

能源规划概论

[美] 彼德·迈尔 著



NYGHGL

能源出版社

能源规划概论

〔美〕P. M. 迈尔 著

邱大雄 等 译

能源出版社

1984

能源规划概论

[美] P·M·迈尔著

邱大雄 等译

能源出版社出版 北京市新华书店发行

铁三院印刷厂印制

787×1092 1/16开本 15.2印张 389千字

1984年11月第一版 1984年11月第一次印刷

印数 8,000

书号15277·38 定价2.98元

内 容 简 介

本书系联合国开发署为支持清华大学举办的“能源规划与管理训练班”而资助本书作者编写的教材。全书共十章，内容包括基础数学、能源参考系统、部门规划、能源系统优化模型、能源投入产出分析、微观分析、电力部门、部门模型（炼油）、能源经济耦合模型等。每章都有一定的理论分析，并引用了某些国家的实例，以加强本书的实用性。

本书可作为能源规划人员、管理人员和有关专业的大学生、研究生和教师的参考材料，也可作为能源训练班的教材。

GDZ14-22

译 者 的 话

能源是社会发展的物质基础，能源问题是当今世界各国都面临的一个重要问题。近些年来，世界各国纷纷开展对于能源资源、能源需求与供应、能源政策与能源战略的研究，并制订国家、地区和部门的能源规划。在此过程中，发展了许多研究与制订能源规划、分析与评价能源政策的方法，建立了一些很有价值的能源系统模型。

清华大学核能技术研究所自成立能源系统研究室以来，在国家有关部门的支持下，开展了能源规划与能源系统模型的研究工作；并在此基础上设置了能源规划与管理北京训练中心，举办了多期训练班。P. M. 迈尔博士著的这本书中的不少内容，曾经作为训练中心的教材使用过，受到了好评。

本书较为系统而浅显地介绍了有关能源规划的理论和方法，并有不少应用实例。适宜于从事能源规划与管理工作的工程技术人员、科研人员和干部阅读，也可作为大专院校有关专业的教学参考书。

参加本书翻译工作的有邱大雄、于素花、马玉清、吕应运、顾树华、韦志宏、何建坤，李子奈、刘德顺、孙永广、李星、吴宗鑫、孟昭利同志，并由邱大雄、顾树华校对。

1983年9月

原 版 前 言

本书原来是为纽约州立大学石溪分校能源研究所和布鲁克海文国立实验室联合举办的能源管理训练班编写的，得到了美国国际开发署能源局的支持。而现在这一版本则是在能源规划与管理的训练和研究国际合作计划的资助下，专门为中华人民共和国编写的。该计划由联合国开发署（UNDP）提供支持。

原 版 致 谢

许多人直接或间接地为本书作出了贡献。深切感谢能源管理训练班的许多过去的参加者，他们对于许多迫切的问题的看法和坦率的讨论大大地丰富了例证材料。对本书的早期稿本的有益评论，特别是J. 艾伦塔克所作的，以及和我的其他布鲁克海文同事们如V. 马贝伊和D. 吉拉德的多次讨论，也都是很有帮助的。作者尤其要感谢J. 马蒂诺的文稿打字。如果没有她对于相继各稿本的幽默感、耐心和献身精神，本书简直不可能完稿。

目 录

第一章 引言	
1.1 什么是能源系统分析	(1)
1.2 能源分析在发展中国家的实用性	(2)
1.3 国家能源规划的结构框图	(3)
1.4 本书内容简介	(5)
第二章 数学基础	(7)
2.1 矩阵代数	(7)
2.2 计量经济学	(17)
2.3 线性规划	(17)
2.4 经典的优化方法	(19)
2.5 能源数据统计分析: 突尼斯石油消耗量	(23)
练习	(27)
基础读物	(28)
第三章 参考能源系统	(30)
3.1 原理	(30)
3.2 能源需求量与燃料构成分析	(34)
3.3 矩阵代数表示法: 对多米尼加共和国的应用	(35)
3.4 燃料构成表的矩阵表示法与多米尼加共和国的居民能源需求	(42)
练习	(52)
第四章 部门规划	(53)
4.1 弹性系数概念	(53)
4.2 估计方法	(59)
4.3 工业工艺模型	(63)
4.4 埃及钢铁工业的工艺模型	(66)
练习	(77)
第五章 能源系统优化模型	(78)
5.1 线性规划的基本方法	(78)
5.2 设备容量变量	(80)
5.3 影子价格的解释	(82)
练习	(86)
基础读物	(86)
第六章 能源投入产出分析	(87)
6.1 投入产出分析的基础理论	(87)

