

靜 力 學

習題及複習題詳解

B. 約翰斯頓 原著

曉園出版社
世界圖書出版公司

内 容 简 介

本书是B.约翰斯顿著《工程师用的向量力学》一书第5版《静力学》分册的习题详解

静力学习题及复习题详解

B. 约翰斯顿 原著

李广齐 高瞻远 译著

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京分公司重印

北京朝阳门内大街137号

新燕印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1992年11月第一版 开本:850×1168 1/32

1992年11月第一次印刷 印张:25.25

印数:0001—1550

ISBN:7-5062-1402-4/O·60

定价:23.20元(W9203/21)

世界图书出版公司通过中华版权代理公司向晓园出版社购得重印权
限国内发行。

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，晚園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。晚園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本學問進程上有更上層樓的成就。

靜力學問題詳解

(目 錄)

第二章	質點靜力學.....	1
第三章	剛體：等效力系.....	59
第四章	剛體平衡.....	133
第五章	分佈力：形心.....	221
第六章	結構分析.....	335
第七章	梁和纜索內之力.....	457
第八章	摩 擦.....	555
第九章	分佈力：慣性矩.....	641
第十章	虛功法.....	741

第二章 質點靜力學

2.1 和 2.2 試求圖中二力之合力大小及方向，利用(a)平行四邊形定則，(b)三角形定則。

解 (一) 平行四邊形法

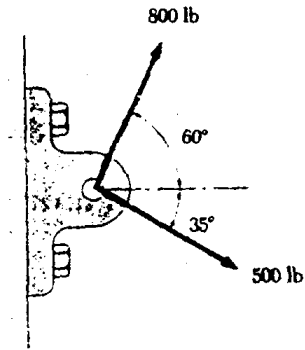
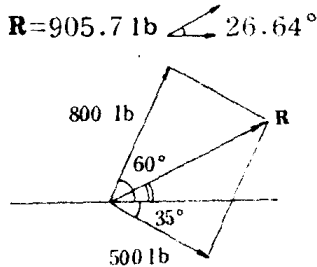


圖 P 2.1

(二) 三角形定則

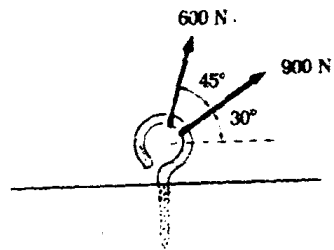
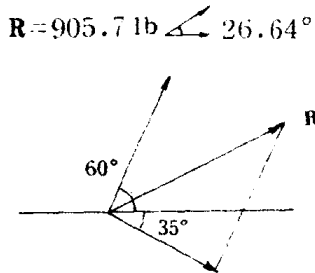
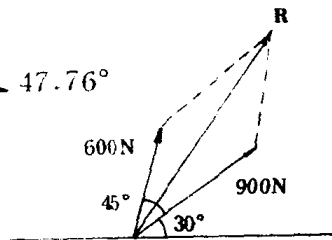


圖 P 2.2

解 (一) 平行四邊形定則

$R = 1390.6 \text{ N}$ $\angle$ 47.76°



(二) 三角形定則

$R = 1390.6 \text{ N}$ $\angle$ 47.76°

2 靜力學問題詳解

- 2.3 兩個結構件 B 和 C 綁接於托架 A 上，已知構件 B 承受拉力 $P = 10 \text{ kN}$ ，構件 C 承受拉力 $Q = 15 \text{ kN}$ 。試以作圖方式求出作用在托架上之合力大小及方向。

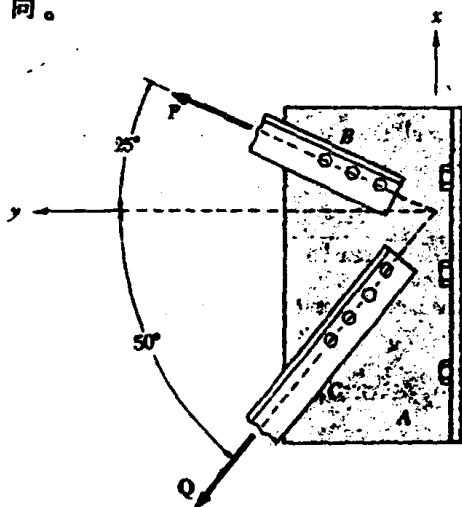
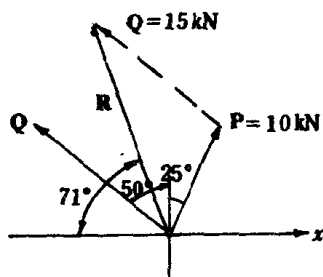


