

数字电子技术基础 解题指南

唐 竞 新

清华大学出版社

369018

数字电子技术基础解题指南

唐 竞 新



清华大学出版社

内 容 简 介

本书配合国内现有的各种数字电子技术基础教材,围绕数字电路的基本理论、基本分析方法和设计方法,编写了 610 道习题(其中包括 136 道例题)。全书分为数字系统基础,门电路,组合逻辑电路,触发器,时序逻辑电路,脉冲、整形和定时电路,大规模集成电路,A/D、D/A 转换电路八章。各章的主要内容都通过例题的形式进行阐述,每个重要内容同时配有相当数量的习题,并且附有答案。

本书可作为高等学校电气、电子类和其他专业学生的辅导教材,也可作为教师的教学参考书,还可供有关工程技术人员自学和参考。

JS28/53

(京)新登字 158 号



数字电子技术基础解题指南

唐 竞 新

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

昌平环球印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本: 787×1092 1/16 印张: 22.75 字数: 537 千字

1993 年 6 月第 1 版 1993 年 6 月第 1 次印刷

印数: 0001—6000

ISBN 7-302-01164-8/TN·35

定价: 11.90 元

序

学习电子技术,做习题是一个不可缺少的教学环节,因为它能起到巩固概念、启发思考、加深理解、融会贯通的作用。经常有同学反映,上课能听懂,而遇到习题却往往不会做;尤其是自学者,在缺乏辅导的条件下,不知道如何下手,即使做了习题之后,也不知道答案是否正确,这就说明做习题需要一定的引导。作者新编的这本《数字电子技术基础解题指南》适应了当前数字电子技术的发展形势及教学要求,具有以下几方面的特点:

1. 内容密切结合国家教委颁布的电子技术基础数字部分的课程教学基本要求,力求做到配合国内一些通用教材的体系,从而使读者在学习这些教材后,能在书中有关的例题指引下,找到解题的途径。

2. 内容密切联系实际。在 136 道例题中,大量内容属于数字电路的应用、设计以及实际集成电路的分析,如卡诺图、门电路、数据选择器、译码器的应用, N 进制计数器、步进电机脉冲分配器的设计,用 ROM 设计组合电路,各种触发器功能分析等,都是切合实际需要的。此外,许多题目都是结合国内常用的中、大规模集成电路来举例,因此这些例题和习题一方面可以作为对通用教材内容的补充,另一方面也有助于提高读者处理实际数字电路问题的能力。

3. 作者重视教学法,在书中不仅阐述了解题的过程,而且突出了解题的思路。在题目的安排上,注意由浅入深,在内容的叙述上,着重启发引导,文笔流利,便于自学。

本人和本书作者在同一个教研组共事多年,深信以他的丰富的教学与科研经验所写出的教材,必将受到广大读者的欢迎。

童诗白

1992 年 4 月于清华大学

前 言

根据 1987 年国家教委颁发的《高等工业学校电子技术基础课程教学的基本要求》，作者在编写《数字电子技术基础例题与习题》(1987 年清华大学出版社出版)的基础上，又新编写了《数字电子技术基础解题指南》。

本书是多年教学实践的总结，以例题的形式系统论述了数字电路的基本理论以及电路的分析与设计方法，在例题与习题的选材上注重先进性与实用性。全书共分八章，主要包括门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、A/D、D/A 转换电路、定时电路等。书中精心选择例题 136 道，各例题在详细介绍解题步骤的同时，注意讲述解题的思路、方法和技巧。在保证教学基本要求的前提下，为了满足不同层次、不同水平读者的需要，适当增加了部分内容的深度和难度，同时扩充了部分内容。各章配有相当数量的习题，全书共编习题 474 道，并附有答案(某些答案省略处，请读者自行解答)。例题和习题在内容的编排上由浅入深，逐步增加难度。

本书淘汰了大量陈旧的分立元件电路，而代之以大中小规模的集成电路。书中重点介绍了 TTL、CMOS 及 ECL、I²L、HTL 等电路，MSI、LSI 也占有一定的比例，所介绍的各种集成电路均可直接用于实际工作中。书中某些内容还从理论上作了较为深入的探讨，因而无论从学术的角度，还是从实用的角度看，本书都是有一定参考价值的。