6.2	能源投入产出表	(94)
6.3	参考能源系统与投入产出表的关系	(97)
6.4	投入产出网络中燃料之间的替代	(100)
6.5	葡萄牙的一个能源投入产出模型	(102)
	练习	(109)
第七章	微观分析	(111)
7.1	分析过程	(111)
7.2	基本原理	(115)
7.3	投资准则	(120)
7.4	资本预算	(124)
7.5	不确定性分析	(127)
7.6	太阳能热水器(突尼斯): 在旅馆中的应用	(130)
	练习	(134)
第八章	电力部门	(135)
8.1	引言	(135)
8.2	装机容量的扩大	(135)
8.3	引入空间尺度——布局问题	(139)
8.4	在多地区规划模型中输电问题的处理	(148)
8.5	关于水资源规划	(152)
8.6	关于环境问题	(156)
8.7	约旦电力系统的线性规划模型	(158)
	练习	(161)
	基础读物	(162)
第九章	部门模型: 炼油	(163)
9.1	炼油厂的技术状况	(163)
9.2	炼油厂运行的线性规划表达式	(174)
9.3	目标函数	(178)
9.4	苏丹炼油厂方案选择的评价	(180)
第十章	能源经济耦合	(186)
10.1	引言	(186)
10.2	线性规划和投入产出模型的耦合	(187)
10.3	宏观经济的耦合	(189)
10.4	工艺模型的耦合	(190)
10.5	扩展的投入产出模型的价格	(192)
	参考文献	(195)
附录A	统计图表	(199)
附录B	发展中国家炼油厂	(201)
附录C	年金表	(212)
附录D	习题解	(232)

第一章 引言

1.1 什么是能源系统分析?

能源系统分析是一个学术历史不长的年轻领域。实际上,能源规划与政策分析作为一门学科还没有得到广泛承认,并且哪些知识属于能源规划领域也难以定义。此外,与第三世界的特殊问题有关的知识非常零散,可用于某一个国家的内容,一般对其他国家还不一定适用。

关于新学术领域合理性的争论,在历史上并不少见,特别是在与传统学科有交叉的情况下,更是如此。例如,关于什么是地理学的争论,在杂志上进行了几十年。50年代和60年代开展的土地综合利用规划内容研究,60年代和70年代开展的环境工程内容研究,都遇到过类似的定义争论。这些并不是纯属语义上的争论,因为其结果将在很大程度上决定这些领域的知识应在大学的哪个院系内讲授和如何讲授,并决定今后的研究方向。特别是,关于第三世界的能源规划问题,有人认为它是经济发展规划的一个简单的扩展,而另一些人则强调能源规划本身有它自己的科学和工程基础。但不管怎样,在教育工作者和实际工作者间,看来正在形成一种广泛一致的意见,即发展中国家的能源规划就其本身而言确实是一门学科,而不能简单地看作是传统发展规划的扩展。

能源规划与传统的部门规划不同,即与电力部门规划、炼油和石油部门规划或工业发展规划不同。能源规划的本质在于综合分析,了解各种燃料之间的相互替代(而不是仅研究某种燃料的最有效供应系统),了解能源与经济发展的相互关系(而不是仅仅考虑一个部门的发展规划对能源的需求),以及了解能源部门的投资需求和非能源部门的投资需求之间竞争关系(而不是传统上孤立地分析问题,即投资密集的电力部门决定其本部门的发展规划)。因此能源系统分析只是将这些问题作定量处理^①;它与能源规划的关系类似于环境系统分析与环境规划的关系。能源系统分析依靠的是把一系列传统学科——经济学、工程学、数学——综合在一个相关的分析网络中,此网络着重研究系统^②内各部分的相互关系。

① 实际上系统分析这一术语最初的应用并不意味着一定要对所研究的系统作定量的数学处理,某些经典著作中连一个简单的方程式也没有。系统分析只不过是一种处理复杂问题的方法,它着重于综合,而不是各别的分析。但是,现在通常把系统分析理解为应用正规的数学方法处理问题,本文正是在这个意义上使用系统分析这一术语的。

