

36

国防工业出版社

应力应变电测技术

YINGLI YINGBIAN DIANCE JISHU

郑秀媛 谢大吉 编

应力应变电测技术

郑秀瑗 谢大吉 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍应力应变电测技术的基本原理，并对应力应变测量所用仪器设备的线路及其基本原理作了比较详细的阐述。为了帮助读者了解如何运用电测技术解决工程实际问题，专门在第九章列举了比较广泛的工程实例，且从实验方案到测量结果及数据的分析处理方法等都作了详细的介绍。此外，还系统深入地介绍了电测误差分析及数据处理方法。

本书可作为工厂与研究单位的测试技术人员及大专院校有关专业师生的参考书，也可作为大专院校有关专业的教科书。

应 力 应 变 电 测 技 术

郑秀媛 谢大吉 编

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经营

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092^{1/16} 印张17 391千字

1985年9月第一版 1985年9月第一次印刷 印数：0,001—4,600册

统一书号：15034·2873 定价：3.50元

前 言

应力应变电测技术是我国解放以后才发展起来的一门新学科。自从 1958 年我国研制成电阻应变仪和电阻片以来，应力应变电测技术获得了迅速的发展。由于它适应性强，易于掌握，能在复杂的工作条件下进行大型工程结构的应力应变测量，因此成为一种最富有生命力的测试手段。目前已广泛应用于国防、化工、机械，以及土木建筑、交通等部门的生产和科研工作。近年来又逐步扩大到体育运动、医疗卫生及生物力学等领域。

掌握应力应变电测技术，不但需要较深的力学知识，而且需要了解材料的物理和化学性能，同时还应具备电子学、光学和磁学，以及误差分析和数据处理等方面的知识。这对初接触这项工作的同志来说是比较困难的。为此，本书除系统介绍电测技术的基本知识之外，为了帮助读者了解测试仪器性能，掌握使用和维修测试仪器的方法，还介绍一些与电测仪器有关的电子学及数字电路方面的基础知识，并从解决工程实际问题出发，较深入地介绍了电测误差分析和数据处理。为了便于读者在各个领域中开展工作，最后一章还结合作者多年来的实践经验，列举了一些有关塔桅钢结构、壳体结构、汽车车辆、锻压机床以及体育、医疗等方面应力应变电测的实例。在介绍实例时，力求使读者了解从事实测工作的具体方法、步骤和注意事项。

本书可作为“实验应力分析”课程中电测部分的教学参考书，也可供从事电测技术应用与研究的科技工作者参考。作者力图使本书既满足初学者的要求，又能对有经验的科技工作者有所裨益。

本书是在清华大学 78 届、79 届研究生和 78、79、80 届本科大学生的“应力应变电测技术”教材基础上修改补充而成的。第 1、5、7、8 章由郑秀瑗编写，第 2、3、4、6 章由谢大吉编写，第 9 章合编。在编写和修改补充过程中，得到我校工程力学系材料力学试验室许多同志的支持与帮助，其中陈兰芳同志对第三章和第四章进行了详细审校；我校机械系锻压教研组曹其骧、卢明远同志，北京工业大学曹少方同志也提出了不少宝贵意见；插图由甄一民同志描绘。在此谨对以上同志表示感谢。

由于时间仓促，水平有限，书中难免有错误和不当之处，望读者批评指正。

编 者

目 录

概述	1
第一章 电阻应变片	3
第一节 电阻片的工作原理及主要参数	3
第二节 电阻片的分类	11
第三节 电阻片的结构和材料	14
第四节 电阻片的工作特性	16
第五节 电阻片和粘结剂的选用及其粘贴技术	19
第二章 测量电路	23
第一节 分压式测量电路的工作原理	23
第二节 分压式测量电路的非线性误差	25
第三节 分压式测量电路的应用	25
第四节 直流电桥的工作原理	27
第五节 直流电桥的各种特性及应用	31
第六节 交流电桥	41
第七节 静态电阻应变仪的电桥线路	45
第八节 桥式测量电路的非线性影响	48
第三章 应变测量仪器	51
第一节 电阻应变仪的分类及方框图	51
第二节 晶体二极管及三极管的工作原理	53
第三节 整流电路及简单的稳压电路	57
第四节 交流放大电路	61
第五节 射极输出器	69
第六节 直流放大器	72
第七节 功率放大器	73
第八节 正弦波振荡器	76
第九节 晶体管直流稳压电源	79
第十节 典型的静态电阻应变仪线路分析	80
第十一节 典型的动态电阻应变仪线路分析	86
第十二节 电阻应变仪的标定方法	89
第四章 记录显示仪器	92
第一节 记录显示仪器的分类	92
第二节 典型的脉冲电路及其基本原理	92
第三节 光线示波器	97
第四节 X-Y 函数记录仪	107
第五节 磁带记录仪	113
第六节 数字式记录显示仪器	116
第七节 数字仪表及计算机在电测中的应用	130

第五章	应力测量	132
第一节	应力应变分析	132
第二节	布置电阻片前的准备工作	137
第三节	圆轴类构件的测量方法	138
第四节	薄壁构件测量方法	143
第五节	壳体结构的测量方法	151
第六章	特殊条件下的应力应变测量	153
第一节	旋转构件应变的测量方法	153
第二节	高压液下应变测量方法	155
第三节	高、低温条件下的应变测量方法	159
第四节	用电阻片制成的各种传感器	161
第七章	影响测量误差的因素	173
第一节	电阻片的误差	173
第二节	电阻应变仪产生的误差	176
第三节	导线引起的误差	178
第四节	绝缘电阻对电测的影响	182
第八章	测量误差分析与试验数据处理	187
第一节	误差理论基础	187
第二节	测定单个物理量的数据处理	193
第三节	试验数据表示法	206
第九章	应力应变测量实例	221
第一节	电测技术在大型设备吊装中的应用	221
第二节	电测技术在壳体结构应力应变分析中的应用	224
第三节	机床床身及其轴的应力应变测量	232
第四节	电测技术在体育与医学生物力学测试中的应用	238
第五节	汽车的静动态应力测定	246
附录		251

