

地面折光和三角高程測量

A. A. 伊佐托夫 Л. П. 帕林年 著

測繪出版社

地面所光和三角高程測量

王人 尹德生 吳 昌 劉德明 著

測 繪 出 版 社

地面折光和三角高程測量

A. A. 伊佐托夫 Л. П. 帕林年 著

林明儀、王廣運等 譯

馮 尊 湯 校

測 繪 出 版 社

1958•北京

目 录

序言	5
----------	---

第一章 三角高程测量和地面折光的理論

§ 1. 三角高程測量理論	8
§ 2. 地面折光理論。正常折光	18
§ 3. 近地面空气層的温度和湿度分布对垂直折光的影响	28
§ 4. 与大地水准面形狀有关的三角高程測量誤差	32

第二章 中央測繪科学研究所关于三角高程測量方面的工作

§ 5. 研究的任务和方法	41
§ 6. 仪器及其研究。仪器誤差	48
§ 7. 照准系統誤差的研究	52
§ 8. 理論天頂距的确定	57
§ 9. 气象观测	61
§ 10. 远距离的三角高程測量	65
§ 11. 近距离的三角高程測量	77
§ 12. 关于三角高程測量最有利時間的結論	82
§ 13. 三角高程測量資料与气象資料的比較	94
§ 14. 三角高程測量的精度与視線高度及長度間的关系	101
§ 15. 应用三角高程測量的特殊情况	108

第三章 一些最重要的地面折光研究的分析

§ 16. 北高加索地面折光的研究	114
§ 17. 地面折光年变的研究	119
§ 18. 山区地面折光的研究	126

第四章 三角高程测量作业的结论

§ 19. 乌克兰测绘分局的三角高程测量工作	131
§ 20. 莫斯科测绘分局在草原地区完成的地面折光的研究	140
§ 21. 三角网中三角高程测量的精度	149
§ 22. 应用三角高程测量的可能性	162
附录	168

地面折光和三角高程測量

A. A. 伊佐托夫 Л. П. 帕林年 著

林明儀、王廣運等 譯

馮 尊 湯 校

測 繪 出 版 社

1958•北京

ТРУДЫ ЦНИИГАИИ

ВЫПУСК 102

А. А. Изотов и Л. П. Пеллинен

ИССЛЕДОВАНИЯ ЗЕМНОЙ РЕФРАКЦИИ
И МЕТОДОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

Издательство геодезической литературы

МОСКВА ★ 1955

本書共分四章。第一章說明了三角高程測量和地面折光的理論，并导出比較严密的三角高程的計算公式。第二章叙述苏联中央測繪科学研究所于1951年在莫斯科近郊所进行的野外工作，并分析和研究所測得的資料，而得出地面折光对观测天頂距影响之性質和規律性与理論相符合的結論。第三章概述过去其他学者所完成的若干最重要的研究，并对这些研究进行了分析和評論。第四章研究了三角高程測量作業的資料，并着重研究关于草原地区折光影响的性質和規律性問題。最后在附录中載有研究的主要資料。

本書不論在理論探討方面，或是实际資料分析方面都是新穎的，可供为大地測量工作者在生产、教学和研究中的参考。

本書由中国科学院測量制圖研究室林明仪、王广运、許厚澤、王华均、孟嘉春、朱成章諸同志翻譯，并由軍委測繪学院馮尊湯同志校訂。

地面折光和三角高程測量

著 者 А. А. 伊佐托夫 Л. П. 帕林年
譯 者 林 明 仪 王 广 运 等
出版者 測 繪 出 版 社
北京宣武門外永光寺西街3号
北京市書刊出版業營業許可証出字第081号
發行者 新 华 書 店
印刷者 人 民 交 通 出 版 社 印 刷 厂

印数(京)1—2000冊 1958年11月北京第1版
开本31'' × 43'' $\frac{1}{2}$ 1958年11月第1次印刷
字数170000 印張8 $\frac{2}{3}$
定价(10)1.05元

目 录

序言	5
----------	---

第一章 三角高程测量和地面折光的理論

§ 1. 三角高程測量理論	8
§ 2. 地面折光理論。正常折光	18
§ 3. 近地面空气層的温度和湿度分布对垂直折光的影响	28
§ 4. 与大地水准面形狀有关的三角高程測量誤差	32