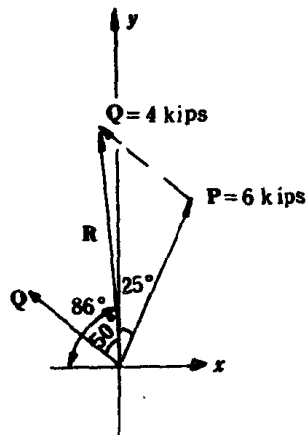
圖 P2.3 和 P2.4

解 由圖可知： $R = 20 \text{ kN}$ $\angle 109^\circ$



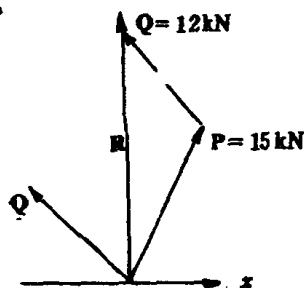
- 2.4 解 2.3，假設 $P = 6 \text{ kips}$ 及 $Q = 4 \text{ kips}$ 。

解 由圖可知： $R = 8 \text{ kips}$ $\angle 94^\circ$



2.5 解 2.3，假設 $P = 15 \text{ kN}$ 及 $Q = 12 \text{ kN}$ 。

圖 由圖可知： $R = 21.5 \text{ kN}$ $\angle 97^\circ$



2.6 大小為 300 lb 之力 F 欲分解成兩個分別沿直線 $a-a$ 及 $b-b$ 方向的分力。已知 F 沿直線 $a-a$ 方向的分力為 240 lb ，試以三角幾何學解法求出 α 角。

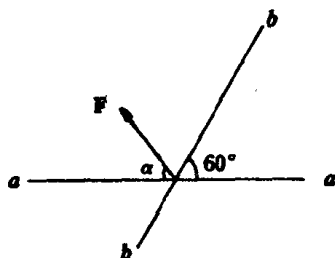


圖 P2.5 和圖 P2.6

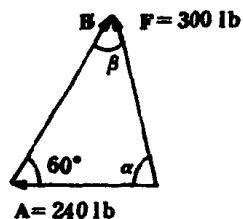
圖 正弦定律：
$$\frac{240}{\sin \beta} = \frac{300}{\sin 60^\circ}$$

$$\sin \beta = 0.6928$$

$$\Rightarrow \beta = 43.85^\circ$$

$$(\because 240 < 300 \therefore \beta < 60^\circ)$$

$$\Rightarrow \alpha = 180^\circ - 60^\circ - \beta = 76.15^\circ$$



2.7 大小力為 240 N 之力 F 欲分解成兩個分別沿線 $a-a$ 及 $b-b$ 方向的分力，已知 F 沿直線 $b-b$ 方向的分力為 90 N 。試以三角幾何學解法求出 α 角。

圖

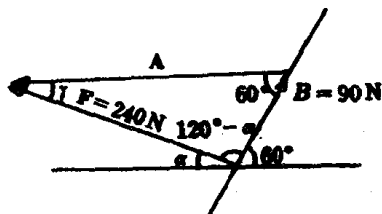


圖 P2.7

4 靜力學問題詳解

解 正弦定律：
$$\frac{90}{\sin \gamma} = \frac{240}{\sin 60^\circ}$$

$$\Rightarrow \sin \gamma = 0.325$$

$$\therefore 90 < 240 \quad \therefore \gamma < 60^\circ$$

$$\Rightarrow \gamma = 18.95^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 120^\circ - [180^\circ - 60^\circ - \gamma]$$

$$\therefore \alpha = 18.95^\circ$$

2.8 有一在水平樑上移動的滑輪車，受著兩拉力。

(a) 已知 $\alpha = 25^\circ$ ，以三角幾何學方法求出力 P 之大小，使得合力之方向為垂直。

(b) 求出合力量度大小。

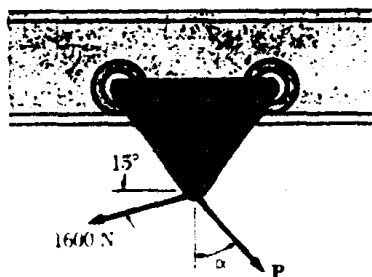


圖 P2.8 和圖 P2.13

解 (a) 若要合力之方向垂直，則由圖可知：

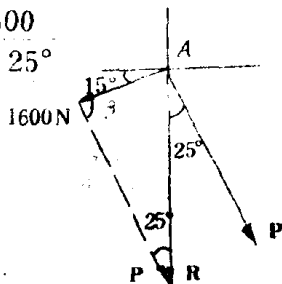
利用正弦定律：
$$\frac{P}{\sin (90^\circ - 15^\circ)} = \frac{1600}{\sin 25^\circ}$$