概 述

在解决工程结构的应力应变分析时，实验应力应变分析与理论应力应变分析相并列的一个重要分支。它是用试验的方法来研究构件的应力应变规律。由于当前还有不少实际问题尚不能用理论求解，即使那些复杂的工程结构能够求解，也都需要通过试验的检验才能作出最后的结论；再则，现代工程愈来愈大型化，结构及工作条件也愈来愈复杂化，因此，实验应力应变分析这门学科也就愈来愈显得重要。

应力应变电测技术是实验应力应变分析方法中应用最广泛和适应性最强的方法之一。早期主要用于常温下测量物体的表面应变，近年来已发展到用在高、低温和高压的环境内以及各种性质的介质（如强辐射）中测量应变。此外还可在极大的加速度条件下测量动态应变和动力学的其它参数。为了便于对大型的或严密的结构以及工作条件复杂的工程进行测量，在应力应变测量中还广泛采用着遥控技术。

一、电阻应变测量的工作原理

当测量某一力学参数时，首先要把这个非电学参数转换成某一电学参数。将非电学参数转换成电学参数的装置称为传感器。本书主要介绍用电阻应变片（简称电阻片）作为敏感元件的传感器。电阻片是应用电阻丝的电阻率随丝的变形而变化的关系，把力学参数（如压力、载荷、位移、应力或应变）转换成与之成比例的电学参数。电阻片在工作过程中引起的是电阻的变化。通过测量电桥可使这微小的电阻变化转换成电压或电流的变化，再经电子放大器放大，并根据某一比例常数关系，将其转换成试件的应变值而显示出来。完成上述工作的仪器叫做电阻应变仪。

我们把用电阻片作为敏感元件、用电阻应变仪作为测量仪器的测量方法，称为电阻应变测量。

二、电阻应变测量的测量范围

1. 根据载荷性质区分测量范围

由于不同的测量仪器和记录器都有它们的频率特性和最佳的测量范围，因此为了保证测量精度，必须根据载荷的性质正确地选择仪器。对永远恒定的载荷或短时稳定的载荷的测量，称为静态测量；对载荷在2~1200赫范围内变化的测量，称为动态测量。冲击或爆炸引起的载荷变化的频率范围较宽，大约为2~50000赫，在进行这类测量时，一定要选择宽频带的放大器和记录器，否则将引起很大的失真。

2. 根据温度区分测量范围

温度的变化会直接影响敏感元件的正常工作，所以要根据不同的工作温度区段来选择制造电阻片和导线的材料，以此来保证在规定温度区段内，电阻片能准确地反映被测的力学参数。一般将应变测量按工作温度分为五个区段：

(1) 常温应变测量 工作温度为-30~60℃。

- (2) 中温应变测量 工作温度为 60~300°C。
- (3) 高温应变测量 工作温度在 300°C 以上。
- (4) 低温应变测量 工作温度为 -30~-100°C。
- (5) 超低温应变测量 工作温度在 -100°C 以下。

三、电阻应变测量的特点

1. 优点

(1) 灵敏度高, 测量范围广。最小可测 1~5 微应变(简写 1~5 $\mu\epsilon$), 即 1~5 $\times 10^{-6}$, 这个应变的量级对于钢材而言, 大约相当于 0.02~0.10 公斤力/毫米² 的应力。最大可测应变 2~3 万微应变。因此, 可以测量材料在塑性范围内的应变。

(2) 频率响应快, 机械滞后很小。可测量频率高达 5 万赫的振动, 因此, 不仅可以测量静载下的应变, 而且可以测量动载以及冲击载荷下的应变。

(3) 电阻片尺寸小, 重量轻。当前我国可制造基长为 0.5 毫米的小电阻片, 国外可制造基长 0.3 毫米的微型电阻片。中等尺寸(基长为 3~15 毫米)的电阻片只有 0.2~1 克, 可认为没有惯性, 因此把它粘贴在试件表面上, 对试件的工作状态和应力分布影响极小。对结构十分紧凑不便于安装其它测量仪表的部位, 或要求测量局部应力的地方, 电测法的优越性就更为突出。

(4) 可在较恶劣的环境下测量。目前电测法可以在 4.2K 至 1000°C 温度范围内成功地使用。还可以在数千个大气压的气体介质或液体介质中进行测量。这对于压力容器和深水结构的研究是十分有利的。

(5) 可实现遥控测量。有无线遥控和有线遥控两种。遥控技术已应用于汽轮机转子、飞行器结构和爆破对构件的影响等测量工作中。

(6) 可自动记录。由于电阻应变仪把电阻片在工作时的电阻变化率转换成电压或电流的变化, 因此便于数字打印、图形显示或磁带记录。国外已开始采用所谓双电流原理代替传统的桥式电路。这样便于使电阻应变仪与小型可编程序的台式电子计算机相结合, 实现测量-分析计算-打印输出全过程自动化, 从而可大大节省人力、时间和提高测量精度。