本书的编写得到了童诗白教授的悉心指导和帮助，还得到了教研组许道荣、闫石、胡东成教授和其他教师的大力支持，编者在此向他们致以最诚挚的谢意。

限于编者的水平，书中难免有错误和不妥之处，恳请读者批评指正。

编 者

1992.4 于清华大学

目 录

第一章 数字系统基础	1
一、例题(16)	1
例 1.1 公式法化简函数为最简与或式	1
例 1.2 反演规则求反函数 $\bar{F}$	1
例 1.3 对偶规则求对偶式 F'	2
例 1.4 展开定理化简函数	3
例 1.5 卡诺图化简函数为最简与或式	4
例 1.6 具有约束条件的逻辑函数的卡诺图化简法	5
例 1.7 化简函数为最简与或非式	6
例 1.8 逻辑函数最小项之和 $\sum m$ 和最大项之积 $\prod M$ 的表示法	7
例 1.9 化简函数为最简或与式	8
例 1.10 用对偶规则化简函数为最简或与式	9
例 1.11 五变量函数的卡诺图化简法	10
例 1.12 卡诺图应用举例	11
例 1.13 输入仅有原变量的函数卡诺图化简	17
例 1.14 输入仅有反变量的函数卡诺图化简	18
例 1.15 用或非门实现输入仅为原(反)变量的函数	20
例 1.16 多输出函数的卡诺图化简	22
二、习题(45)	23
三、答案	33
第二章 门电路	39
一、例题(22)	39
例 2.1 二极管门电路电压测量	39
例 2.2 反相器电路截止、饱和分析计算	39
例 2.3 DTL 门电路计算、电压测量	41
例 2.4 具有放大环节的 DTL 电路计算	42
例 2.5 TTL 1000 系列电路原理分析、计算	44
例 2.6 CT 1000~4000 系列电路比较, 阈值电压 V_T 、 输入短路电流 I_{IS} 估算	46
例 2.7 CT 2000 系列电路电压测量和估算	48
例 2.8 CT 3000 系列电路输入特性讨论	49

例 2.9	CT 3000 系列电路输出特性讨论	51
例 2.10	CT 3000 系列电路扇出系数 N_o 估算	52
例 2.11	CT 4000 系列电路输入、输出特性讨论	53
例 2.12	TTL 门电路逻辑关系分析	55
例 2.13	TTL TS 电路电压测量和波形画法	58
例 2.14	CMOS 门电路逻辑关系分析	60
例 2.15	CC 4000 系列电路外特性讨论	62
例 2.16	TTL, CMOS 门电路综合题讨论	64
例 2.17	TTL, CMOS 门电路分析判断题	65
例 2.18	TTL, CMOS 门驱动能力分析	67
例 2.19	HTL 电路计算, 带载能力讨论	69
例 2.20	ECL 电路计算, 逻辑关系分析	71
例 2.21	IIL 电路逻辑关系分析	72
例 2.22	门电路综合应用题	73
二、习题(65)		76
三、答案		98

第三章 组合逻辑电路..... 107

一、例题(20)		107
例 3.1	组合电路功能分析, 写表达式	107
例 3.2	讨论输出函数相等时输入变量的组合	108
例 3.3	用隔级正负逻辑符号变换法分析组合逻辑电路	108
例 3.4	组合电路用其他逻辑门实现	110
例 3.5	多数表决电路设计	111
例 3.6	逻辑运算、算术运算电路设计	111
例 3.7	码制变换电路的设计	113
例 3.8	乘法电路设计	114
例 3.9	8-3 线优先编码器 CT1148 应用	115
例 3.10	3-8 线译码器 CT4138 应用	116
例 3.11	3-8 线译码器 CT4138 口地址确定	117
例 3.12	译码显示电路的设计	118
例 3.13	4 选 1 数据选择器 CT4253 应用	120
例 3.14	8 选 1 数据选择器 CT4151 应用	121
例 3.15	一位全加器 CT4183 应用	122
例 3.16	四位超前进位全加器 CT4183 应用	123
例 3.17	四位数值比较器 CC14585 逻辑电路的读图练习	125
例 3.18	竞争-冒险分析, 用冗余项消除冒险	127
例 3.19	竞争-冒险分析, 用滤波电容消除冒险	127