② 对系统分析这一术语下个定义是困难的。其困难程度可以从美国国家科学研究委员会的一篇报告中看出,该报告是华盛顿国家科学院国际关系委员会提出的,名为《系统分析和运筹学:发展中国家制定政策和规划的工具》,报告中对于应用系统分析的定义如下:“应用系统分析不单单像概率论或其他数学问题那样,是一种或一组技术,而且可以认为是一种涉及面很广的研究策略,这种策略包括使用各种技术、概念和一种科学的和系统的方法来解决复杂的问题。它是一种思维的框图,可以帮助决策者选择一种他所希望的行动方案(这种行动方案在某些情况下可能是‘最优的’)”(见3.1节)。由此可见,很难用简单的话给系统分析下定义。

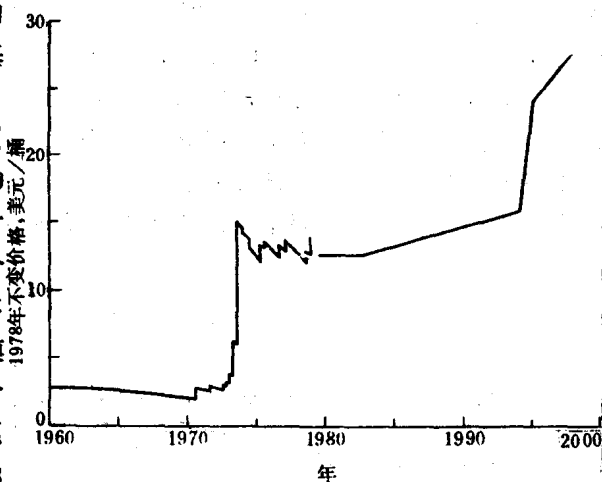
1.2 能源分析在发展中国家的实用性

如果人们对已经用在发达国家（如美国，见补充说明1.1）的现代能源规划模型的有效性提出疑问，那么这种能源系统分析技术在发展中国家能应用到什么程度呢？显然，第三世界各国的条件各不相同，所以不能简单地作出回答。有些国家已具备制定综合能源规划的能力，包括数据收集和计算机技术都具备条件，或者在近几年内可具备条件。而在另一些国家，可能需要十年或更长的时间才能具备这样的条件。但正如前述，能源系统分析首先是能源问题的一种分析方法，它基于这样一种综合观点：即能源系统本身各部分是相互作用的，能源系统与整个经济和社会结构是相互作用的，而不是一门必须依靠计算机的学科。确实，本书中讨论的很多技术问题，如参考能源系统分析，完全可以用手算来完成。

但是，不管此处介绍的模型对进行决策的实用性如何，把系统分析的方法介绍给发展中国家，作为能源规划训练计划的一部分，在教学上是很有价值的。不管从实用性和有效性角度来看人们使用模型的能力如何，在建立模型的过程中一般将迫使人们把各种关系概念化，考虑各种因果关系和所要求的整套数据等。在能源规划中建立模型和进行系统分析在与目标分析没有特殊区别的领域内都需要精确的定量分析，而在政治分歧很重要的研究领域内还需要多考虑政治影响。特别是在进口石油的发展中国家内，支付平衡以及整个发展战略的成败，是受石油产品价格的影响，或是受特定能源项目上投资基金分配的影响。然而，单凭直觉经验已不能满足要求，例如，世界各国对电力工业的合理投资问题，单靠某种局部分析得到正的利润/成本比来确定投资已不再能满足要求。确实，定量的综合能源分析的应用无疑将日益

补充说明1.1 正确判断的重要性

能源系统模型的某些重大失误，并不完全是由于模型本身的缺点造成的，而往往是由于对在想定方案中所用的假设条件缺乏正确的判断造成的。美国能源部能源情报署1979年给国会的年度报告中对世界石油价格的假设就是一个典型实例。作为该项研究的基础的世界石油价格曲线是1978年10月画的，如右图所示，这是在1979年伊朗事件后引起油价暴涨前画的。但研究报告是在1979年中发表的，因此受到了广泛的批评，同时报告中所用的模型也由于未能“预言”油价上涨，而受到了严厉的批评。事实上，根本不是模型预言的失败，因为世界油价对模型来说是外生假设条件。这完全是对油价判断的失误，或者更不客气地说，是不愿违背当时的一般认识，因为在1975—1978年间实际油价一直是稳定的，当时一般都认为至少要过若干年以后实际油价才会上涨。