第二章 中央測繪科学研究所关于三角高程測量方面的工作

§ 5. 研究的任务和方法	41
§ 6. 仪器及其研究。仪器誤差	48
§ 7. 照准系統誤差的研究	52
§ 8. 理論天頂距的确定	57
§ 9. 气象观测	61
§ 10. 远距离的三角高程測量	65
§ 11. 近距离的三角高程測量	77
§ 12. 关于三角高程測量最有利時間的結論	82
§ 13. 三角高程測量資料与气象資料的比較	94
§ 14. 三角高程測量的精度与視線高度及長度間的关系	101
§ 15. 应用三角高程測量的特殊情况	108

第三章 一些最重要的地面折光研究的分析

§ 16. 北高加索地面折光的研究	114
§ 17. 地面折光年变的研究	119
§ 18. 山区地面折光的研究	126

第四章 三角高程测量作业的结论

§ 19. 乌克兰测绘分局的三角高程测量工作	131
§ 20. 莫斯科测绘分局在草原地区完成的地面折光的研究	140
§ 21. 三角网中三角高程测量的精度	149
§ 22. 应用三角高程测量的可能性	162
附录	168

序 言

在十九世紀以前，三角高程測量几乎是測定控制點高程的基本方法，而且广泛地用来作为地形測量的高程控制。因此，在从前，它就引起了著名學者們的注意，并成为他們研究的对象。大家都知道，在这个領域內，最重要的研究要归功于苏联的學者們，如 В. Я. 斯特魯維，Н. Я. 金格爾，И. И. 波麥蘭采夫等。他們的研究，对三角高程測量方法的發展有很大的貢獻，而且为此法的实际应用創立了科学的基础。

但是，由于几何水准測量方法的發展，人們对于三角高程測量問題的注意已开始逐漸降低。在本世紀中，关于這個問題的研究已沒有得到絲毫的进展。到現在为止，三角高程測量的工作一般还是从过去研究中所建立起來的原則和观点出發，它們对于現代三角高程測量工作中所發生的一系列問題不能給予解答，有鑑于此，苏联中央測繪科学研究所便对三角高程測量問題作了新的研究。

大家都知道，产生三角高程測量誤差的主要誤差之一，就是地面折光对照准目標的天頂距之影响。因此，苏联中央測繪科学研究所就在三角高程測量問題方面的主要研究任务，就在于研究地面折光对觀測天頂距的影响。

本文第一章是說明三角高程測量和地面折光的理論。其中对三角高程測量的公式作了比較严密的推导。在該公式中，首次考虑到反映大地水准面和橢圓体形狀不符合的影响的改正項，在很多情况下，这种改正項都是不能被省略的。折光影响的改正項則表为可以按照气象資料来計算的一般形式，并易于轉化为局部情况。地面折光的理論，也是从現代关于近地面大气層結構的观念和資料出發，以严密的和一般的形式來說明的。在这种理論的基础上，推导了計算折光系数的公式，其中所根据的气象資料是与接近于实际情况的正常大气層結構相适应的，并且也研究了折光系数与近地面空气層的正常結構被破坏的情况之間的关系。虽然这些公式还不能用于計算实际的折光系数，但

还是可以預見到在一定气象資料条件下地面折光对三角高程測量結果影响的性質和程度。

第二章中所敘述的，是1951年在莫斯科近郊所进行的野外工作，这是中央測繪科学研究所对三角高程測量所进行的研究工作中基本的和最重要的部分。这次野外工作的內容就是研究在白天不同時間里，在不同的气象条件下，以及在不同的視綫長度和高度时，折光对三角高程測量精度的影响。

照准点是适应于研究目的而选择的，其天頂距的觀測采用高精度光学經緯仪。这些点的高程是用几何水准測量确定的。此外，在整个野外工作期間，还进行了經常的气象觀測。同时，特別注意到温度垂直梯度的測定。

野外工作持續的时期很長，加上計劃的宏大，使我們所得到的实际資料，足以用統計法研究折光对三角高程測量精度的影响。这些資料全是在1952年整理的。从第一章所闡明的地面折光理論出發，比較三角高程和几何水准的結果，以及把它們和气象資料相比較，就可导出一些关于地面折光对觀測天頂距影响的性質和規律性的結論，而这些結論是独立的和彼此相符的。