例 3.20 组合电路综合应用题	129
二、习题(60)	132
三、答案	145
第四章 触发器	153
一、例题(18)	153
例 4.1 基本 R-SFF 原理分析	153
例 4.2 同步 R-SFF 应用	154
例 4.3 主从 R-SFF 波形画法	155
例 4.4 主从 J-KFF 功能分析和波形画法	156
例 4.5 边沿 J-KFF 波形画法	158
例 4.6 维持-阻塞 DFF 波形画法	159
例 4.7 CMOS 主从 DFF 波形画法	160
例 4.8 CMOS 主从 J-KFF 波形画法	161
例 4.9 三态输出触发器波形画法	162
例 4.10 有使能控制端触发器波形画法	163
例 4.11 有极性选择端触发器波形画法	164
例 4.12 三态 R-S 锁存触发器功能分析	164
例 4.13 触发器功能描述方法	165
例 4.14 触发器的转换和设计	166
例 4.15 单个触发器画输出波形	167
例 4.16 入端有组合电路的触发器波形画法	168
例 4.17 两个或多个触发器波形画法	169
例 4.18 触发器应用电路	170
二、习题(63)	171
三、答案	186
第五章 时序逻辑电路	196
一、例题(30)	196
例 5.1 异步二进制计数器功能分析	196
例 5.2 同步二进制计数器功能分析	197
例 5.3 同步计数器分析法	198
例 5.4 异步计数器分析法	199
例 5.5 同步计数器基本设计法	200
例 5.6 异步计数器设计法介绍	203
例 5.7 有控制变量的计数器设计	206
例 5.8 反馈复位法设计 N 进制计数器	208
例 5.9 用修改法设计同步加法计数器	209

例 5.10	用修改法设计同步减法计数器	211
例 5.11	两级(或多级)计数器设计考虑	212
例 5.12	移位寄存器型计数器自启动实现	215
例 5.13	异步二-五-十进制计数器应用	217
例 5.14	异步二-八-十六进制计数器应用	218
例 5.15	异步二~十六进制计数器应用	219
例 5.16	同步十进制计数器 CT4160 应用	220
例 5.17	同步四位二进制计数器 CT4161 应用	221
例 5.18	CT4160/CT4161 组成多位计数器分析	222
例 5.19	同步十进制计数器 CT4190 功能介绍	223
例 5.20	同步四位二进制计数器 CT4190 应用	223
例 5.21	CT4190 组成计数电路功能分析	224
例 5.22	CT4190 组成多位计数器功能分析	225
例 5.23	CT4191 组成计数电路功能分析	226
例 5.24	CMOS 同步四位二进制计数器应用	228
例 5.25	顺序脉冲发生器电路功能分析	229
例 5.26	脉冲序列发生器电路设计	230
例 5.27	步进机脉冲分配电路设计	231
例 5.28	一般时序电路的分析	232
例 5.29	同步时序电路的设计	233
例 5.30	需状态化简和编码的同步时序电路设计	234
二、习题(100)		238
三、答案		256
第六章	脉冲、整形和定时电路	268
一、例题(10)		268
例 6.1	一阶 RC 电路分析法	268
例 6.2	施密特触发器电路正、负触发电压 V_{T+} , V_{T-} 和 回差电压 ΔV 的计算	268
例 6.3	集成施密特触发器 CT1132 功能分析	269
例 6.4	CT1014 电路功能分析和应用	271
例 6.5	微分型单稳态电路计算	272
例 6.6	CT1121 电路的功能分析和应用	273
例 6.7	CC14528 电路功能分析和应用	274
例 6.8	5G555 电路功能分析	275
例 6.9	5G555 电路的应用	276
例 6.10	CT1132, CT4161 和 CT1121 组成电路的功能分析	279
二、习题(60)		281

三、答案	296
第七章 大规模集成电路	302
一、例题(10)	302
例 7.1 ROM 实现组合逻辑电路功能分析	302
例 7.2 用 ROM 设计组合逻辑电路	302
例 7.3 NMOS ROM 内存单元内容分析	303
例 7.4 PLA 实现的组合逻辑电路功能分析	304
例 7.5 PLA 组成时序逻辑电路功能分析	305
例 7.6 用 PLA 和 DFF 设计时序逻辑电路	306
例 7.7 RAM 读、写控制电路功能分析	308
例 7.8 RAM 2112 功能分析和应用	309
例 7.9 RAM 2114 功能分析和应用	309
例 7.10 RAM 6116 功能分析和应用	311
二、习题(33)	312
三、答案	320
第八章 数模和模数转换	327
一、例题(10)	327
例 8.1 八位权电阻网络 D/A 转换器输出 v_o 和输入 D 关系式的证明 ...	327
例 8.2 倒 T 型电阻网络 D/A 转换器输出 v_o 表达式推导和误差讨论 ...	328
例 8.3 双极性输出的 D/A 转换器计算	329
例 8.4 AD 7520 组成电路的分析计算	330
例 8.5 电子开关功能分析	331
例 8.6 计数式 A/D 转换器电路分析计算	332
例 8.7 逐次渐近式 A/D 转换器分析计算	332
例 8.8 直接积分式 A/D 转换器分析计算	333
例 8.9 双积分式 A/D 转换器分析计算	335
例 8.10 压-频变换式 A/D 转换器分析计算	336
二、习题(48)	337
三、答案	349