$$P = 3656.92 \text{ N}$$

(b) $\beta = 180^\circ - 75^\circ - 25^\circ = 80^\circ$

利用正弦定律：
$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{1600}{\sin 25^\circ}$$

$$R = 3728.41 \text{ N}$$



2.9 如圖示藉兩條繩索拖一部拋錨的汽車， AB 繩張力為 500 lb，角度 α 為 25° ，已知兩力之合力作用於 A ，方向為沿汽車軸向，試以三角學解法，求(a)繩索 AC 的張力，(b)兩作用於 A 之力的合力大小。

解 (a) 正弦定律：

$$\frac{C}{\sin 30^\circ} = \frac{500}{\sin 25^\circ}$$

$$\therefore C = 591.55$$

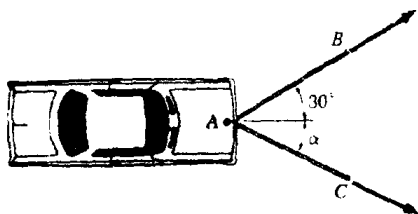


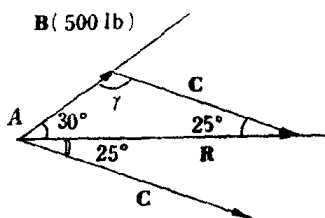
圖 P2.9 和 P2.12

$$(b) \gamma = 180^\circ - 25^\circ - 30^\circ = 125^\circ$$

正弦定律：

$$\frac{R}{\sin 125^\circ} = \frac{500}{\sin 25^\circ}$$

$$\therefore R = 969.14 \text{ lb}$$



2.10 解習題 2.9，假定繩索 AB 的張力為 4 kN 及 $\alpha = 20^\circ$

解 (a) 正弦定律：

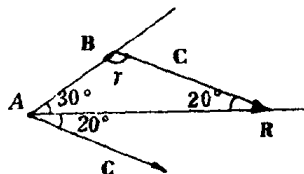
$$\frac{4}{\sin 20^\circ} = \frac{C}{\sin 30^\circ}$$

$$\therefore C = 5.85 \text{ kN}$$

$$(b) \gamma = 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ = 130^\circ$$

$$\frac{R}{\sin 130^\circ} = \frac{4}{\sin 20^\circ}$$

$$\therefore R = 8.96 \text{ kN}$$



2.11 解習題 2.8，假定 $\alpha = 35^\circ$

解 (a) 正弦定律：

$$\frac{P}{\sin (90^\circ - 15^\circ)} = \frac{1600}{\sin (35^\circ)}$$

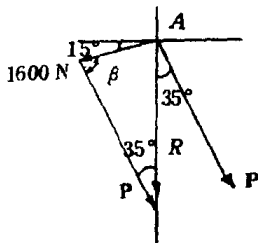
$$P = 2694.5 \text{ N}$$

$$(b) \beta = 180^\circ - 75^\circ - 35^\circ = 70^\circ$$

正弦定律：

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{1600}{\sin 35^\circ}$$

$$R = 2621.3 \text{ N}$$



2.12 如圖示，以兩條繩索拖一部拋錨的汽車，已知 AB 繩索承受 750 lb 張

6 靜力學問題詳解

力，試利用三角學解法求出繩索AC之張力及 α 值，使作用於A點的合力成爲1200 lb，方向爲沿汽車軸向。

解 餘弦定理：

$$\begin{aligned} c^2 &= b^2 + r^2 - 2br \cos 30^\circ \\ &= 750^2 + 1200^2 - 2 \cdot 750 \cdot 1200 \cdot \cos 30^\circ \\ &= 443654.27 \end{aligned}$$

