



周 承 倜 编

薄壳弹塑性稳定性理论

国防工业出版社

52.424
35-1

薄壳弹塑性稳定性理论

周承侗 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书系统地叙述了薄壳弹塑性稳定性理论的近代进展。详细地介绍了一种计算有初始缺陷的薄壳塑性失稳的非线性方法,用这种方法可以计算加肋圆柱壳、柱形块壳、环肋截顶锥壳等壳体结构的弹塑性稳定性问题,并确定初始缺陷对临界载荷的影响。书中对于薄壳在屈曲前的弹塑性应力状态提供了一种电测和光测实验应力分析方法。

本书可供薄壳稳定性理论研究人员及潜艇结构设计或宇航飞行器结构设计等有关工程技术人员参考。

薄壳弹塑性稳定性理论

周 承 倜 编

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092¹/₃₂ 印张 11¹/₄ 235千字

1979年12月第一版 1979年12月第一次印刷 印数: 0,001—4,600册

统一书号: 15034·1895 定价: 1.15元

前 言

薄壳弹塑性稳定性理论是近代力学的基本研究方向之一。尤其是近十几年来,薄壳稳定性理论的研究在考虑初始缺陷对于薄壳稳定性影响方面有着迅速进展。实际工程结构总是不可避免地存在着各种各样初始缺陷的(几何形状偏差、载荷偏心等等)。因此,研究具有初始缺陷的薄壳稳定性理论是建立能应用于实际工程薄壳结构的稳定性设计准则的理论基础。

在实际工程结构的稳定性问题中,只要结构是由具有塑性性能的金属材料所制成的,就可以注意到这些金属结构几乎总是在最低的极值性临界载荷下丧失稳定性的。这表明金属材料的物理非线性因素(塑性因素)往往是影响金属结构失稳的一个主要因素。由此可以看到研究金属结构的塑性屈曲问题的重要性。

有初始缺陷的薄壳塑性屈曲问题同时包含了两种非线性因素:几何非线性因素和物理非线性因素。由于薄壳塑性失稳问题本身具有非线性和非保守的性质,再加上几何的和物理的这两方面非线性因素的交互影响,使这一问题的解决变得十分困难和复杂。

本书对于有初始缺陷的薄壳塑性屈曲问题提出一种理论分析方法。方法的实质是将这种塑性失稳的复杂的非线性问题通过理论推导化成为一系列的各向异性薄壳的弹性失稳问

题，然后运用电子计算机来实现将一系列的各向异性线性弹性解去逼近一个非线性塑性解。这一方法的基本思想将在第三章中详论。

第一章弹性薄壳稳定性理论的近代进展，介绍了薄壳稳定性理论近代研究的三个主要方向：（1）非线性大挠度理论；（2）前屈曲一致理论（斯坦因理论）；（3）初始后屈曲理论（柯依脱理论）。虽然早在1945年已由柯依脱(Koiter)提出了弹性结构的初始后屈曲的普遍理论，但是这一理论还是在最近十几年才获得应用和迅速发展的。在这一方面，美国和英国的布第扬斯基(Budiansky)、赫钦生(Hutchinson)、汤姆生(Thompson)等人进行了大量的工作。本章将介绍初始后屈曲理论的概念和方法。

第二章薄壳塑性屈曲理论介绍了自从湘利理论以来的薄壳塑性稳定性理论的进展概况。着重介绍了有环形肋骨的圆柱壳在静水外压力作用下的薄壳塑性屈曲问题的近况。

第三章对于壳体弹塑性失稳提出了一个非线性稳定性理论。根据前两章的分析，薄壳失稳问题虽属非线性范畴，但是是一些重要的基本结果却仍然是从线性理论获得的。无缺陷的完善薄壳的经典小挠度线性解对于许多类型壳体仍然就是（或接近是）分支性临界载荷值。非线性大挠度理论曾经企图寻求一种“下临界载荷”以取代“上临界载荷”（小挠度线性解）来解释当时的理论和实验结果之间的巨大分歧。但是后来的理论分析和实验研究指出“下临界载荷”实际上并不存在。前屈曲一致理论虽是以否定小挠度线性解作为开始，但是最后却仍然是在一定条件下肯定了小挠度线性解。初始后屈曲理论集中于研究无限邻近分支性临界点附近的初始后屈