第一章 数字系统基础

一、例 题 (16)

例 1.1 公式法化简函数为最简与或式

试将下列函数化为最简与或式。

$$F_1(ABC) = AC + B\bar{C} + \bar{A}B$$

$$F_2(ABCD) = A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}D + C + BD$$

$$F_3(ABCD) = (\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} \cdot C + A\bar{B}C)(AD + BC)$$

解

用公式法化简逻辑函数时,经常借助逻辑代数的基本公式和常用公式,如

$$A + \bar{A}B = A + B \quad A + AB = A \quad AB + A\bar{B} = A$$

$$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C \quad \overline{AB + \bar{A}B} = AB + \bar{A}B$$

等五个常用公式在化简函数时经常使用。

函数 $F_1 \sim F_3$ 的具体化简过程如下:

$$\begin{aligned} F_1(ABC) &= AC + B\bar{C} + \bar{A}B + BC & (AC + \bar{A}B + BC &= AC + \bar{A}B) \\ &= AC + \bar{A}B + B\bar{C} + BC & (\bar{B}C + BC &= B) \\ &= AC + \bar{A}B + B & (B + \bar{A}B &= B) \\ &= AC + B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2(ABCD) &= A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}D + C + BD & (A\bar{B}\bar{C} + C &= \bar{A}\bar{B} + C) \\ &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}D + C + BD & (\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} &= \bar{A}\bar{B}) \\ &= \bar{B} + \bar{A}D + C + BD & (\bar{B} + BD &= \bar{B} + D) \\ &= \bar{B} + D + \bar{A}D + C & (D + \bar{A}D &= D) \\ &= \bar{B} + C + D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_3(ABCD) &= (\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} \cdot C + A\bar{B}C)(AD + BC) & (\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} &= \bar{A}\bar{B}) \\ &= [(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B})C + A\bar{B}C](AD + BC) \\ &= (ABC + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}C)(AD + BC) & (ABC + \bar{A}\bar{B}C &= AC) \\ &= (AC + \bar{A}\bar{B}C)(AD + BC) & (AC + \bar{A}\bar{B}C &= AC + \bar{B}C) \\ &= (AC + \bar{B}C)(AD + BC) \\ &= ACD + \bar{A}\bar{B}CD + ABC & (ACD + \bar{A}\bar{B}CD &= ACD) \\ &= ACD + ABC \end{aligned}$$

例 1.2 反演规则求反函数 $\bar{F}$

根据反演规则,写出下列函数 F 的反函数 $\bar{F}$ 。

$$F_1 = A(B + C) + CD \quad F_2 = A + B(CD + AD)$$

$$F_3 = \overline{AB + C} \cdot D + AC \quad F_4 = \overline{A + C(\bar{B}C + D)}(B + C) + AD$$

解

反演规则又称为 Shannon's Theorem, 其含义为: 若把函数 F 中的

$$\begin{array}{ll} + \rightarrow \cdot & \cdot \rightarrow + \\ 0 \rightarrow 1 & 1 \rightarrow 0 \\ x_i \rightarrow \bar{x}_i & \bar{x}_i \rightarrow x_i \end{array}$$

且保持运算先后顺序不变, 则所得的函数即为原函数 F 的反函数, 记为 $\bar{F}$ 。 $x_i, \bar{x}_i$ 为函数中的原变量、反变量。

这里要注意的是: 变换过程中, 原函数运算的先后顺序不能改变; 而且不是一个变量上的反号不能变动。

由此可得函数 F 的反函数 $\bar{F}$:

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= (\bar{A} + \bar{B}\bar{C})(\bar{C} + \bar{D}) \\ \bar{F}_2 &= \bar{A} \cdot [\bar{B} + (\bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + \bar{D})] \\ \bar{F}_3 &= [(\bar{A} + \bar{B}) \cdot \bar{C} + \bar{D}](\bar{A} + \bar{C}) \\ \bar{F}_4 &= \overline{(\bar{A}\bar{C} + \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{B}\bar{C})}(\bar{A} + \bar{D}) \end{aligned}$$