$$\therefore c = 666 \text{ lb}$$

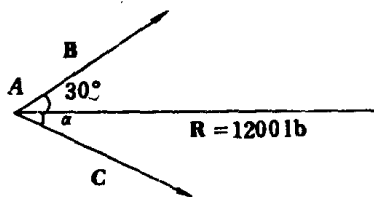
正弦定理：

$$\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin 30^\circ}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin \alpha &= \frac{750 \times \sin 30^\circ}{666} \\ &= 0.563 \end{aligned}$$

$$c < r \Rightarrow \alpha < 90^\circ$$

$$\therefore \alpha = \sin^{-1} 0.563 = 34.26^\circ$$



- 2.13 如圖示，利用三角幾何學方法求出力P之方向及大小使得其合力爲2500 N之垂直力。

解 $R = 2500 \text{ N}$

如圖示：利用餘弦定律：

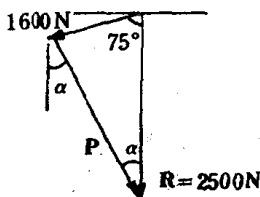
$$P^2 = 1600^2 + R^2 - 2R(1600) \cos 75^\circ$$

$$P = 2596.05$$

正弦定律：

$$\therefore \frac{1600}{\sin \alpha} = \frac{P}{\sin 75^\circ}$$

$$\therefore \alpha = 36.54^\circ$$



- 2.14 以三角幾何學方法解習題 2.2。

解 正弦定律：

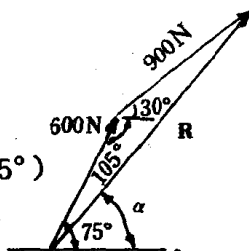
$$\begin{aligned} \frac{R}{\sin 135^\circ} &= \frac{900}{\sin (75^\circ - \alpha)} \\ &= \frac{600}{\sin (180^\circ - 135^\circ - 75^\circ + \alpha)} \end{aligned}$$

餘弦定律：

$$R^2 = 600^2 + 900^2 - 2(600)(900) \cos (135^\circ)$$

$$R = 1390.6 \text{ N}$$

$$\therefore \frac{R}{\sin 135^\circ} = \frac{900}{\sin (75^\circ - \alpha)}$$



$$\Rightarrow \alpha = 47.76^\circ$$

2.15 試以三角學解法求出圖示之二力的合力大小及方向。

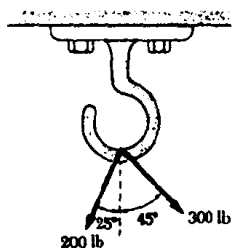


圖 P 2.15

解 $\beta = 45^\circ + (90^\circ - 25^\circ)$
 $= 110^\circ$

餘弦定理：

$$\begin{aligned} r^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta \\ &= 300^2 + 200^2 - 2 \times 300 \times 200 \cos 110^\circ \\ &= 171042 \end{aligned}$$

$$\therefore r = 413.57 \text{ lb}$$

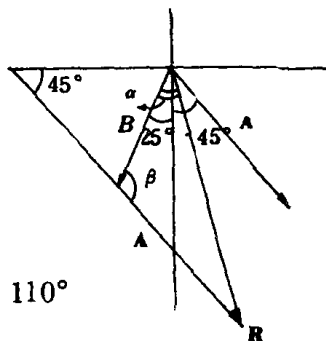
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{300}{413.57} \sin 110^\circ = 0.6816$$

$$a < r \Rightarrow \alpha < 90^\circ$$

$$\therefore \alpha = 42.97^\circ,$$

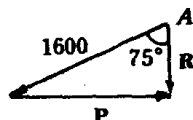
$$R = 413.57 \text{ lb} \quad 72.03^\circ$$



2.16 若作用於習題 2.8 的滑輪車之兩力的合力為垂直力，試求(a) P 為最小的 α 值，(b) 所對應之 P 力最小。

解 (a) 當 $\alpha = 90^\circ$ 時，由右圖知合力在垂直方向且 P 為最小

$$\begin{aligned} \text{(b)} P &= 1600 \sin 75^\circ \\ &= 1545.5 \text{ N} \end{aligned}$$