美国能源部能源情报署在伊朗事件之前编绘的1960—2000年阿拉伯轻原油过去价格和预计价格曲线

增多——近几年来差不多每个发展中国家都建立了较高级的能源规划机构，就证明了这一点。这些规划机构打破了长期阻挠进行综合的合理能源规划的传统体制。

1.3 国家能源规划的结构框图

图 1.1 给出国家能源规划的总框图（发达国家已应用了框图的整个概念，多数发展中国家也开始采用这些概念）。这个规划框图的最终目标是发展一项规划，这项规划要考虑多种因素——能源价格，替代技术，本国资源的利用，政府对某些领域的直接投资，税收的刺激作用等。显然，这些因素间会有强烈的相互影响。例如，太阳能工艺供热的投资可行性分析，除了与其直接投资成本有关外，还与其他因素有关，如各种化石燃料的价格，采用太阳能供热的所在工业部门的工艺流程，税收政策等。因此，建立一套综合协调的政策手段是一项十分艰难的任务。能源系统分析的目的就是使得规划过程中能有一个前后连贯的分析，并用系统分析代替一个个单独的分析，这样能制订出一个可靠的计划^③。

现在我们详细地研究一下图 1.1，在本书中详细论述的所有模型和技术方法都与图 1.1 所列的一个或几个步骤相对应。宏观分析是研究国家级规模能源供求平衡并阐明它们与整个经济发展规划的关系。所以，分析框图是集中在宏观经济的效果上，为此应提供手段使总能源政策与重要的宏观经济指标之间的关系定量化。第三章中所介绍的参考能源系统图 (RES) 是表示上述定量关系的一种最简单形式，它对平衡情况下的能流提供了系统的物理描述，并至少为确定某些重要的宏观经济参数——例如石油的进口量——与燃料替代、节能和资本储备情况的函数关系提供了一种方法。参考能源系统分析适合于解决这样一类初级问题，典型的诸如在钢铁企业中提高能源利用效率 1% 对石油和焦炭进口的影响怎样？引进太阳能烘干农产品后对天然气消费的影响怎样？第十章中讨论的模型为研究能源系统和宏观经济间的定量关系提供更完善的方法，这类方法不仅具有从统计概念分析“如果……那么怎么办”这类问题的能力，而且还具有确定最优战略问题的能力。在这样的分析水平上我们可以研究下列类型的问题，如已知国内生产总值的某一水平及其构成后，可再生能源的最佳替代水平是多少？投资愈大，因减少石油进口而降低成本所带来的好处就愈小。

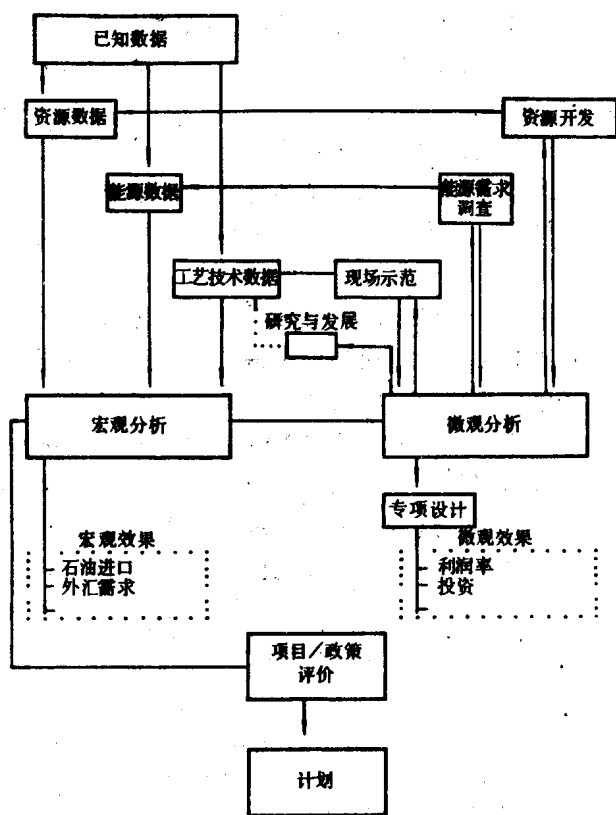


图1.1 国家能源规划结构框图

③ 关于发展中国家的国家能源规划还有些别的观点，可参阅纽约布鲁克海文国立实验室1978年2月发表的《评价发展中国家可供选择的能源资源和工艺的分析框图》（BNL-50800）。