注意以上各式中的小括号、中括号均是为了保证原函数运算的先后顺序不变而加的。 $\bar{F}_3, \bar{F}_4$ 中不是一个变量上的反号应不动。

例 1.3 对偶规则求对偶式 F'

根据对偶规则, 定出下列函数 F 的对偶式 F' 。

$$\begin{aligned} F_1 &= A(B + \bar{C}) \\ F_2 &= \overline{A + \bar{D} \cdot \bar{B}\bar{C}} + AB \\ F_3 &= \overline{AB + BD}(C + \bar{D}) + A\bar{C}\bar{D} \\ F_4 &= (A + B)(A + \bar{C})(\bar{B} + C)(B + D) \end{aligned}$$

解

对偶规则的含义为: 对函数 F 进行

$$\begin{array}{ll} + \rightarrow \cdot & \cdot \rightarrow + \\ 0 \rightarrow 1 & 1 \rightarrow 0 \end{array}$$

的变换, 且保持运算的先后顺序不变, 所得的函数即为原函数 F 的对偶式, 记为 F' 。

注意: 和反演规则不同的是, 对偶规则对函数中的原变量、反变量不进行变换, 而反演规则包含原变量和反变量之间的变换。

和反演规则相同的是, 变换过程中原函数的运算先后顺序均保持不变, 且不是一个变量上的反号不能变动。

由此可得函数 F 的对偶式 F' :

$$\begin{aligned} F'_1 &= A + B\bar{C} \\ F'_2 &= \overline{\overline{AD} + \overline{B + C}} \cdot (A + B) \\ F'_3 &= [(\overline{A + B})(\overline{B + D}) + C\bar{D}](A + \bar{C} + D) \\ F'_4 &= AB + A\bar{C} + \bar{B}C + BD \end{aligned}$$

例 1.4 展开定理化简函数

试将下列函数化为最简与或式。

$$F_1 = \overline{A}B + AC + \overline{C}D + \overline{B}C\overline{D} + B\overline{C}E + \overline{B}C\overline{G} + \overline{B}CF$$

$$F_2 = D(D+C)(B+C)(\overline{D}+\overline{C}+A)(\overline{D}+B+A)(D+C+\overline{B}+A)$$

$$F_3 = \overline{A}B(C+D)(\overline{D}+E)BD$$

$$F_4 = AD + B \overline{A}CD + \overline{A} + \overline{D} \cdot E + \overline{B}C$$

$$F_5 = A \cdot \overline{B} \overline{D} + \overline{A}BD + B \cdot \overline{B} \overline{E} + \overline{A}BD$$

$$F_6 = \overline{A} + \overline{C} + \overline{A}BCE + ACDF$$

解

如果要化简的函数变量数较多,也比较复杂,这时可以利用展开定理及其推论对函数进行化简。

展开定理的公式如下:

$$(1) F(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \cdot F(1, x_2, \dots, x_n) + \overline{x}_1 \cdot F(0, x_2, \dots, x_n)$$

$$\text{或 } (2) F(x_1, x_2, \dots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \dots, x_n)][\overline{x}_1 + F(1, x_2, \dots, x_n)]$$

其推论为:

$$(1) x_1 \cdot F(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \cdot F(1, x_2, \dots, x_n)$$

$$(2) x_1 + F(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + F(0, x_2, \dots, x_n)$$

$$(3) \overline{x}_1 \cdot F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \overline{x}_1 \cdot F(0, x_2, \dots, x_n)$$

$$(4) \overline{x}_1 + F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \overline{x}_1 + F(1, x_2, \dots, x_n)$$

利用展开定理(1)化简函数 F_1 :

$$\begin{aligned} F_1 &= C(\overline{A}B + A + 0 + 0 + 0 + \overline{B}C + \overline{B}F) + \overline{C}(\overline{A}B + 0 + D + \overline{B}D + BE + 0 + 0) \\ &= C(\overline{B} + A) + \overline{C}(\overline{B} + D + E) = AC + \overline{B}C + \overline{B}C + \overline{C}D + \overline{C}E \\ &= AC + \overline{B} + \overline{C}D + \overline{C}E \end{aligned}$$