2.17 至 2.20 試求圖中每一力之 x 和 y 分量。

2.17

8 靜力學問題詳解

$$\begin{aligned} F_x (150 \text{ lb}) &= 150 \cos (40^\circ + 180^\circ) \\ &= -114.91 \text{ lb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y (150 \text{ lb}) &= 150 \sin (40^\circ + 180^\circ) \\ &= -96.42 \text{ lb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_x (120 \text{ lb}) &= 120 \cos (-75^\circ) \\ &= 31.06 \text{ lb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y (120 \text{ lb}) &= 120 \sin (-75^\circ) \\ &= -115.91 \text{ lb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_x (80 \text{ lb}) &= 80 \cos (-30^\circ) \\ &= 69.28 \text{ lb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y (80 \text{ lb}) &= 80 \sin (-30^\circ) \\ &= -40 \text{ lb} \end{aligned}$$

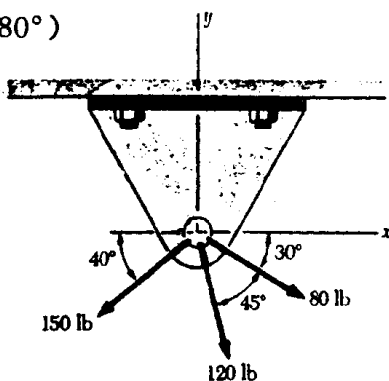


圖 P2.17

2.18

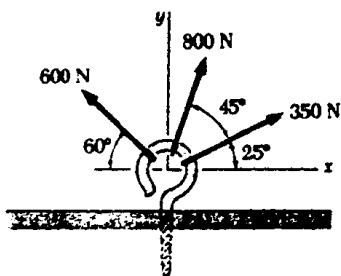


圖 P2.18

$$F_{x(350)} = 350 \cos 25^\circ = 317.2 \text{ N}$$

$$F_{y(350)} = 350 \sin 25^\circ = 147.92 \text{ N}$$

$$F_{x(800)} = 800 \cos (45^\circ + 25^\circ) = 273.61 \text{ N}$$

$$F_{y(800)} = 800 \sin (45^\circ + 25^\circ) = 751.75 \text{ N}$$

$$F_{x(600)} = 600 \cos (180^\circ - 60^\circ) = -300 \text{ N}$$

$$F_{y(600)} = 600 \sin (180^\circ - 60^\circ) = 519.62 \text{ N}$$

2.19

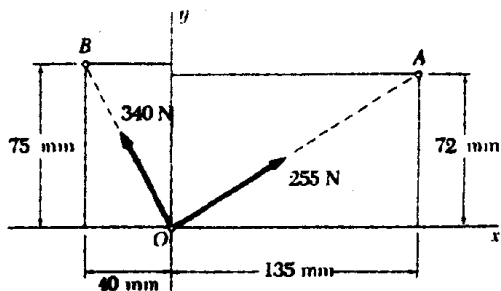


圖 P2.19

$$\text{解} \quad F_x(255) = 255 \frac{135}{\sqrt{135^2 + 72^2}} = 225 \text{ N}$$

$$F_y(255) = 255 \frac{72}{\sqrt{135^2 + 72^2}} = 120 \text{ N}$$

$$F_x(340) = -340 \frac{40}{\sqrt{40^2 + 75^2}} = -160 \text{ N}$$

$$F_y(340) = 340 \frac{75}{\sqrt{40^2 + 75^2}} = 300 \text{ N}$$

2.20

$$\text{解} \quad F_x(145) = 145 \frac{20}{\sqrt{20^2 + 21^2}} \\ = 100 \text{ lb}$$