宏观分析中的主要问题之一当然是数据，按三类划分数据是很有用的。第一类是能源资源数据——每种资源量有多少？开采成本多少？在理论上，对国内每种资源最好都有一条供应曲线^④——例如对煤可画出如图1.2所示的曲线来，它提供了未来每一年何种成本的可用煤量有多少。当煤产量需增加时就须开新矿，每开一个新矿都要比前一个矿费一些，因为矿总是容易的先开。提高产量，一般讲，意味着开发薄煤层、深煤层和低质煤（第四章列出了各种供应曲线）；同样，水力、油、气等都有类似的曲线。

然而，能源分析工作者面临的实际问题可能是缺乏资源规模和开采成本的资料。这样，问题就变成要花多少钱投资于地质勘探和开发以便能更好地估价资源的规模及其经济价值。这个投资问题不仅是勘探成本和开采成功概率的函数，而且是资源（如果它存在的话）的经济价值的函数。

其他类数据也有同样的问题。第二类数据是能源消耗数据，它常常带有很大的不确定性，特别是规划活动刚开始，很多调查工作尚待进行的时候更是如此。售予各消费单位的电力和石油制品的数据可以从公用事业公司或地方油品分配公司处调查取得，但最终用能形式的消费数据，即用于照明、供暖以及其它用能设备消耗的燃料量，则缺乏系统的调查。特别是农村用能和薪柴消费量完全是属于推算性的^⑤。

第三类是能源工艺数据，这些数据也是很粗略的。即使是引进技术，在当地的安装、运行和维修费用以及在当地条件下的性能特点，也都存在很大的不确定性。而本国制造工艺——如平板型太阳能热水器的制造，差不多每个国家都具有这种能力——其成本甚至更不确定。

因此，能源规划过程的一个重要部分是改进能源数据的质量。如图1.1所示，这包括能源资源数据调查，能源消费调查，以及为建立本地的成本-性能数据而进行的现场工艺示范，甚至包括研究和发展活动^⑥。然而财力和时间很少是不受限制的，因此主要问题是所需数据的先后次序。关于能源消费数据的问题是，必须收集哪些项目的能源数据？已知能源使用的季节性后，那些数据应当什么时候收集？采样的范围要多大？关于现场示范的问题是，应该选择何种工艺？这种工艺在市场上应用前景如何？关于资源勘探的问题是，应当先勘探哪些资源？上述这样的问题可以列出很多。

上述问题可以在一些重要能源部门的宏观分析基础上来回答。但用我们在此所描述的微观分析的办法更好，它包括一套分析方法，这套方法能把一般的策略建议变成执行国家能源

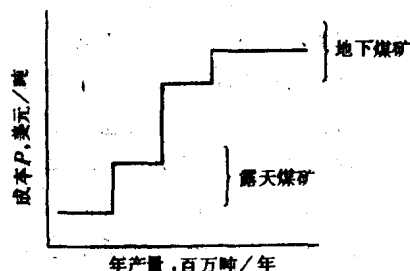


图1.2 煤的供应曲线

④ 供应曲线也带有概率现象，因为即使使用地震勘探可以大大缩小不确定性的范围，但要完全勘探清楚资源储量也要好几年。所以规划人员必须考虑供应曲线带有一定程度的不确定性。

⑤ 对数据要求的完整讨论，可以参阅 P. Palmedo 和 R. Chatterjee 《能源规划的信息需求》一文，发表于联合国 1981 年 10 月在瑞典斯德哥尔摩召开的关于发展中国家能源规划年会有关农村能源使用的讨论会上。文中他们提到：“民用能源的数据在全世界都是现有能源数据中的一个最薄弱领域，特别是‘非商品’燃料的消费，如木柴或农作物废料。非商品燃料使用量的不确定性往往至少是 $\pm 50\%$ ，尽管它对社会和环境常常产生重要的影响。”

⑥ 关于研究发展工作最好由更有能力承担这笔不太大研究费用的发达国家来承担的意见是有争议的。发展中国家中很多大学都有很好的研究计划，能源规划人员面临的问题是把国家的研究发展工作集中在从本国能源系统的前景来看最有希望的领域内。