利用展开定理(2)化简函数 F_2 :

$$\begin{aligned} F_2 &= [D + 0][\overline{D} + (1 + C)(B + C)(\overline{C} + A)(B + A)(1 + C + \overline{B} + A)] \\ &= D(B + C)(\overline{C} + A)(A + B) = D(B + AC)(\overline{C} + A) \\ &= D\overline{B}C + DBA + DAC = D\overline{B}C + DAC \end{aligned}$$

利用展开定理推论(1)化简函数 F_3 :

$$\begin{aligned} F_3 &= BD[\overline{B} \overline{A} \cdot 1(C + D)(\overline{D} + E)] = BD(A + \overline{C}D + D\overline{E}) \\ &= ABD + BD\overline{E} \end{aligned}$$

利用展开定理推论(2)化简函数 F_4 :

$$\begin{aligned} F_4 &= AD + B \cdot \overline{A}DC + ADE + \overline{B}C = AD + B \cdot \overline{O} \cdot C + O \cdot E + \overline{B}C \\ &= AD + B \cdot \overline{B}C = AD + BC \end{aligned}$$

利用展开定理推论(3)化简函数 F_5 :

$$\begin{aligned} F_5 &= A \cdot \overline{B} \overline{D} + O \cdot BD + B \cdot \overline{O} \cdot \overline{E} + \overline{A}D = A(B + D) + B(A + \overline{D}) \\ &= AB + AD + B\overline{D} = AD + BD \end{aligned}$$

利用展开定理推论(4)化简函数 F_6 :

$$\begin{aligned} F_6 &= \overline{AC} + \overline{ACBE} + \overline{ACDF} \\ &= \overline{AC} + 1 \cdot \overline{BE} + 1 \cdot \overline{DF} = \overline{A} + \overline{C} + (\overline{B} + \overline{E})(\overline{D} + \overline{F}) \\ &= \overline{A} + \overline{C} + \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{BF} + \overline{EF} \end{aligned}$$

例 1.5 卡诺图化简函数为最简与或式

将四变量函数 $Y(ABCD)$

$$Y_1(ABCD) = \sum m(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13)$$

$$Y_2(ABCD) = \sum m(0, 2, 4, 6, 8, 10)$$

$$Y_3(ABCD) = \sum m(1, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15)$$

化简为最简与或式。

解

利用卡诺图对函数进行化简遵循的基本原理:

$$AB + A\overline{B} = A$$

即相邻的小方块可以合并,以消去一些变量,使函数更简些。其合并规律为:

两个相邻的小方块合并,消去一个变量;

四个相邻的小方块合并,消去两个变量;

八个相邻的小方块合并,消去三个变量;

.....。

下面以将函数化简为最简的与或式为例。所谓最简的与或式就是在包含函数所有最小项的前提下,乘积项最少,而且每个乘积项中变量的个数也最少。

我们常用划圈的办法对相邻的最小项进行合并。为使函数最简,所划的圈数要尽量少,而且圈也要尽可能地大。具体的划圈原则为:

- (1) 组成函数的全部最小项都必须被划到。
- (2) 每个圈内都必须包含一个或一个以上的新的最小项。
- (3) 最小项的小方块可以重复多次使用。

下面通过例题求解来了解卡诺图化简函数为最简与或式的具体做法。具体的解题步骤为:

1. 将组成函数的最小项分别填入卡诺图中相应位置,图例 1.5(a)即为函数 Y_1, Y_2, Y_3 的卡诺图。

2. 合并相邻的最小项。

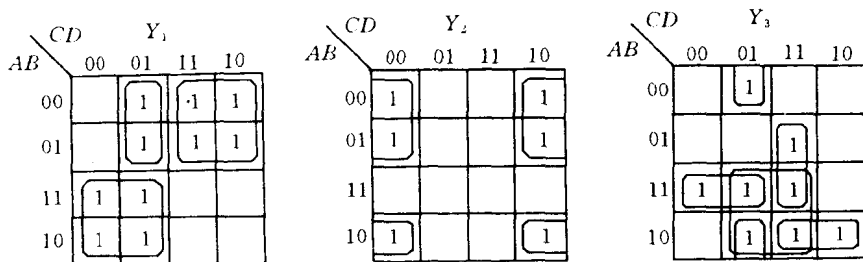
对 Y_1 卡诺图,图中画了三个圈,分别为

m_1 和 m_5 对应的函数为 $\overline{A}\overline{C}D$

m_2, m_3, m_6, m_7 对应的函数为 $\overline{A}C$

m_8, m_9, m_{12}, m_{13} 对应的函数为 $A\overline{C}$

根据最小项的小方块可以使用多次及圈尽可能大的要求, m_1, m_5 和 m_3, m_7 可组成更大的圈 $\overline{A}D$ (或者 m_1, m_5 和 m_9, m_{13} 四个方块组成 $\overline{C}D$),即比 m_1 和 m_5 组成的 $\overline{A}\overline{C}D$ 圈更大,因此应将 Y_1 图中由二个方块组成的圈改为由四个方块组成的圈。