曲的各种性质，并由此提出了“缺陷敏感度”的概念。所有这些近代稳定性理论虽然对于分支性载荷前后的平衡路线有着各种不同的观点，但是他们对于肯定小挠度解作为分支性临界载荷值的价值的认识是统一的。

基于上述分析，我们首先用塑性增量理论和形变理论对各向同性硬化的可压缩性材料，在湘利的全面加载(不卸载)失稳准则的提法下，建立起弹塑性失稳的小挠度解作为完善壳体系统的分支性载荷。在这里，塑性失稳小挠度解是用一系列的各向异性弹性解通过电子计算机去逼近那个塑性解的。这一步是将物理非线性进行线性化的过程。这个解将集中反映物理非线性的影响。现在再将初始缺陷考虑进去，采用非线性大挠度理论的方法通过电子计算机解非线性方程组而计算出载荷-位移曲线。这条曲线将同时反映几何非线性和物理非线性两种因素的影响。从这条曲线上可以定出极值点失稳的临界载荷值，它就是具有初始缺陷的薄壳塑性屈曲时的临界压力值。

我们在这里采用非线性大挠度理论并不去寻求壳体后屈曲的“下临界载荷”，也不去追求壳体屈曲后的完整的平衡路线，而是将非线性大挠度理论作为一种手段去处理有缺陷的非完善弹塑性壳体在临界点(极值点)附近的初始后屈曲阶段的平衡路线的各种性质，由此可确定出各种不同初始缺陷程度和前屈曲塑性发展程度对于失稳性态以及极值点临界载荷的影响。这样就可以建立起外载荷和初始缺陷之间的直接关系。通过载荷-挠度曲线将可以看到随着初始缺陷参数的增大和塑性程度的发展，极值点附近的初始后屈曲平衡路线将越来越趋于平坦，一种极值点失稳性质的问题将逐渐过

渡到成为一个强度问题。

在第三章中，我们还将形变理论和增量理论这两种基本塑性理论用一种同样形式的“塑性失稳系数”统一起来了。在本章中还建立了各向异性塑性体的弹塑性稳定性理论。从原则上说，只要能够获得各向异性弹性薄壳稳定解就可以获得对应的非线性塑性薄壳稳定性解，因此就易于推广这一理论的应用范围。

第四章是应用前一章所建立的理论解决了一个有初始缺陷的环肋圆柱壳，在静水外压力作用下的弹塑性总体失稳和肋间壳板的弹塑性局部失稳问题。理论分析结果和一些金属模型的实验结果比较接近。

第五章是引用第四章的结果讨论和分析了两种非线性因素（物理非线性和几何非线性）对于临界载荷的影响。剖析了两种修正系数（ η_1 和 η_2 ）的相互关系和影响。这一分析为制定具有初始缺陷的耐压壳体的弹塑性稳定性设计准则提供理论基础。

第六章是运用第三章的理论处理了一个各向异性弹塑性薄壳的稳定性问题。

第七章是舍弃克希霍夫-拉甫的直法线假设后 建立的一个厚壳的弹塑性失稳的非线性理论。

第八章是对静水外压力作用下，环肋截顶圆锥壳建立一个计算加肋锥壳的总体弹塑性失稳和肋间壳板失稳的理论。书中讨论了由于锥壳上肋骨安装的偏斜度对总体失稳临界载荷的影响。