2. 缺点

(1) 贴片技术要求高, 电阻片一旦粘贴在试件上, 不能取下再用。

(2) 使用仪器复杂, 易出故障, 而且排除故障的技术也较难掌握。

(3) 在强电场与强磁场内进行测量必须采用一系列复杂的屏蔽措施。

电阻应变测量即使有以上缺点, 但由于它的优点突出, 当前仍然应用得十分广泛。

第一章 电阻应变片

电阻应变片（简称电阻片）是一种电阻式的敏感元件。电阻片一般由基底、敏感栅、覆盖层和引线四部分组成，其结构如图 1-1 所示。

在测量应变时，首先要求电阻片的应变与被测试件的应变相等，因此要用粘结剂把电阻片牢牢地粘贴在试件的测点上。当试件受到外力作用时，测点产生的变形通过粘结剂和电阻片的基底传递给电阻片的敏感栅。于是敏感栅也随试件测点同时变形，从而引起电阻变化。电阻变化率的大小与电阻片下被覆盖的试件处的平均应变成正比。

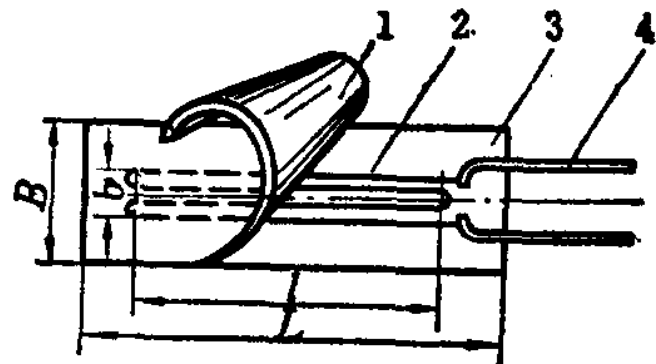


图1-1 纸基丝式电阻片构造
1. 覆盖层；2. 敏感栅；3. 基底；
4. 引线。

第一节 电阻片的工作原理及主要参数

一、单根电阻丝的应变效应

金属导体的电阻随其机械变形而发生变化的物理现象叫做应变效应，电阻片就是基于金属导体的应变效应制成的。

现截取敏感栅的一部分，分析其应变与电阻之间的关系。导体的电阻与几何尺寸及电阻率的关系是：

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (1-1)$$

式中 R —— 导体的原始电阻（欧）；
 ρ —— 导体材料的电阻率（欧·毫米²/米）；
 l —— 导体长度（米）；
 S —— 导体横截面积（毫米²）。

当考虑导体材料的电阻率 ρ 是常量时，导体变形引起电阻的变化为：

$$dR = \rho \frac{dl}{S} - \rho \frac{l dS}{S^2} \quad (1-2)$$

用 (1-2) 式除以 (1-1) 式得：

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S} \quad (1-3)$$

变形后直径 D 变为：

$$D' = D - \mu \epsilon D = D(1 - \mu \epsilon)$$

式中 μ —— 泊松系数。

面积变化为：

$$dS = \frac{\pi}{4} (D'^2 - D^2) = \frac{\pi}{4} [D^2(1 - \mu \epsilon)^2 - D^2]$$

$$dS = \frac{\pi D^2}{4} (-2\mu \epsilon) \quad (1-4)$$

因为 $\mu\varepsilon$ 为 10^{-6} 数量级, 所以 $(\mu\varepsilon)^2$ 为 10^{-12} 数量级, 可忽略不计。

将 (1-4) 式代入 (1-3) 式得:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - \frac{\frac{\pi D^2}{4}(-2\mu\varepsilon)}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{dl}{l} + 2\mu \frac{dl}{l} = (1+2\mu) \frac{dl}{l} = (1+2\mu)\varepsilon$$

$$\frac{dR}{R} = K_s \varepsilon \quad (1-5)$$

从 (1-5) 式可以看出电阻变化率 $\frac{dR}{R}$ 与应变 ε 之间成正比。比例常数 K_s 称为电阻丝灵敏系数。

(1-5) 式还可以写成:

$$K_s = \frac{dR}{R} / \varepsilon = (1+2\mu) \quad (1-6)$$

一般电阻丝的泊松系数 $\mu = 0.24 \sim 0.4$, 则 $K_s = 1.48 \sim 1.8$ 。但实际测得的 K_s 值均大于此值。这说明以上假定 ρ 在应变过程中是常量与实际情况不符。

当考虑导体材料的电阻率 ρ 随应变大小而变化时, 导体变形引起电阻的变化为:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S} \quad (1-7)$$

根据 (1-3) 式及 (1-5) 式有:

$$\frac{dl}{l} - \frac{dS}{S} = (1+2\mu) \frac{dl}{l}$$

所以 $\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + (1+2\mu) \frac{dl}{l} = \frac{d\rho}{\rho} + (1+2\mu)\varepsilon$

$$K_s = \frac{dR}{R} / \varepsilon = \left[(1+2\mu) + \frac{d\rho}{\rho} / \varepsilon \right] \quad (1-8)$$

(1-8) 式中 $\frac{d\rho}{\rho} / \varepsilon$ 称为单位应变的电阻系数变化率, 该值是常数。

试验表明, 在很大的应变范围内 K_s 保持为常量。从 (1-8) 式可以看出, K_s 不仅与电阻丝的力学性能 μ 有关, 而且还与电阻丝的电学性能 $\frac{d\rho}{\rho} / \varepsilon$ 有关。

