘积数字;

(4) 确定乘积的整数位数之后,得出乘积本身。

乘积的整数位数遵照下列法则来确定:

如果在用对数尺做两数的乘法时,动尺是拉向左方的,则乘积的整数位数等于两因子整数位数之和;如果动尺是拉向右方的,则乘积的整数位数比两因子整数位数之和少一个^①。

在确定乘积的整数位数时,常常可以把因子四舍五入到一、二个数位而用口头乘法的方式来确定。

例如:

$$0.487 \times 53.8 \approx 0.5 \times 50 = 25;$$

^① 会做十进小数连乘法的读者,实际上并不需要定乘积整数位数的法则。这里以及往后,我们把整数位数确定法则用来作为检验法则。

乘积的整数位数等于二。

在使用动尺的最末刻度线时,动尺是拉向左方的;在使用动尺的最初刻度线时,则是拉向右方的。在做乘法时,这两条刻度线要选用得使对应于第二因子的动尺标尺上的点不超出尺身的范围。

在圖 5 上给出了做乘法 2×4 时的格式。

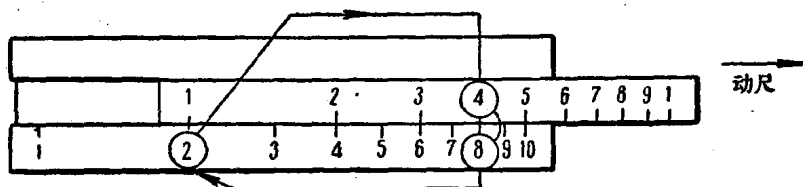


圖 5.

練習

用对数尺验证下列乘法结果:

$$130 \times 0.03 = 3.9$$

$$85 \times 0.04 = 3.4$$

$$0.16 \times 0.05 = 0.008$$

$$650 \times 0.3 = 195$$

$$1125 \times 0.04 = 45$$

$$2.4 \times 1.6 = 3.84$$

$$0.03 \times 0.4 = 0.012$$

$$0.6 \times 0.8 = 0.48$$

$$0.008 \times 0.05 = 0.0004$$

$$0.02 \times 400 = 8$$

在做多于两个数的连乘法时,不必读出每一中间步骤的结果(两个因子的乘积);这样会使计算时间节省得很多。

要确定任意个因子乘积的整数位数时,可以应用下列法则:多个因子乘积的整数位数,等于各因子整数位数之和减去动尺拉向右方(就是,用动尺起点来定数的位置)的次数。

練習

用对数尺验证下列连乘式的正确性:

$$0.8 \times 0.3 \times 150 = 36$$

$$0.25 \times 22 \times 0.08 \times 0.002 = 0.0008$$

$$45 \times 0.003 \times 0.02 \times 12.5 = 0.338$$

$$1100 \times 0.5 \times 120 \times 0.06 = 3960$$

$$0.6 \times 0.001 \times 0.02 \times 0.8 \times 25 = 0.00024$$

$$0.25 \times 6 \times 0.3 \times 500 = 225$$

$$0.0025 \times 0.05 \times 0.6 \times 4 = 0.0003$$

除 法

要确定两数的商时：

- (1) 在尺身基本标尺上找被除数，且用滑板准线对准它；
- (2) 在动尺基本标尺上找除数，且把它拉到准线底下；
- (3) 在尺身基本标尺上跟动尺起点或终点对准的地方读出商数。

这时，如果动尺是拉向左方的，则商的整数位数等于被除数与除数整数位数之差；如果动尺是拉向右方的，则商的整数位数等于被除数与除数整数位数之差加一。只当确定商的整数位数有实在困难时，才须应用这条法则。

我们来看下面的例子：

$$8:4=2。$$

在尺身基本标尺上找出被除数——数字 8，且用准线对准它。然后向右方拉出动尺，把在动尺基本标尺上所取到的除数(数字 4)拉到准线底下。从滑板左方尺身标尺上跟动尺起点对准的地方读到商数——2。图 6 上给出了做 8 被 4 除时的位置格式。

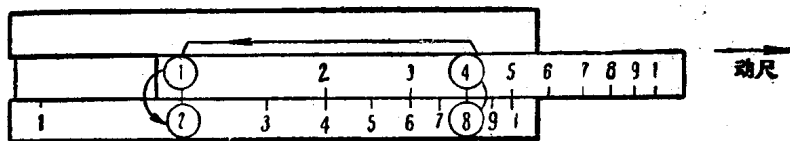


图 6.

练 习

用对数尺验证下列除法：