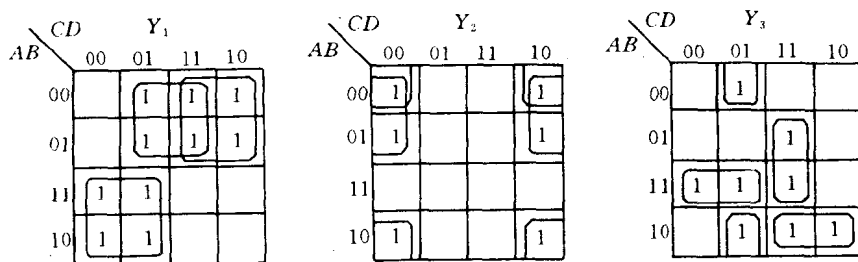


图例 1.5(a)

同理,对 Y_2 卡诺图, m_8 和 m_{10} 组成的 $A\bar{B}\bar{D}$ 应改为 m_8, m_{10} 和 m_0, m_2 组成的 $\bar{B}\bar{D}$ 。

对 Y_3 , 图中共画了五个圈, 但对 m_9, m_{11}, m_{13} 和 m_{15} 四个方块圈成的 AD 来说, 圈中的四个方块均被其它四个小圈圈过, 即 AD 大圈中并没有包括一个新的小方块, 故此大圈是多余的, 应该删去。

根据以上分析, Y_1, Y_2 和 Y_3 卡诺图正确的画圈应如图例 1.5(b) 所示。



图例 1.5(b)

3. 写函数的最简与或式。

函数 Y_1, Y_2 和 Y_3 的最简与或式为

$$Y_1 = \bar{A}D + \bar{A}C + A\bar{C}$$

$$Y_2 = \bar{A}\bar{D} + B\bar{D}$$

$$Y_3 = AB\bar{C} + A\bar{B}C + BCD + \bar{B}\bar{C}D$$

例 1.6 具有约束条件的逻辑函数的卡诺图化简法

将下列具有约束项的逻辑函数化简为最简与或式:

$$F_1(ABCD) = \sum m(1, 5, 7, 9, 15) + \sum d(3, 8, 11, 14)$$

$$F_2(ABCD) = \sum m(2, 4, 6, 9, 13, 14) + \sum d(0, 1, 3, 11, 15)$$

$$F_3(ABCD) = \sum m(3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11) + \sum d(0, 1, 2, 13, 14, 15)$$

$$F_4(ABCD) = \sum m(2, 5, 6, 7, 10, 12, 13, 14) + \sum d(0, 1, 3, 8, 9, 11)$$

解

约束是指函数中各逻辑变量之间互相制约的关系,而约束项就是具有某种制约关系的最小项。

利用约束项受制约的关系,我们可以假设这些最小项不会被输入,故在合并时,根据化简的需要,可任意设定这些约束项的值或为 0,或为 1,从而使函数更为简单。

我们常在表达式中用 $\sum d$ 来表示约束项之和,而在卡诺图中,用“ $\times$ ”来表示约束项。

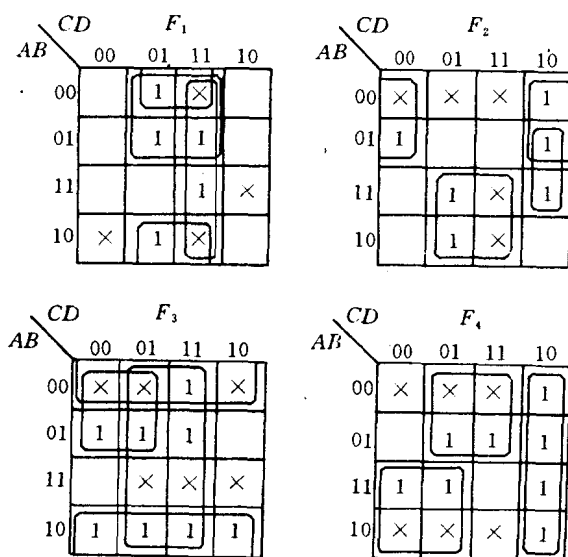
对具有约束项的函数化简,其步骤为:

1. 画出函数 F 的卡诺图,将最小项和约束项填入图中相应的位置。

2. 合并相邻的最小项。

根据约束项的值可为 0,可为 1,我们尽量将圈画得少,画得大。画入圈中的约束项可为 1,没有画入的可作为 0 处理,这样可使函数化得更为简单。

函数 $F_1 \sim F_4$ 的卡诺图和具体的画圈办法如图例 1.6 所示。



图例 1.6

3. 写函数的最简与或式。

函数 $F_1 \sim F_4$ 的逻辑表达式为

$$F_1 = \overline{A}D + \overline{B}D + CD$$

$$F_2 = AD + \overline{A}\overline{D} + BC\overline{D}$$

$$F_3 = \overline{B} + D + \overline{A}\overline{C}$$

$$F_4 = A\overline{C} + \overline{A}D + C\overline{D}$$

例 1.7 化简函数为最简与或非式

将下列函数化为最简与或非式。

$$F_1(ABCD) = \sum m(1, 3, 6, 7, 9, 11, 13, 14, 15)$$

$$F_2(ABCD) = \sum m(3, 5, 7, 8, 12) + \sum d(0, 1, 10, 11, 14, 15)$$

$$F_3(ABCD) = A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}D + \overline{A}BC + A\overline{C}\overline{D}, \text{ 且 } \overline{B}\overline{C} + \overline{B}CD = 0$$

解

利用卡诺图化简函数为最简与或非式时,可考虑在卡诺图中先圈 0,再将圈 0 所得的函数化为得简与或式,然后再在此最简式上加反,即得最简与或非式。

此法可简称为圈 0 加反法。具体解法为:

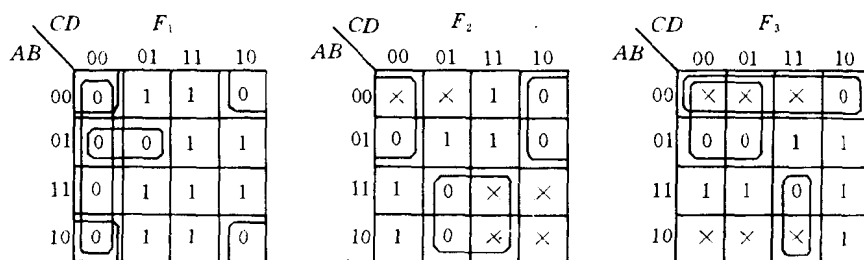
1. 画函数的卡诺图。

将最小项和约束项,或者函数的约束条件(如 F_3 中 $\overline{BC} + \overline{BCD} = 0$)填入图中。

2. 合并相邻的最小项。

将最小项为 0 的方块按卡诺图化简函数为最简与或式的方法画圈。尽可能使所画的圈少而大,其中画入圈中的约束项看作 0,而没有画入圈的约束项看作 1。

函数 $F_1 \sim F_3$ 的卡诺图和具体的画圈法见图例 1.7 所示。



图例 1.7

3. 写函数的最简与或非式。

对圈 0 的函数求反,即可得原函数的最简与或非式。

函数 $F_1 \sim F_3$ 的表达式为

$$F_1 = \overline{ABC} + \overline{BD} + \overline{CD}$$

$$F_2 = AD + \overline{A}\overline{D}$$

$$F_3 = \overline{A}B + \overline{A}\overline{C} + ACD$$

例 1.8 逻辑函数最小项之和 $\sum m$ 和最大项之积 $\prod M$ 的表示法
试将函数

$$F(ABC) = ABC + \overline{BC} + A\overline{B}\overline{C}$$

分别写成最小项之和 $\sum m_i$ 和最大项之积 $\prod M_j$ 的形式。

解

先将与或表达式写成最小项之和的形式,再按照式

$$\sum_i m_i = \prod_{j \neq i} M_j$$

进行转换,求得 $\sum m_i$ 与 $\prod M_j$ 。上式的证明如下:

若函数 $F = \sum_i m_i$,且已知

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1 \quad (\text{全部最小项之和为 } 1)$$