电阻片是由电阻丝绕成多栅型, 要精确计算电阻片的灵敏系数 K_p 值是比较困难的。一般电阻片灵敏系数 K_p 均小于 K_s 。因为 K_p 不仅取决于电阻丝的性能, 而且与贴片用胶、电阻片结构、贴片工艺以及工作环境温度等都有关系, 所以 K_p 值只能用试验方法进行精确标定。

二、电阻片的灵敏系数 K_p

1. 灵敏系数 K_p 的定义

电阻片贴在单向受力构件上, 其主轴线沿构件最大主应力方向。因构件受力而引起的电阻片的电阻变化率 $\frac{\Delta R}{R}$ 与构件的最大主应变之比, 称为电阻片的灵敏系数 K_p :

$$K_p = \frac{\Delta R}{R} / \varepsilon$$

2. 电阻片灵敏系数 K_p 小于单根电阻丝灵敏系数 K_s 的原因分析

首先从电阻片传递变形来分析 (见图 1-2)。试件的变形是通过胶和基底传递到敏感栅上的。从图 1-2 可以看出, 即使在电阻片下面试件的应变是均匀分布的, 然而电阻丝各截面的应变也不是常数。图中用虚线绘出等效的应变分布情况。由于应变分布不均匀, 使电阻丝的长度减小为 $(1-2a)$, 相当于在长度为 l 的电阻丝中有一段长度为 $2a$ 的线段不起作用。电阻丝愈细, 基底和胶层愈薄, 粘结力愈强, 则等效的应变分布区域愈大, 电阻丝的有效长度就愈长, a 值就愈小, 从而电阻片灵敏系数 K_p 值愈大, 即 K_p 值愈接近 K_s 值; 反之, K_p 值就愈小。

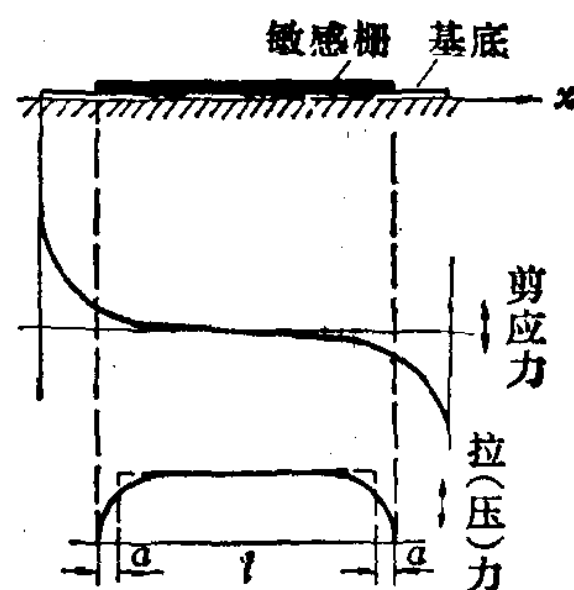


图1-2 电阻片传递变形示意图

又因电阻片是多栅型的, 栅丝之间由横向的丝连接。因此当在二维应变场贴电阻片时, 除沿电阻片主轴线方向的应变会引起电阻变化外, 垂直主轴线方向的应变对电阻片的电阻也有影响。例如, 工厂标定电阻片 K_p 用的梁, 最大主应力方向的应变为 ε , 垂直最大主应力方向的应力虽为零, 但其应变为 $-\mu\varepsilon$, 两者引起的电阻变化值符号相反, 所以视应变比实际应变小, 因此 K_p 值必然比 K_s 小。

综上所述, K_p 值需要实际标定, 只有当被测试件的应变场与工厂标定 K_p 值情况相一致时, 才能直接应用厂标值, 否则, 就需要进行修正。修正方法将在后面介绍。在这里 K_p 简称 K 。

三、电阻片的横向灵敏度 H

1. 横向灵敏度 H 的定义

取同一批电阻片, 分别用基长和基宽测同一单向应变, 后者与前者应变读数之比, 叫做这批电阻片的横向灵敏度 H :

$$H = \frac{\Delta R_b}{R} / \frac{\Delta R_l}{R} \quad (1-9)$$

式中 ΔR_b ——用基宽测同一单向应变引起的电阻变化量;
 ΔR_l ——用基长测同一单向应变引起的电阻变化量;
 R ——这批电阻片的电阻值。

2. 用计算的方法推导几种理想的敏感栅的横向灵敏度

(1) 短接式片 在仅有 ε_x 应变的情况下, 求如图 1-3 所示布片方案中片₁与片₂的电阻变化率。

短接式片的几何形状如图 1-4 所示。为了减小横向效应的影响, l 与 t 方向栅材的单位长度的电阻 J_l 与 J_t 不同, $J_l > J_t$ 。

l 方向初始总电阻 R_l 为:

$$R_l = n l J_l$$

B 方向初始总电阻 R_B 为:

$$R_B = (n-1) t J_t$$

式中 n ——栅丝的数量。

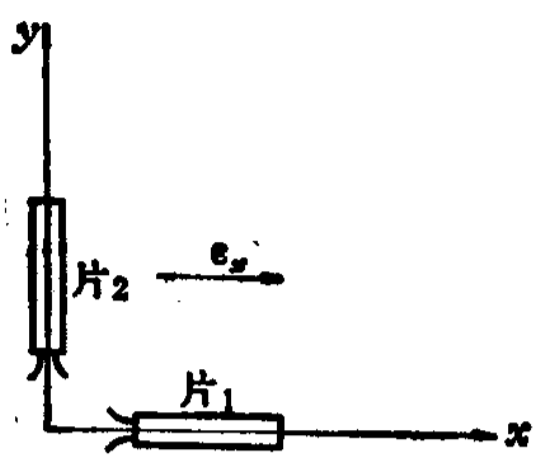


图1-3 布片方案

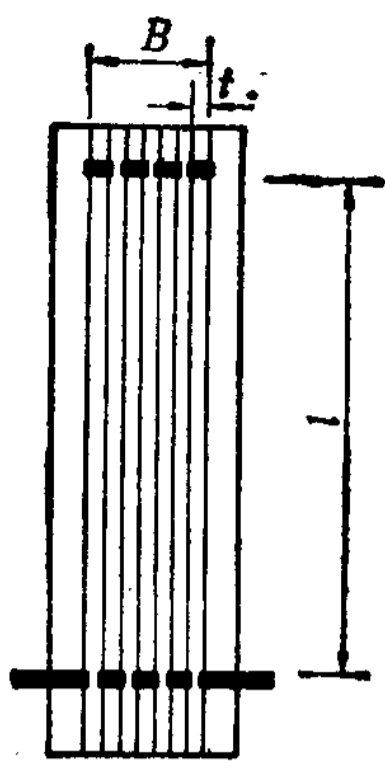


图1-4 短接式片的几何形状

电阻片的总电阻 R 为:

$$R = R_1 + R_B = nI J_1 + (n - 1) t J_r$$

由于 ϵ_x 引起片₁电阻的变化为:

$$\Delta R_1 = R_1 K \epsilon_x = nI J_1 K \epsilon_x$$

$$\Delta R_B = 0$$

由于 ϵ_x 引起片₂电阻的变化为:

$$\Delta R_1 = 0$$

$$\Delta R_B = R_B K \epsilon_x = (n - 1) t J_r K \epsilon_x$$

每个电阻片的电阻变化率为:

片₁:

$$\frac{\Delta R_1}{R} = \frac{nI J_1 K \epsilon_x}{nI J_1 + (n - 1) t J_r}$$

片₂:

$$\frac{\Delta R_B}{R} = \frac{(n - 1) t J_r K \epsilon_x}{nI J_1 + (n - 1) t J_r}$$

所以根据 (1-9) 式可得:

$$H = \frac{\Delta R_B}{R} / \frac{\Delta R_1}{R} = \frac{(n - 1) t J_r K \epsilon_x}{nI J_1 K \epsilon_x} = \frac{B}{nl} \frac{J_r}{J_1} \tag{1-10}$$

从 (1-10) 式可以看出, 对短接式片, 减小横向灵敏度的有效方法是使 $B \ll nl$, $J_r \ll J_1$ 。也就是尽量选用短接线比较粗和丝栅比较窄长的电阻片。

(2) 箔式片 各工厂生产的箔式片的结构形式和几何尺寸区别很大, 一般箔式片的几何形状如图 1-5 所示。几何尺寸的不同直接影响 H 值的大小。

电阻片的总电阻

$$R = \rho \left[n \frac{l_1}{a_1 \delta} + (n - 1) \frac{l_2}{a_2 \delta} \right] \tag{1-11}$$

式中 ρ ——电阻率;
 δ ——敏感栅的厚度。

将 (1-11) 式取对数微分得

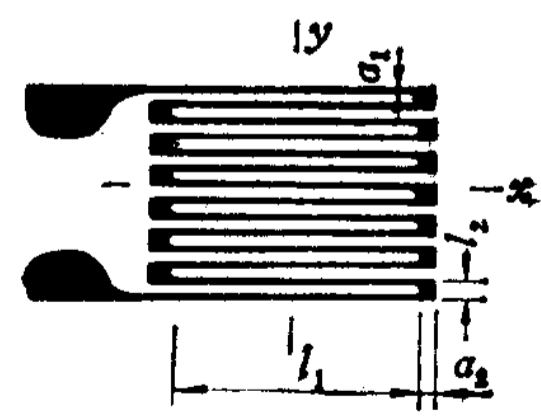


图1-5 箔式片的几何形状

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} - \frac{\partial\delta}{\delta} + \frac{1}{n \frac{l_1}{a_1} + (n-1) \frac{l_2}{a_2}} \left[n \frac{dl_1}{a_1} - n \frac{l_1 da_1}{a_1^2} + (n-1) \frac{dl_2}{a_2} - (n-1) \frac{l_2 da_2}{a_2^2} \right] \quad (1-12)$$

当 $\varepsilon_y = 0$ 时

片₁: $dl_1 = \varepsilon_x l_1, da_1 = 0, dl_2 = 0, d\delta = -\mu \varepsilon_x \delta, da_2 = \varepsilon_x a_2$

代入 (1-12) 式得:

$$\begin{aligned} \frac{dR_1}{R} &= \frac{d\rho}{\rho} + \mu \varepsilon_x + \frac{1}{n \frac{l_1}{a_1} + (n-1) \frac{l_2}{a_2}} \left[n \frac{l_1}{a_1} \varepsilon_x - (n-1) \frac{l_2 a_2}{a_2^2} \varepsilon_x \right] \\ &= \frac{d\rho}{\rho} + \varepsilon_x \left\{ \mu + \frac{1}{n \frac{l_1}{a_1} + (n-1) \frac{l_2}{a_2}} \left[n \frac{l_1}{a_1} - (n-1) \frac{l_2}{a_2} \right] \right\} \end{aligned}$$

所以片₁的视应变变量 ε_1 为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{K} \frac{\Delta R_1}{R} = \frac{1}{K} \left\{ \frac{d\rho}{\rho} + \varepsilon_x \left\{ \mu \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{n \frac{l_1}{a_1} + (n-1) \frac{l_2}{a_2}} \left[n \frac{l_1}{a_1} - (n-1) \frac{l_2}{a_2} \right] \right\} \right\} \quad (1-13) \end{aligned}$$