规划中的一些专门的有代表性的项目分析问题。在第七章中将看到,这种转变过程的一个附带收获是可对一些专门数据的改进要求作出鉴定——如果数据带有很多的不确定因素,那就很难提出投资决策的建议。

因此,能源规划过程是一个迭代过程。典型的要求是在能够作出决策前和对规划细节提出建议前,需经几轮宏观分析和微观分析。由于数据收集是规划过程中的一部分,所以每一轮分析都是在比上一次更完善的数据基础上进行的。

1.4 本书内容简介

我们在第二章主要是介绍一些必要的数学基础:矩阵代数、统计分析、线性规划和经典优化技术的基本原理。有这方面基础的读者可以不读这些内容。虽然本书中有不少章节粗一看包括不少数学公式,但这是假定读者所必须具备的基础知识,实际上这些知识在第二章中或在其他的注脚中都作了必要的说明。本书中加了很多注脚和补充说明,它们都是根据多次能源管理训练班上提出的问题加进来的。

第三章介绍了参考能源系统分析。象本书内每一重要章节的写法一样,我们对所介绍的理论方法,都选一个发展中国家作为例子加以应用。大部分实例都引自纽约州立大学能源研究所和布鲁克海文国立实验室(BNL)在过去几年内的研究工作;本章是用多米尼加共和国作为例子。

第四章涉及能源需求规划方法,介绍了过去十年内已经广泛应用在经济和能源发展规划中的计量经济方法。本章专门有一节研究这类方法中所固有的统计估计问题,这是因为近来的文献中在谈到能源弹性系数的估计问题时都没有考虑这类问题,如多重共线性,或自回归模型中偏离可能的来源。本章还简要地讨论了工业工艺模型,并指出了这些模型在研究工业能源规划与其工艺流程选择的关系方面日益增加的重要性。本章以埃及钢铁工业为例来说明用工业工艺模型进行能源需求规划的方法。

第五章介绍了能源系统优化模型。这里用的方法是直接依据参考能源系统结构框图来建立模型,并且按照网络优化来表示基本的线性规划公式。通过求解线性规划的对偶问题引入影子价格的解释,以及可由此对某些政策提出的指导意见。这与第二章中讨论过的经典优化方法——拉格朗日因子有关。由于能源价格政策在发展中国家的重要性,本书将着重讨论影子价格的应用(及其弊害)。

第六章介绍了能源系统模型和经济模型间的联系,并着重研究了常规的投入产出分析和能源系统模型间的联系;分析用的基本框图是布鲁克海文扩展的投入产出表,其中将与能源有关的项目分为能源服务和能源产品部门,然后再将它们加到常规的价值型投入产出表中。本章用的典型示例是最近在葡萄牙应用布鲁克海文能源经济评价模型(BEEM)的典型研究。

第七章介绍微观分析。微观分析除了作为规划过程的一个部分外,还有另一个重要作用,即用本章中所讨论的某些方法来说明后续几章介绍的各种优化方法的目标函数。本章用的典型示例是太阳能热水器在突尼斯的应用。

第八章和第九章较详细地讨论了电力部门和石油部门。其目的是介绍一些适合于以后与综合能源规划模型相结合的部门模型;因此我们将重点放在线性规划模型上,而不是某些更复杂的随机仿真模型上,后者广泛用于更详细的部门分析中,特别是电力部门中。为了说明这两章的一些基本概念,介绍了约旦的一个电力扩建规划模型。

第十章是将前面各章的材料综合成一个用于发展中国家的总体能源经济分析模型的框图。利用第八、九章介绍的电力和石油模型，把第五章中介绍的简单线性规划模型扩展成更实用的详细模型。将工业工艺模型和线性规划模型结合起来可以减少投入产出分析中很多限制性的假设条件。本章还探讨了能源模型与宏观经济模型的耦合（这与第六章投入产出分析中简单数字平衡方法不同）。

第二章 数学基础

2.1 矩阵代数^①

矩阵代数是能源系统分析必不可少的工具之一，只要了解它的基本概念就可以将极为复杂的问题简化为几个简单的矩阵方程；当标量表达式用简练的矩阵表达式代替时，大部份统计方法的定义（例如最小二乘回归）将变得非常简单。