第九章对于肋骨与耐压壳体由两种不同的塑性金属材料组成的环肋圆柱壳建立了一个弹塑性稳定性理论——“两种

材料组成的环肋圆柱壳的双模量理论”。应用这一理论讨论了由于肋骨材料的腹板强度减弱对于环肋圆柱壳总体失稳的临界载荷的影响。

第十章对于一个环肋圆柱壳被插入一排或双排或数排纵向圆管时（环肋被切断），提出一个计算这种环肋柱壳的总体失稳临界载荷的方法。方法的实质是将问题化为柱形块壳。理论分析结果与美国大卫·泰勒船模（DTMB）的实验结果进行了讨论和比较。这一理论分析方法可以为这类插管柱壳的几何参数的稳定性设计提供理论依据。

第十一章是薄壳失稳前弹塑性应力状态的电测数据的分析处理方法。这种方法对于一般工程结构强度实验中的塑性应力分析也是适用的。在本章中还讨论了薄壳应力测定中略去垂直于壳面的第三主应力的影响，提出了计算第三主应力的方法。在进行高压壳体实验时，这一因素是不应忽略的。本章还建议了壳体材料曲线的数据处理方法，介绍了用最小二乘法建立三参数方程的办法。

第十二章是薄壳失稳前弹塑性应力状态的光测数据分析方法。这是一种用光弹性贴片法来分析处理塑性应力场的方法，有着广泛的应用前景。

本书的理论分析方法适用于处理各种基本类型的加肋壳体的弹塑性稳定性分析，可用于解决潜艇耐压壳体或宇航飞行器中薄壳结构的弹塑性稳定性问题。

近年来，由于新型复合材料的引用，使现代的轻型薄壳结构的强度和稳定性分析和设计出现一种新的跃进。但是由于复合材料的非匀质性和各向异性性质，使复合材料力学的基本理论研究还存在许多空白。事实上，复合材料的最基本

特征就是它的各向异性性质。本书所提供的理论分析方法就其实质来说是将一个非线性塑性问题转化为一系列的非线性各向异性体问题。从性质上来说，这种非线性各向异性体问题与复合材料的各向异性体问题是相类似的。所以本书的理论分析方法将为复合材料的薄壳稳定性分析理论提供一个基础。

本书是大连工学院数理力学系的科学研究成果的一部分，这项研究工作是在钱令希教授领导下进行的，参加这项研究工作的还有工程力学教研室的林少培、周承芳、陈浩然、邓可顺、曹富新、朱菊芬、云大真等同志。这项研究工作曾得到七〇一所、七〇二所、七一九所的大力支持和协作。本书在编写过程中得到上述单位和同志以及第六机械工业部第七研究院科技部、中国科学院力学研究所有关同志的大力支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平和研究与实践所限，书中难免存在不足或错误之处，望广大读者予以批评指正。

编 者

目 录

第一章 薄壳弹性稳定性理论的近代进展	1
§ 1 稳定性问题的分类及失稳准则	1
§ 2 非线性大挠度理论和前屈曲一致理论	5
§ 3 初始后屈曲理论 (柯依脱理论)	18
§ 4 初始后屈曲理论的基本模型	41
§ 5 静水外压力作用下圆柱壳的初始后屈曲性能	63
第二章 薄壳塑性屈曲理论	67
§ 1 非弹性系统的稳定性概念	67
§ 2 赫钦生的塑性屈曲模型	69
§ 3 环肋圆柱壳在静水外压力下的弹塑性稳定性	73
§ 4 数值方法	86
第三章 壳体弹塑性失稳的一个非线性理论	90
§ 1 基本思想	90
§ 2 各向同性塑性体的稳定性理论	94
§ 3 薄壳的弹塑性失稳系数	113
§ 4 各向异性塑性体的稳定性理论	116
§ 5 考虑几何非线性和初始缺陷的板壳弹塑性稳定性方程	125
第四章 环肋圆柱壳的弹塑性稳定性理论	136
§ 1 引言	136
§ 2 环肋圆柱壳的弹塑性失稳系数	143
§ 3 小挠度弹塑性失稳	146
§ 4 考虑初始缺陷的非线性大挠度理论	153
§ 5 实验研究和理论分析的比较	162
第五章 圆柱壳稳定性设计中的修正系数	