个别的試驗，尽管应用很广，但只能反映出一定地点和一定時間条件的影响。这种顧慮致使我們在所写的研究报告中，也要利用在不同地点和不同時間的条件下所完成的其他类似工作的資料。

本文第三章的內容包括过去其他学者所完成的最重要的研究的簡要評論，这些研究包含有对研究地面折光極有价值的实际資料。本章首先討論到我国学者斯特魯維和波麦蘭采夫的研究，以及德国学者巴烏耶尔弗特的研究。从新处理这些研究資料所得到的結論，正好与本文前面几章所敘述的基本結論相吻合。

为了扩大研究的內容和求得补充的結論起見，本文第四章研究了三角高程測量的作業資料。同时着重研究了关于草原地区折光影响的性質和規律性的問題。为了解决這個問題，烏克蘭測繪分局在連續三角網上所进行的三角高程測量工作是特別有价值的，該三角網中一半三角点具有几何水准測量所确定的高程。为了同样的目的，也利用了

莫斯科測繪分局第一隊隊長 Г. С. 德雅科夫工程師的領導下，按我們制訂的計劃所完成的三角高程測量的研究資料。全部資料的處理，証實了我們關於折光對三角高程測量精度影響之特征的基本結論是有根據的。此外，根據烏克蘭測繪分局作業的資料，我們也研究了關於連續三角網中三角高程測量各種誤差的影響和積累的問題。從處理這些資料中可以看出，連續三角網中三角高程測量誤差的影響，在頗大程度上將相互抵消，而沒有引起過大的誤差積累。

在第四章之末，敘述了由我們進行研究工作中所得出的實用建議和結論。

本文還附有我們研究的主要資料。這些資料不僅可用來檢驗我們的結論，而且可作為地面折光問題其他考慮的基礎。

參加本著作的有大地測量工程師 П. Е. 拉查諾夫，Н. В. 斯塔羅斯齊娜，И. С. 卡津尼克和技術員 А. М. 阿布拉莫夫，本文在多方面都得到了他們的幫助，故特向他們表示謝意。我們也向幫助我們消除了本文中一系列缺陷的編輯、科學技術副博士 А. В. 雷托夫致謝。

我們希望，本文所敘的研究工作及其結果，將對改進和更廣泛地應用三角高程測量有所裨益，因為三角高程測量作為地形測量高程控制是一種方便而又靈活的方法。

教授、科學技術博士 А. А. 伊佐托夫

科學技術副博士 Л. П. 帕林年

第一章 三角高程测量和

地面折光的理論

§ 1. 三角高程測量理論

雖然人們在很久以前就採用了三角高程測量，但直到現在為止，對它的理論的探討還是很簡單和不够徹底的。其最簡單的地方，就在於它作出下列假定：視線（光綫）由於在近地面大氣層中受到屈折而描繪成圓弧，地球各水準面本身之間是互相平行的球面。這種情況致使我們在這裡須重新探討三角高程測量的理論，同時使這種理論更正確些，這對提高三角高程測量的研究結果或實際工作結果的精度都是必需的。

現在先導出單向三角高程測量的一般公式。

設從地球自然表面上的點 A 測得點 B 的天頂距 Z_1^0 ，要求確定這兩點在某種給定的相對表面上的高差 $H_2 - H_1$ （圖 1）。這種相對的表面，我們以後再作選擇。首先我們假定地面折光的影響等於零，而且從點 A 至點 B 的視線是一條直綫。通過 A 和 B 兩點作至所採用的橢圓體面的法綫 AA_0 、 BB_0 和垂綫 AA'_0 和 BB'_0 後者是過此兩點的水準面的垂綫。 AB 綫在所採用的橢圓體面上的投影 A_0B_0 以 s 表示，而 A 、 B 兩點的所求高程以

$$H_1 = AA'_0 \approx AA'$$

$$H_2 = BB'_0 \approx BB'$$

表示。

我們不知道沿 AB 水準綫的重力分佈情況和垂綫偏差，嚴格地說，我們根據 A 、 B 兩點的天文和大地測量，僅能確定這兩點在所採用的橢圓體面上的高差，也就是僅有下面的數值：