$$F_y(145) = 145 \frac{21}{\sqrt{20^2 + 21^2}} \\ = 105 \text{ lb}$$

$$F_x(200) = 200 \frac{24}{\sqrt{24^2 + 7^2}} \\ = 192 \text{ lb}$$

$$F_y(200) = -200 \frac{7}{\sqrt{24^2 + 7^2}} \\ = -56 \text{ lb}$$

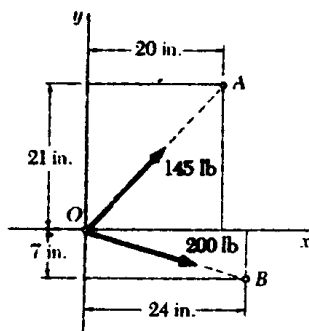


圖 P2.20

2.21 纜索 AC 於樑 AB 上施一力 P 沿 AC 方向。已知力 P 之垂直分力為 350 lb。求

(a) 力 P 之大小。

(b) 其水平分力。

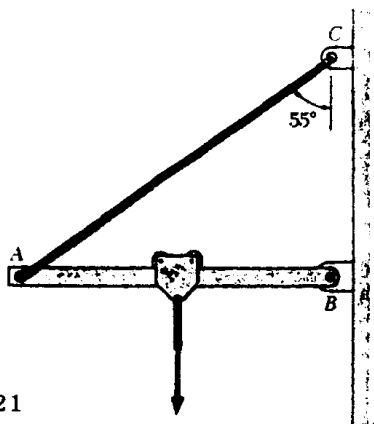


圖 P2.21

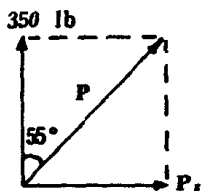
10 靜力學問題詳解

■ (a) $P \cos 55^\circ = 350$

$P = 610.21 \text{ lb}$

(b) $P_x = P \sin 55^\circ$

$\approx 500 \text{ lb}$



2.22 水壓缸 BD 施力 P 於構件 ABC ，力 P 之方向為 BD 線上。已知 P 必要有 750 N 之分力垂直於構件 ABC 。求

(a) 力 P 之大小。

(b) 其平行於構件 ABC 之分力。

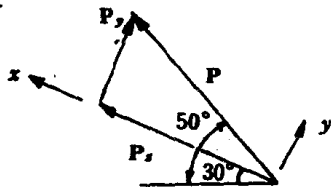
■ (a) $\because P_x = 750 \text{ N}$

$\therefore P \sin (50^\circ - 30^\circ) = P_x$
 $= 750 \text{ N}$

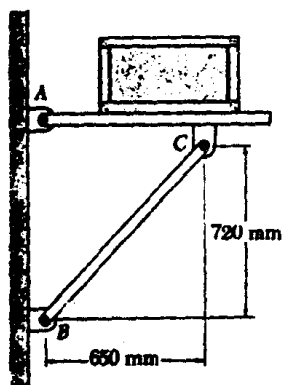
$P = 2192.85 \text{ N}$

(b) $P_x = P \cos (50^\circ - 30^\circ)$

$= 2060.61 \text{ N}$



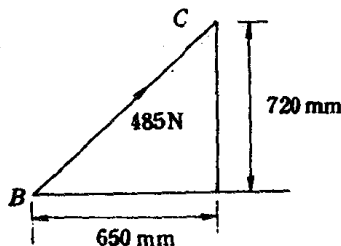
2.23 壓力元件 BC 作用於插銷 C 上的力為 485 N ，方向為沿直線 BC 方向，試求此力的水平和垂直分力。



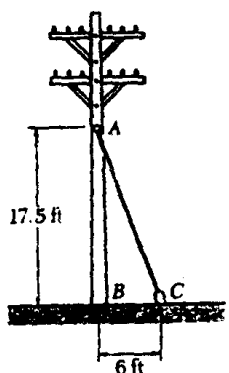
■ P 2.23

■ $F_x = -485 \frac{650}{\sqrt{650^2 + 720^2}}$
 $= -325 \text{ N}$

$F_y = -485 \frac{720}{\sqrt{650^2 + 720^2}}$
 $= -360 \text{ N}$

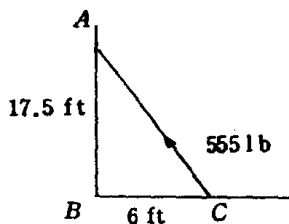


- 2.24 電話線桿張索上的張力為 555 lb，試決定此力作用於地錨 C 上的水平分力和垂直分力。



■ P 2.24

$$\begin{aligned}
 F_x &= -555 \frac{6}{\sqrt{6^2 + 17.5^2}} \\
 &= -180 \text{ lb} \\
 &= 555 \frac{17.5}{\sqrt{6^2 + 17.5^2}} \\
 &= 525 \text{ lb}
 \end{aligned}$$



- 2.25 利用 x 和 y 分量，求解習題 2.1。

$$\begin{aligned}
 R_x &= \Sigma F_x = 800 \cos 60^\circ + 500 \cos (-35^\circ) \\
 R_x &= 809.58 \text{ lb} \\
 R_y &= \Sigma F_y = 800 \sin 60^\circ + 500 \sin (-35^\circ) \\
 R_y &= 406.03 \text{ lb} \\
 |R| &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 905.69 \text{ lb} \\
 \theta &= \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} \frac{406.03}{809.58} = 26.635^\circ
 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 905.69 \text{ lb} \angle 26.635^\circ$$