(肋间壳板弹塑性稳定性计算)	178
§ 1 修正系数	178
§ 2 论修正系数 η_2	179
§ 3 用薄壳稳定性理论确定修正系数的方法	188
§ 4 薄壳弹塑性稳定性理论的计算结果和讨论	193
第六章 正交各向异性薄壳的弹塑性稳定性理论	205
§ 1 引言	205
§ 2 应力应变关系和弹性失稳系数	205
§ 3 正交各向异性弹性薄壳的小挠度失稳	210
§ 4 正交各向异性薄壳弹性失稳的初始缺陷分析	213
§ 5 正交各向异性薄壳的塑性屈曲	217
§ 6 各向异性薄壳稳定性实验	219
第七章 厚壳弹塑性稳定性理论(舍弃克希霍夫-拉甫 直法线假设)	224
§ 1 引言	224
§ 2 板壳弹塑性失稳时变形和内力增量之间的关系式	225
§ 3 平板的弹塑性稳定性方程	232
§ 4 壳体的塑性屈曲稳定性方程	237
第八章 环肋截顶圆锥壳在静水外压力下的弹塑性失稳 (同时考虑肋骨倾斜度对稳定性的影响)	243
§ 1 引言	243
§ 2 基本方程	244
§ 3 应力应变关系	246
§ 4 临界压力	250
§ 5 计算方法	254
§ 6 关于 K_s 的计算	255
第九章 肋骨与壳板材料不同的环肋圆柱壳的 弹塑性稳定性理论	259
§ 1 引言	259

§ 2	两种不同材料的双模量理论符号	262
§ 3	计算程序	269
第十章 环肋圆柱壳插入一排或数排圆管的		
	弹塑性稳定性理论	273
§ 1	引言	273
§ 2	计算方法	278
§ 3	理论分析与实验结果比较	287
§ 4	对于插管柱壳稳定性设计的几点建议	295
第十一章 屈曲前薄壳弹塑性应力分析的电测法		
§ 1	引言	297
§ 2	应力分析公式	299
§ 3	算例	303
§ 4	关于三维主应力的计算	308
§ 5	单向拉伸曲线的数据处理及三参数方程	311
第十二章 屈曲前薄壳弹塑性应力分析的光测法		
§ 1	引言	316
§ 2	弹塑性应力光学定律	316
§ 3	光敏薄层对金属模型表面的强制效应问题	328
§ 4	例题	330
参考文献		335

第一章 薄壳弹性稳定性理论的近代进展

§ 1 稳定性问题的分类及失稳准则

设壳体结构承受与某一特征参数 λ 成比例的载荷系统，系统是保守的，这时有两种基本的失稳形态：分支点失稳和极值点失稳，见图 1-1 和图 1-2。两种类型失稳的临界载荷值分别为 λ_c 和 λ_{max} 。分支点问题的特征是在稳定平衡的基本状态 I 附近存在另一个相邻的平衡状态，而在分支点处将发生稳定性的变换。图 1-1 (a) 中示出实曲线的稳定分支与虚

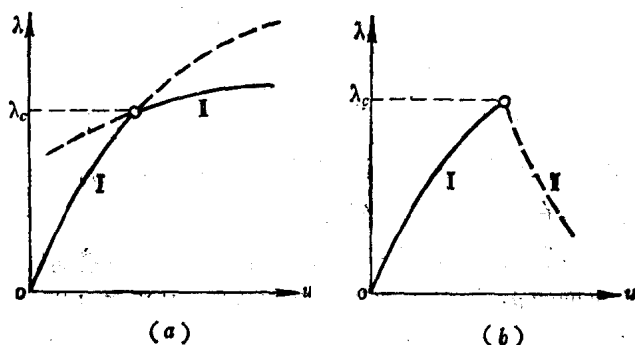


图1-1 分支点失稳

曲线的不稳定分支在分支点处的变换，极值点失稳没有明显的分支点，但是存在一个最大载荷值 λ_{max} ，达到最大载荷值后载荷就会下降并伴随着出现很大的变形。分支点和极值点都称为临界点，相应的载荷值 λ_c 和 λ_{max} 称为屈曲时的临界载荷。