$$q_2 - q_1 = BB_0 - AA_0.$$

屬於橢圓體法綫的點 B 天頂距以 Z_1^0 表示，在法截面 AB 中，點

A 所觀測的垂綫偏差，也就是在該平面內的垂綫和橢圓體面法綫之間的角度，我們以 u_1 表示，故得：

$$Z_1^\circ - z_1^\circ = -u_1. \quad (1.1)$$

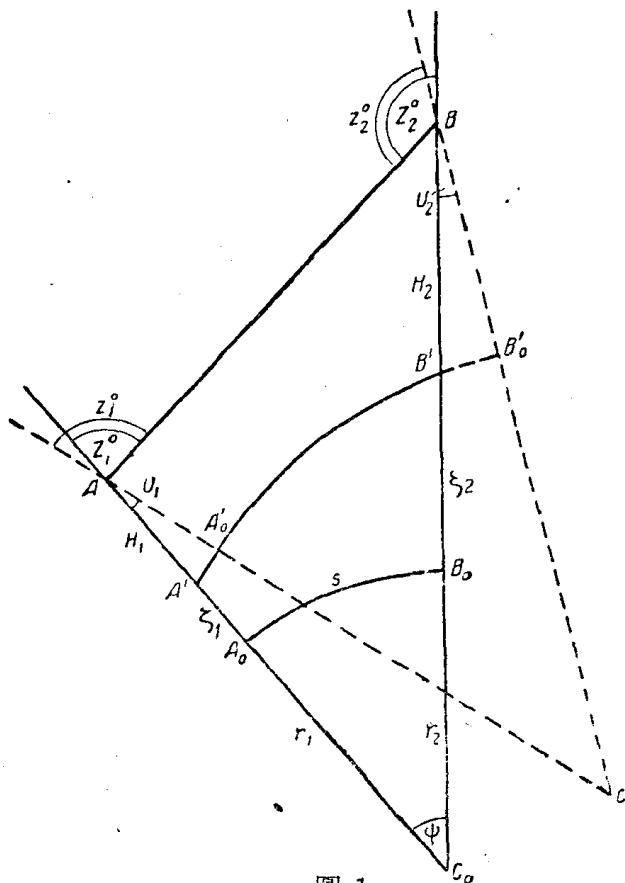


圖 1

如果，假定所研究的兩點間的距離不超出 40 公里，則 A_0B_0 弧視為圓弧，其精度對於所採用的橢圓體扁率來說，是三次以下的小量。這樣在確定點 A 、 B 兩點的高差中所引起的誤差不超出 15 公厘。這些圓的半徑 $r_1 = r_2 = R$ 應採取等於橢圓體法截綫 A_0B_0 在點 A_0 上的曲率半徑，並按下式計算：

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{N^2} (1 + \eta^2 \cos^2 A_{1,2}) \textcircled{1}$$

① 見 Ф. Н. 克拉索夫斯基“大地測量學”下卷，1942 年

式中 $A_{1,2}$ 为該截綫的方位角, η 是按下列等式确定的:

$$\eta = e' \cos^2 B_m.$$

式中 e' 为橢圓体的第二偏心率 B_m 为 A, B 兩点的平均緯度。

利用圖 1 的符号可以写出:

$$\frac{q_1 + R}{q_2 + R} = \frac{\sin(Z_1^\circ - \psi)}{\sin Z_1^\circ} = \cos \psi - \sin \psi \operatorname{ctg} Z_1^\circ$$

或者稍微变化后得:

$$q_2 - q_1 = (R + q_2) \left(\operatorname{ctg} Z_1^\circ \sin \frac{s}{R} + 1 - \cos \frac{s}{R} \right).$$

由此, 当 $s < 40$ 公里时, 以高精度求得

$$q_2 - q_1 = s \left(1 + \frac{q_2}{R} \right) \operatorname{ctg} Z_1^\circ + \frac{s^2}{2R} + \frac{s^2}{6R^2} (2q_2 + q_1). \quad (1.2)$$

实际上, 仅是將大地測量結果采用众所週知的投影方法归算到所采用的橢圓体表面上时才需要高度 q 。在大多数情况下, 三角高程測量結果的应用, 是为了求出表示地面相应点重力位的所謂水准高程。在任何水准高程系統中, 地面点的高程 H , 等于該点和海平面上的重力位之差 ΔW 与其一重力值之比。这里我們不討論各种不同水准高程系統的特点, 以后我們是利用苏联所采取的、按下面等式所确定的法高 H 的系統。

$$H = \frac{\Delta W}{\gamma_m}$$

式中 γ_m 为海平面和該地面点間的正常重力平均值, 从地面 沿着 橢圓体面的法綫向下截取这些高程, 我們便可定出一表面, 名为“似大地水准面”, 这个面我們采取作为水准高程的参考表面。