- 2.26 利用 x 及 y 分量，求解習題 2.2。

$$\begin{aligned}
 R_x &= \Sigma F_x = 600 \cos (45^\circ + 30^\circ) + 900 \cos (30^\circ) \\
 R_x &= 934.71 \text{ N} \\
 R_y &= \Sigma F_y = 600 \sin (45^\circ + 30^\circ) + 900 \sin (30^\circ) \\
 R_y &= 1029.56 \text{ N} \\
 \therefore |R| &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 1390.57
 \end{aligned}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} \frac{1029.56}{934.71} = 47.76^\circ$$

$$\therefore R = 1390.57 \angle 47.76^\circ \text{ N}$$

2.21 試求習題 2.18 中三力之合力。

解 由 2.18

$$R_x = \Sigma F_x = 317.2 + 273.61 - 300 = 290.81 \text{ N}$$

$$R_y = \Sigma F_y = 147.92 + 751.75 + 519.62 = 1419.29 \text{ N}$$

$$|R| = \sqrt{290.81^2 + 1419.29^2} = 1448.75 \text{ N}$$

在第一象限

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1419.29}{290.81} = 78.42^\circ$$

$$\therefore R = 1448.75 \text{ N } \angle 78.42^\circ$$

2.22 試求習題 2.17 中三力之合力。

解 由 2.17

$$R_x = \Sigma F_x = -114.91 + 31.06 + 69.28 = -14.57 \text{ lb}$$

$$R_y = \Sigma F_y = -96.42 - 115.91 - 40 = -252.33 \text{ lb}$$

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 252.75 \text{ lb}$$

在第三象限

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} \frac{-252.33}{-14.57} = 266.7^\circ = -93.3^\circ$$

$$\therefore R = 252.75 \angle -93.3^\circ$$

2.23 試求習題 2.19 中二力之合力。

$$\text{解 } R_x = \Sigma F_x = 225 + (-160) = 65 \text{ N}$$

$$R_y = \Sigma F_y = 120 + 300 = 420 \text{ N}$$

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 425 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} \frac{420}{65} = 81.2^\circ$$

$$\therefore R = 425 \angle 81.2^\circ \text{ N}$$

2.30 試求習題 2.20 中二力之合力。

$$\text{解 } R_x = \Sigma F_x = 100 + 192 = 292 \text{ N}$$

$$R_y = \Sigma F_y = 105 + (-56) = 49 \text{ N}$$

$$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 296.08 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{49}{292} = 9.53^\circ$$

$$\therefore R = 296.08 \angle 9.53^\circ \text{ N}$$

- 2.31 兩條已知其張力的纜索連接於鐵塔頂端，第三條纜索 AC 則當作張索，已知由三條纜索產生之三個作用於 A 點上的力，其合力必然是鉛直的，試求 AC 之張力。

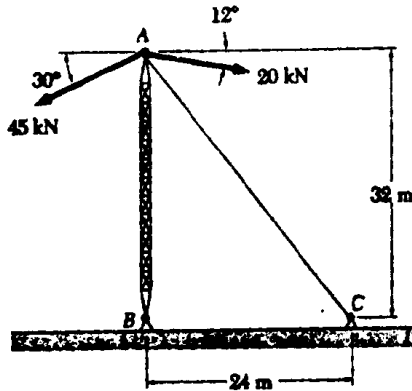


圖 P2.31

解 令 AC 上之張力為 F 。

$$R_x = \sum F_x = 20 \cos 12^\circ - 45 \cos 30^\circ + F_{Ax} \\ = F_{Ax} - 19.41$$

按題意知

$$R_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = 19.41 \text{ kN}$$

$$F_{Ax} = F \cdot \frac{24}{\sqrt{24^2 + 32^2}}$$

$$\therefore F = 32.35 \text{ kN}$$

- 2.32 一懸吊的高架吊運車承受三個力，如圖示，已知 $\alpha = 40^\circ$ 。求
(a) P 之大小使得三力之合力是垂直的。
(b) 合力之大小。

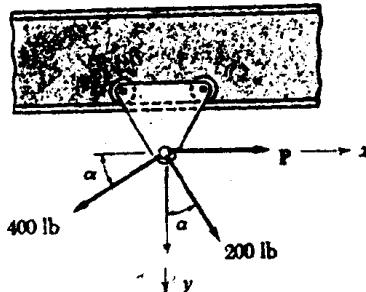


圖 P2.32 和 P2.33