片₂: $dl_2 = \varepsilon_x l_2, da_1 = \varepsilon_x a_1, d\delta = -\mu \varepsilon_x \delta, da_2 = 0, dl_1 = 0$

代入 (1-12) 式得:

$$\begin{aligned} \frac{dR_2}{R} &= \frac{d\rho}{\rho} + \mu \varepsilon_x + \frac{1}{n \frac{l_1}{a_1} + (n-1) \frac{l_2}{a_2}} \left[-n \frac{l_1 a_1}{a_1^2} \varepsilon_x + (n-1) \frac{l_2}{a_2} \varepsilon_x \right] \\ &= \frac{d\rho}{\rho} + \varepsilon_x \left\{ \mu - \frac{1}{n \frac{l_1}{a_1} + (n-1) \frac{l_2}{a_2}} \left[n \frac{l_1}{a_1} - (n-1) \frac{l_2}{a_2} \right] \right\} \end{aligned}$$

所以片₂的视应变变量 ε_2 为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{1}{K} \frac{\Delta R_2}{R} = \frac{1}{K} \left\{ \frac{d\rho}{\rho} + \varepsilon_x \left\{ \mu - \frac{1}{n \frac{l_1}{a_1} + (n-1) \frac{l_2}{a_2}} \left[n \frac{l_1}{a_1} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (n-1) \frac{l_2}{a_2} \right] \right\} \right\} \quad (1-14) \end{aligned}$$

从 (1-13) 式可以看出, 因为 $\frac{l_1}{a_1} > \frac{l_2}{a_2}$, 所以当 ε_x 为正时 (即拉应变), ε_1 必为正。但从 (1-14) 式看出, ε_2 可为正, 也可以为负 (即压应变)。这主要取决于

$$\left\{ \frac{1}{n \frac{l_1}{a_1} + (n-1) \frac{l_2}{a_2}} \left[n \frac{l_1}{a_1} - (n-1) \frac{l_2}{a_2} \right] \right\} \text{项是否小于 } \mu, \frac{d\rho}{\rho} \text{ 是否小于 (1-14)}$$

式中的 ε_x ()。根据横向灵敏度的定义

$$H = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (1-15)$$

H 值的大小主要取决于 ε_2 的大小, 而 ε_2 值与几何尺寸有关。因此为了减小横向效应, 在制造箔式电阻片时, 正确设计几何尺寸可使其横向灵敏度很小, 甚至可以趋近于零。

(3) 圆角栅式电阻片 几何形状如图 1-6 所示。其横向灵敏度 H 的计算公式为

$$H = \frac{(n-1)\pi r}{2nl + (n-1)\pi r} \quad (1-16)$$

式中 r ——圆角栅的圆角半径。

3. 在任意应变场中横向效应的影响

试件变形使电阻片横向缩短 (或伸长) 所引起的电阻值的变化, 会影响电阻片主轴方向伸长 (或缩短) 所引起的电阻值的变化, 从而使所测得的应变值减小 (或增加), 这种现象称为横向效应。横向效应通过电阻片灵敏度的改变反映出来。

将短接式电阻片贴在一个任意平面应变场中 (见图 1-7)。 ε_l 是沿电阻片主轴线方向的应变, ε_r 是垂直于电阻片主轴线方向的应变。由于 ε_l 与 ε_r 引起的电阻变化为

$$\Delta R_l = RK_s \varepsilon_l = nlJ_l K_s \varepsilon_l$$

$$\Delta R_r = (n-1)tJ_r K_s \varepsilon_r$$

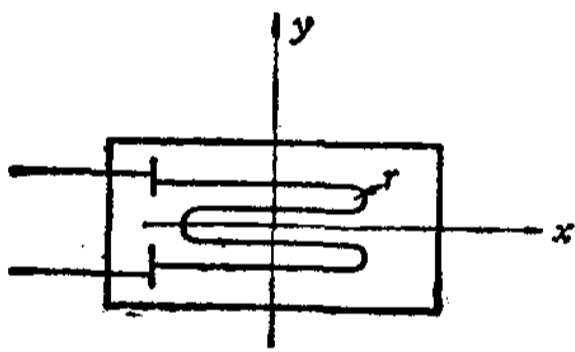


图1-6 圆角栅式电阻片的几何形状

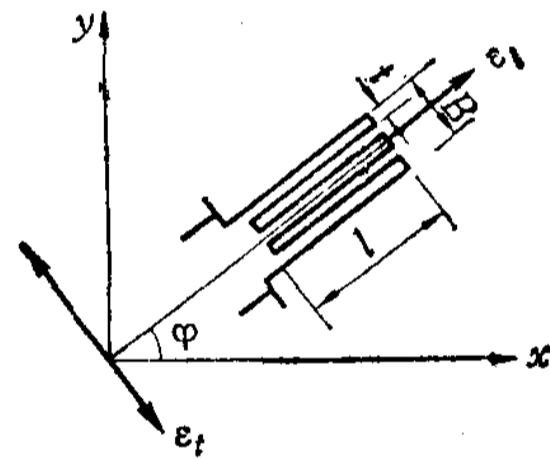


图1-7 短接式片粘贴在任意平面应变场中

电阻片的总电阻为:

$$R = nlJ_l + (n-1)tJ_r$$

由于 ε_l 及 ε_r 引起的电阻变化率为:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{nlJ_l}{nlJ_l + (n-1)tJ_r} K_s \varepsilon_l + \frac{(n-1)tJ_r}{nlJ_l + (n-1)tJ_r} K_s \varepsilon_r$$