矩阵只不过是许多数的矩形阵列，这些数称之为数组元素（或矩阵元素）。通常用大写字母表示矩阵，小写字母表示其元素。这样，我们把矩阵写成

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

a_{ij} 是第*i*行第*j*列的元素，例如 a_{21} 是上述矩阵中第2行第1列元素。矩阵大小称之为矩阵的维数，这里我们将采用习惯表示法，在矩阵符号下面括号中标出矩阵的维数，即

$$A_{(m \times n)} \quad (2.2)$$

它表示矩阵有*m*行*n*列，我们称A为*m* × *n*阶矩阵。 A^T 表示矩阵A的转置，它是由矩阵A的行列互换而得到的^②。如果

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

那么其转置矩阵即是

$$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

因此，若A是*m* × *n*阶矩阵，它的转置矩阵 A^T 即为*n* × *m*阶矩阵；如果 $A = A^T$ ，那么矩阵A（或 A^T ）就称为对称矩阵——显然它必为方阵。如果矩阵的行数和列数相等即*m* = *n*，则称为方阵。我们经常会碰到一些特殊的方阵，非主对角线上的元素皆为零的方阵为对角矩阵（主对角线上的元素定义为*i* = *j*的元素）。如果对角矩阵的所有非零元素都等于1，即称为单位矩阵，用大写字母I表示。

矩阵加减法 维数相同的矩阵可以进行加减运算，两个*m* × *n*阶矩阵相加得到另一*m* × *n*阶矩阵：

$$A_{(m \times n)} + B_{(m \times n)} = C_{(m \times n)} \quad (2.5)$$

这里C矩阵的元素由下式得到：

① 本章只是对矩阵代数、统计分析和线性规划的基本工具做一简要的介绍。我们并不要求对它们有全面的了解。在这里我们只提供为了解以后各章所述方法所必需的最基本的知识。

② 有时转置用一撇表示，即 A' 是A的转置。

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad (2.6)$$

类似, 对于矩阵减法, 若

$$\underset{(m \times n)}{A} - \underset{(m \times n)}{B} = \underset{(m \times n)}{C} \quad (2.7)$$

那么对于所有C的 $m \times n$ 个元素有

$$c_{ij} = a_{ij} - b_{ij} \quad (2.8)$$

维数不等的矩阵 (也就是阶数不同的矩阵) 不能进行加减运算。

如果 a 是某一个标量数, 这时标量乘法

$$a \cdot \underset{(m \times n)}{A} = \underset{(m \times n)}{B} \quad (2.9)$$

定义为 $b_{ij} = a \cdot a_{ij}$, 也就是我们用数 a 去乘矩阵A的每一个元素。

矩阵乘法 若A是 $m \times n$ 阶矩阵, B是 $n \times p$ 阶矩阵, 那么矩阵乘积AB定义为 $m \times p$ 阶矩阵:

$$\underset{(m \times n)}{A} \cdot \underset{(n \times p)}{B} = \underset{(m \times p)}{C} \quad (2.10)$$

这里C的元素由下式给出:

$$\sum_{k=1}^n c_{ij} = a_{ik} b_{kj} \quad (2.11)$$

例如

$$\underset{(2 \times 3)}{A} \cdot \underset{(3 \times 2)}{B} = \underset{(2 \times 2)}{C} \quad (2.12)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 3 = 20 & 2 \times 2 + 3 \times 1 + 4 \times 1 = 11 \\ 1 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 3 = 8 & 1 \times 2 + 2 \times 1 + 1 \times 1 = 5 \end{pmatrix}$$

因此, 当第一个矩阵的列数等于第2个矩阵的行数时, 这样两个矩阵可以相乘。而且和标量乘法不一样, 矩阵乘法一般不满足交换律, 因而 $AB \neq BA$ 。实际上在我们的例子式(2.12)中, 矩阵BA乘积为

$$\underset{(3 \times 2)}{B} \cdot \underset{(2 \times 3)}{A} = \underset{(3 \times 3)}{C} \quad (2.13)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 2 + 2 \times 1 = 4 & 1 \times 3 + 2 \times 2 = 7 & 1 \times 4 + 2 \times 1 = 6 \\ 2 \times 2 + 1 \times 1 = 5 & 2 \times 3 + 1 \times 2 = 8 & 2 \times 4 + 1 \times 1 = 9 \\ 3 \times 2 + 1 \times 1 = 7 & 3 \times 3 + 1 \times 2 = 11 & 3 \times 4 + 1 \times 1 = 13 \end{pmatrix}$$