沃耳密尔⁽³⁾将判别临界点的失稳准则分成两类：即平衡的小稳定性准则和平衡的大稳定性准则。事实上，前者就是传统的经典线性理论，后者则是研究壳体结构的超屈曲性能的非线性（大挠度）理论。虽然，弹性稳定问题应该归属于弹性力学非线性理论的范畴之内，但是一些重要的基本结果却可以从线性理论获得。

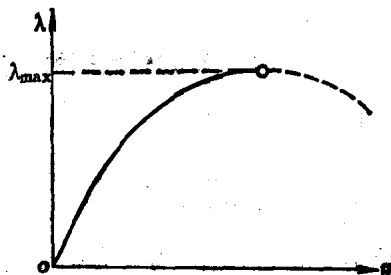


图1-2 极值点失稳

图 1-1 (a) 的分

支点问题可用小稳定性准则判别其特征，一般应用三个等价的判别准则：即静力准则、动力准则和能量准则。静力准则，就是认为在分支点处存在一种无限小的相邻的平衡状态，立出扰动的平衡微分方程，问题就归结为求解线性微分方程的本征值问题；动力准则，即辽普诺夫(Ляпунов)准则，认为一个在有限度广义坐标内以坐标 u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 描述其位置的系统，在平衡状态时 $u_i = 0$ ，系统随时间而变化的速度的 $\dot{u}_i$ 。如果系统偏离平衡位置，则总可以找到这样的初始特征值 u_i^0 和 $\dot{u}_i^0$ 使在以后的运动中， $|u_i|$ 和 $|\dot{u}_i|$ 不越出某些预先规定的界限（此界限可以在基本状态的任意接近的地方），这时可以判别系统是稳定平衡的；能量准则，认为在变形结构及其外载荷的力学系统中必定存在一个总势能 Π ，如果它对于所有相邻状态的能量值来说是最小的，则可以判别基本状态是稳定平衡的。

但是上述小稳定性准则除了在数学上作线性化处理外，

还需要假定结构是“完善”的。所谓“完善”结构就是载荷系统是理想的（无偏心），结构在几何上是无初始缺陷的。然而，实际工程结构总是在不同程度上存在着各种各样的缺陷因素，理想的完善结构只具有理论上的意义。一个结构只要具有缺陷，一般就不再是平衡分支问题[●]，它们大多是以极值点的形式失稳，或者在一定程度缺陷影响下就从失稳问题转化为一个具有梁柱效应的弯曲（强度）问题。这后一种情况就要以强度条件作为判定结构的承载能力的主要准则。对于处理这种失稳和强度交互影响和互相转化的问题是需要谨慎对待的。应该首先弄清楚什么是使结构失稳承载能力的主要因素，是失稳还是弯曲（强度），然后才能正确选定稳定性准则或者强度准则作为安全结构设计控制条件。例如轴向载荷 P 具有一定偏心度的弹性压杆，对于所有的 P 值都存在唯一的非平凡解（弯曲问题），而当 P 趋近于该“完善”压杆的本征值时，弯曲挠度趋向无限。但实际上由于压杆材料的物理非线性的限制，挠度不可能无限扩展，于是最后形成极值点形式的失稳。对于弹塑性失稳的中长压杆，则其完善系统是分支点失稳[●]，而非完善系统就转化为极值点失稳。在文献〔6〕中指出，偏心受压柱子的破坏载荷不是由于纤维应力达到某一临界值的结果而是由于在某一临界载荷下，内外弯曲力矩之间的稳定平衡成为不可能。企图把偏心柱子问