设

$$K_l = \frac{nlJ_l}{nlJ_l + (n-1)tJ_r} K_s \quad (1-17a)$$

$$K_r = \frac{(n-1)tJ_r}{nlJ_l + (n-1)tJ_r} K_s \quad (1-17b)$$

则

$$\frac{\Delta R}{R} = K_l \varepsilon_l + K_r \varepsilon_r \quad (1-18)$$

综上所述可得出:

- (1) 贴在二维应变场中的电阻片的电阻变化率是由 ε_l 及 ε_r 共同作用的结果。
- (2) 电阻变化率分别与 ε_l 及 ε_r 成线性关系, 并且彼此可以叠加。
- (3) 系数 K_l 及 K_r 仅与几何尺寸和结构形式有关, 与应变大小无关。
- (4) K_r 与 K_l 的比值等于横向灵敏度 H , 即

$$\frac{K_r}{K_l} = \frac{B J_r}{n l J_l} = H$$

代入 (1-18) 式得:

$$\frac{\Delta R}{R} = K_l \left(\varepsilon_l + \frac{K_r}{K_l} \varepsilon_r \right) = K_l (\varepsilon_l + H \varepsilon_r) \quad (1-19)$$

- (5) K_l 与 K_r 之和等于 K_s 。将 (1-17a) 式与 (1-17b) 式相加可得

$$K_l + K_r = \frac{[n l J_l + (n-1) t J_r] K_s}{n l J_l + (n-1) t J_r} = K_s$$

则

$$K_s = K_l \left(1 + \frac{K_r}{K_l} \right) = K_l (1 + H)$$

所以

$$K_l = \frac{K_s}{(1 + H)}$$

代入 (1-19) 式得:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{K_s}{(1 + H)} (\varepsilon_l + H \varepsilon_r) \quad (1-20)$$

该式表示在考虑横向效应的影响下, 电阻片处于任意平面应变场内, 其电阻变化率与应变的关系。其它型式电阻片的推导结果与 (1-20) 式相同。

如果在单向拉伸的情况下, 电阻片主轴线沿主应力方向, $\varepsilon_l = \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$ 。而 $\sigma_y = 0$,

则 $\varepsilon_r = \varepsilon_y = -\mu \varepsilon_x$ 。将以上各关系式代入 (1-20) 式可得:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{K_s}{1 + H} (\varepsilon_x + H \varepsilon_y) = \frac{K_s}{1 + H} (\varepsilon_x - H \mu \varepsilon_x) = \frac{(1 - H \mu)}{(1 + H)} K_s \varepsilon_x$$

令

$$K = \frac{(1 - H \mu)}{(1 + H)} K_s$$

则

$$\frac{\Delta R}{R} = K \varepsilon_x$$

式中 K 值就是一般工厂出厂时标注的电阻片的灵敏系数。请注意 K 值与 μ 及 H 两个系数有关, 所以在使用工厂标注的 K 值时, 要考虑到 $\varepsilon_y/\varepsilon_x$ 值是否等于钢梁的泊松系数 μ , 如不相等, 就不能沿用厂标 K 值, 而需要修正, 否则就会引起误差。

当根据厂标 K 值进行测量电阻片主轴线方向的应变时, 它的视应变变量 ε' 为:

$$\varepsilon' = \frac{1}{K} \frac{\Delta R}{R} \quad (1-21)$$

由于

$$K = \frac{(1 - H \mu)}{1 + H} K_s$$

而且

$$K_s = K_l (1 + H)$$

所以

$$K = (1 - H \mu) K_l \quad (1-22)$$

将 (1-19) 式和 (1-22) 式代入 (1-21) 式得:

$$e' = \frac{1}{(1-H\mu)K_l} K_l(\varepsilon_l + H\varepsilon_t)$$

$$e' = \frac{(\varepsilon_l + H\varepsilon_t)}{(1-H\mu)} \quad (1-23)$$

实际沿电阻片主轴线方向的应变为 ε_l , 因此不加修正直接沿用厂标 K 值, 所产生的相对误差为:

$$\delta = \frac{\varepsilon_l - e'}{\varepsilon_l} = \frac{\varepsilon_l - \frac{(\varepsilon_l + H\varepsilon_t)}{(1-H\mu)}}{\varepsilon_l} = \frac{-H}{(1-H\mu)} \left(\mu + \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \right) \quad (1-24)$$

从 (1-24) 式可以看出:

(1) 当 $\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} = -\mu$ 时, 则 $\delta = 0$ 。也就是说测量试件的应变场情况与工厂标定 K 值时采用的梁的应变场是一样的, 因此就可直接沿用厂标 K 值。如果应变场不同就会引起误差。

(2) 误差大小取决于两个因素, 一个是横向灵敏度的大小, 另一个是 $\varepsilon_t/\varepsilon_l$ 与 μ 值的差值。

4. 电阻片组成各种型式应变花的横向效应的修正公式

应变花在二维应变场内测得的应变与真实的应变有一定的误差, 不同的应变花有不同的误差, 所以还必须给予修正。现举双向受拉为例, 若作用的是直角型应变花, 如图 1-8 所示。设 ε_x 、 ε_y 分别是试件在 x 、 y 方向上的真实应变。而在电阻应变仪上用厂标 K 值, 其视应变量为 ε'_x 、 ε'_y 。根据 (1-23) 式得:

片₁:

$$\varepsilon'_x = \frac{\varepsilon_x + H\varepsilon_y}{1 - \mu H} \quad (1-25)$$

片₂:

$$\varepsilon'_y = \frac{\varepsilon_y + H\varepsilon_x}{1 - \mu H} \quad (1-26)$$

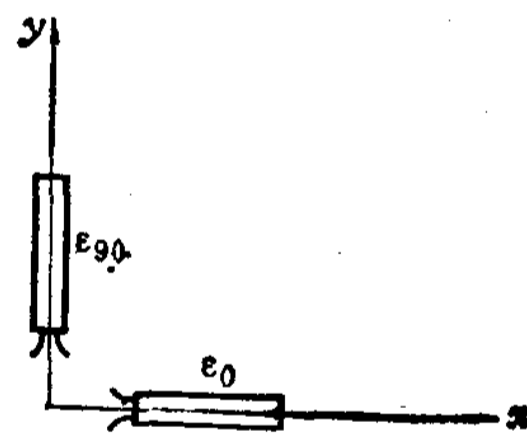


图1-8 直角型应变花

解 (1-25) 与 (1-26) 联立方程式得:

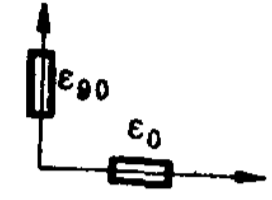
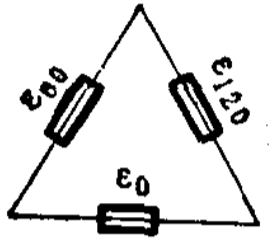
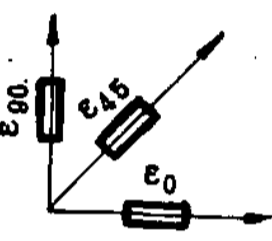
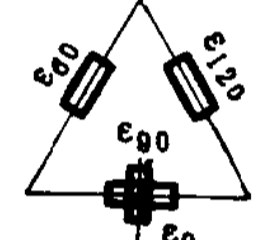
$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1 - \mu H}{1 - H^2} (\varepsilon'_x - H\varepsilon'_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1 - \mu H}{1 - H^2} (\varepsilon'_y - H\varepsilon'_x) \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

由于在一般情况下横向灵敏度 H 小于 0.05, 故 H^2 项很小, 可忽略不计, 因此 (1-27) 式可简写为:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= (1 - \mu H)(\varepsilon'_x - H\varepsilon'_y) \\ \varepsilon_y &= (1 - \mu H)(\varepsilon'_y - H\varepsilon'_x) \end{aligned} \right\} \quad (1-28)$$

在二维应变场内贴不同型式的应变花时, 消除横向效应的修正公式, 列于表 1-1。

表1-1 消除横向效应修正公式

应变花类型		修正公式
直角型 (T型)		$\varepsilon_0 = (1 - \mu H) (\varepsilon'_0 - H\varepsilon'_{90})$ $\varepsilon_{90} = (1 - \mu H) (\varepsilon'_{90} - H\varepsilon'_0)$
三角型		$\varepsilon_0 = (1 - \mu H) [\varepsilon'_0 - H(\varepsilon'_{60} + \varepsilon'_{120})]$ $\varepsilon_{60} = (1 - \mu H) [\varepsilon'_{60} - H(\varepsilon'_{120} + \varepsilon'_0)]$ $\varepsilon_{120} = (1 - \mu H) [\varepsilon'_{120} - H(\varepsilon'_0 + \varepsilon'_{60})]$
45°-直角型		$\varepsilon_{0,90} = (1 - \mu H) (\varepsilon'_{0,90} - H\varepsilon'_{90,0})$ $\varepsilon_{45} = (1 - \mu H) [(1 - H)\varepsilon'_{45} - H(\varepsilon'_0 + \varepsilon'_{90})]$
T-△型		$\varepsilon_{0,90} = (1 - \mu H) (\varepsilon'_{0,90} - H\varepsilon'_{90,0})$ $\varepsilon_{60,120} = (1 - \mu H) [(1 + H)\varepsilon'_{60,120} - H(\varepsilon'_0 + \varepsilon'_{90})]$

第二节 电阻片的分类

电阻片的种类繁多，分类方法也各有不同，一般分类方法有以下几种。

一、按敏感栅材料分类

1. 金属栅电阻片

(1) 金属丝电阻片 它是用电阻丝缠绕或焊接而成，其型式有圆角栅（见图 1-9a）、环绕栅（见图 1-9b）和短接式栅（见图 1-9c）三种。圆角栅易于制造，横向效应大。短接式栅横向效应小，但不适用于动应变测量。

(2) 金属箔电阻片（简称箔式片） 它是在合金箔的一面涂胶，形成胶基底，然后在箔面上用照像腐蚀成形法制成的。它的几何形状和尺寸非常精密，生产离散度小。根据测量的需要可以制作任意型式的应变花，而且可设计横向灵敏度最小的电阻片。由于敏感栅断面是平而薄的矩形截面，表面积大，可允许通过较大电流，从而可降低对电阻应变仪的要求，或提高电阻应变仪的灵敏度。由于纵横丝是整体的，在纵横丝交接处抗剪能力强，耐疲劳，其疲劳寿命最高可达 10 万~200 万次。箔式片厚度仅有 0.001~0.01 毫米，柔性较好，可贴在形状复杂的零件上。箔式片形状如图 1-10 所示。

箔式片应用十分广泛，已逐步代替丝式电阻片，我国已有许多工厂进行生产。其主要缺点是工艺复杂，制造难度较大。