在这种情况下, 因为 $m = p$, BA乘积是有意义的。一般说来, 如果A是 $m \times n$ 阶矩阵, B是 $n \times p$ 阶矩阵, 而且 $m \neq p$, 那么矩阵BA乘积没有意义。

方阵可以自乘, 即

$$\underset{(n \times n)}{A} \cdot \underset{(n \times n)}{A} = \underset{(n \times n)}{A^2} \quad (2.14)$$

于是 A^n 表示方阵A自乘 n 次。

矩阵求逆 在一般标量代数中, 若我们定义数值 x 为数值 y 的倒数, 则当 x 乘 y 时, 有

$$xy = yx = 1 \quad (2.15)$$

因此

$$y = \frac{1}{x} = x^{-1} \quad (2.16)$$

类似地，在矩阵代数中定义矩阵B为方阵A的倒数矩阵，当用A与之相乘时便得到单位矩阵：

$$AB = I \quad (2.17)$$

因而

$$B = A^{-1} \quad (2.18)$$

倒数矩阵 A^{-1} 一般称为A的逆。要注意，只有方阵才存在逆矩阵。

对应于每个方阵都存在有一个标量，这个标量称为A的行列式，它用符号 $|A|$ 来表示。这个量由A的诸元素各种乘积之和确定。例如 2×2 阶矩阵的行列式定义为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (2.19)$$

因此，如果

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

那么 $|A|$ 即等于 $2 \times 5 - 3 \times 1 = 7$ 。

必须注意，若矩阵的一行（或一列）是其它行（或列）的线性函数，那么此矩阵行列式等于零。例如，如果矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

中第2行每个元素都是由第1行的相应元素乘以2得到得到的，即 $a_{2j} = a_{1j} \times 2$ ，行列式 $|A|$ 即为 $2 \times 2 - 4 \times 1 = 0$ 。可以证明只有当 $|A|$ 不等于零时，A的逆才存在。如果矩阵的逆不存在，我们称这样矩阵为奇异矩阵。

一般说，行列式和矩阵求逆的运算都极其繁杂^③，最好用计算机子程序和可编程序计算器的程序包进行^④。

2.2 计量经济学^⑤

具有两个变量的简单模型 我们首先考虑一个简单的两个变量的线性模型。假定我们对人均民用能耗和人均收入之间的关系感兴趣，这种关系式是由抽样分析得来的（譬如说，取代表不同平均收入水平的若干城市供电数据）。真实的关系式可能非常复杂，其中包括诸如气候

③ n 阶矩阵A的行列式一般定义为 $|A| = \sum (-1)^k a_{1\alpha} a_{2\beta} \cdots a_{n\nu}$ ，式中 $\alpha, \beta, \dots, \nu$ 是将序列 $1, 2, \dots, n$ 的元素次序交换 k 次所得到的一个序列， $\sum$ 号表示对 $\alpha, \beta, \dots, \nu$ 取遍 $1, 2, \dots, n$ 的一切排列求和，其中偶数排列取正号，奇数排列取负号。一个排列当其反序数为奇数时为奇排列。比如说两个整数角标较大的数码排在较小数码之前，这时我们说这两个数码构成一个反序。更详细的讨论，可见参考书，例如Johnston(1963)。

④ 矩阵求逆的一个简单方法是利用幂级数展开：

$$(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + \cdots + A^n$$

这与标量的几何表达式相类似，即

$$\frac{1}{1-a} = 1 + a + a^2 + \cdots$$

然而通常只有当A每列元素的和小于1时才采用这个方法。已经证明这种方法对于计算称之为投入产出分析的列昂惕夫逆阵是适用的（见补充说明6.3）。

⑤ 这也是一个很庞杂的课题，有很多教科书专门论述它。这里我们只想简单地回顾一下一些基本内容，介绍那些在能源经济学统计分析中最常见的方法，为一些更复杂的计算问题打下基础（如能源需求弹性系数和类似的问题）。至于那些更复杂的问题将在第四章中讲述。由于这里只讨论基础的东西，因而熟悉这些内容的学生可以跳过去看下面的章节（因为任何有关计量经济学的大学课程都会涉及这些基础内容）。