-
- 非完善结构也有平衡分支问题，像齐曼曼压杆〔4〕就是一例。关于平衡分支问题的充分判别式，可以参阅文献〔5〕。
 - 完善压杆的弹塑性失稳，按切线模量理论和双模量理论，系统是保守的，属于分支点失稳。但瀚利(Shanley)的实验和理论分析指出，实际上塑性失稳时系统是非保守的，失稳过程是一个阶段，这时载荷有增量，因此临界点不是个别的点而是一个阶段。

题作为应力问题来考虑肯定是会失败的，因为这样完全误解了问题的主要性质。

这一段话说明了非完善压杆按极值点失稳的规律性。但还应该指出，在一定程度的缺陷影响下，还存在失稳问题转化为弯曲（强度）问题的可能性。这一问题我们在后面壳体失稳问题中将进一步论证。

虽然分支点失稳都可以由线性本征值问题表示其特征，但是在载荷作用下的结构的实际表现却是在临界载荷（分支点）邻近发生十分广泛的变化。早在三十年代就在实验中观察到四边简支矩形薄板在其板平面内可以承受的压力远远超过其临界载荷^[7]。后来文献[8]又在理论上加以论证，说明薄板发生屈曲的过程十分缓慢，起初甚至不能察觉出来，而当到达临界载荷时，鼓凸波形显示得很清楚，然后随着鼓凸的发展荷重仍然继续增大（这是图 1-1 (a) 类型的分支点失稳的典型例子）。在这里，表征结构承载能力的临界载荷的概念事实上失去了物理意义。这时应用经典的线性平衡分支载荷作为设计载荷是偏于保守的。但是，另一方面，实验又表明有些薄壳结构（如受轴压的圆柱薄壳）却在线性稳定理论的预测值的几分之一就已经屈曲破坏了（这是图 1-1 (b) 类型的分支点失稳的典型例子）。当然，这时用线性临界载荷作为轴压柱壳的设计载荷是十分危险的。要了解临界载荷所具有的这种巨大差别的离散现象的原因，就必须在临界点附近对其平衡的所有相邻状态进行深入的研究分析，显然这就需要应用比线性本征值问题更为复杂的分析方法。非线性大稳定性准则就是在这样的背景下产生的。

§ 2 非线性大挠度理论和前屈曲一致理论

薄壳的非线性稳定性理论包含两种因素,就是物理非线性和几何非线性。如果薄壳在失稳前发生塑性变形,则往往是物理的和几何的两种非线性因素互相影响。对于弹性薄壳,非线性主要是通过大挠度(大位移)所引起的,这就是几何非线性。为了弄清楚薄壳失稳中的一些本质问题,本节着重于评论有关弹性薄壳的几何非线性的因素。

现在从圆柱薄壳受轴压这一传统的经典问题开始。早期的轴压薄柱壳实验结果只有线性理论的预测值的五分之一到二分之一这一巨大差别,引起了许多研究者的重视和努力[●]。但是直到最近这一课题仍然不失为薄壳稳定理论的研究领域中最重要的基本研究方向之一(例如参阅近代文献[12], [13], [14], [15])。现在已经明确了这一经典难题的困难在于屈曲后存在一种平衡位形,这种超屈曲平衡位形是在远远低于临界载荷的情况下存在的,其结果就使圆柱薄壳在轴压下对于任何扰动和初始几何缺陷都表现出极其敏感。

对于薄壳后屈曲性能的研究开始于佟聂耳(1934年)^[16]。1941年,卡门-钱学森在解卡门-佟聂耳大挠度方程的基础上提出后屈曲分析的一般方法^[17],他们首先指出载荷-位移(挠度)的非线性关系在薄壳稳定性理论中的重要作用,说明在远低于临界压力的情况下存在一种后屈曲的大挠度平衡位形,由此提出了非线性“跳跃”理论。他们认为这种后屈曲平衡位形很接近于实验中所观察到的现象,因此壳体必定会由前屈曲平衡位形“跳跃”到后屈曲平衡位形,这种变形的

● 关于这方面的实验和研究可参阅总结性文献[9], [10], [11]。