在海洋上似大地水准面是和大地水准面相吻合的, 但在陆地上則有些偏差。根据計算成果証明, 在山区似大地水准面与大地水准面的差距达 1—2 公尺, 而在平原地区这种差距并不大。

我們以 ζ_1, ζ_2 各表示在 A, B 点上似大地水准面对所采用的橢圓体的高程, 則

$$\zeta_1 = A_0 A',$$

$$\zeta_2 = B_0 B',$$

將下列数值

$$q_1 = H_1 + \zeta_1$$

$$q_2 = H_2 + \zeta_2$$

代入公式(1,2)中, 使得有足够精度的公式为:

$$H_2 - H_1 = s \left(1 + \frac{H_2}{R} \right) \operatorname{ctg} Z_1^\circ + \frac{s^2}{2R} + \frac{s^2}{6R^2} (2H_2 + H_1) - \\ - (\zeta_2 - \zeta_1) + \frac{H_2 - H_1}{R} \zeta_1.$$

現將上式中的天頂距改換为以測站点垂綫为参考的天頂距, 并注意到公式(1,1)和 $z_1 \approx 90^\circ$ 則得:

$$H_2 - H_1 = s \left(1 + \frac{H_2}{R} \right) \operatorname{ctg} z_1^\circ + \frac{s^2}{2R} + \frac{s^2}{6R^2} (2H_2 + H_1) + \\ + \frac{H_2 - H_1}{R} \zeta_1 - (\zeta_2 - \zeta_1) + u_1 s. \quad (1.3)$$

其次, 我們再利用 M. C. 莫洛金斯基所导出的天文水准測量公式^①:

$$d\zeta = u ds - (dH - dh),$$

式中 dh 为微分高差, dH 为地面上两个无限接近的点法高之差。根据这个公式积分后便得:

$$\zeta_2 - \zeta_1 = u_m s - \Delta E \quad (1.4)$$

$$\Delta E = \int_{AB} (dH - dh),$$

$$u_m = \frac{\int_{AB} u ds}{s}. \quad (1.5)$$

ΔE 为 A 、 B 兩点的測量高差換算为法高差的改正数。根据大地重力測量成果, 此改正数可用下面对我们的要求有足够精度的公式来

① M. C. 莫洛金斯基: “用几何(天文-大地)法研究地球自然面的形状”, 中央測繪科学研究所論文集 75 期, 1950。

表示:

$$\Delta E = \int_{AB} \frac{\varepsilon - \gamma}{\gamma} dH - \frac{0.0052}{\rho'''} (H_2 - H_1)(B_2 - B_1) \sin 2B_m, \quad (1.6)$$

式中 ε 为实际的重力值, γ 为在 AB 綫各点上的正常重力值。

u_m 为沿 AB 綫垂綫偏差的平均积分值。

將(1.4)式代入(1.3)式中便得:

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 = & s \left(1 + \frac{H_2}{R} \right) \operatorname{ctg} z_1^\circ + \frac{s^2}{2R} + \frac{s^2}{6R^2} (2H_2 + H_1) + \\ & + \frac{H_2 - H_1}{R} \zeta_1 + (u_1 - u_m)s + \Delta E. \end{aligned} \quad (1.7)$$

直到現在为止, 我們都忽略了視綫的弯曲, 也就是忽略了地面折光的影响。在以后的論述中, 我們称沒有折光影响的天頂距 z_1° 为理論天頂距, 它可从(1.7)式根据所討論的兩点已知精密高程、兩点間的距离以及在其周圍的重力異常来确定。如果不管用什么方法确定了所測定的天頂距 z_1 因地面折光影响而产生的改正数:

$$\delta z_1 = z_1^\circ - z_1.$$

那么(1.7)式可以写成下列形式:

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 = & s \left(1 + \frac{H_2}{R} \right) \operatorname{ctg} z_1 + \frac{s^2}{2R} - s \delta z_1 \frac{s^2}{6R^2} (2H_2 + H_1) + \\ & + \frac{H_2 - H_1}{R} \zeta_1 + (u_1 - u_m)s + \Delta E. \end{aligned} \quad (1.8)$$

我們所討論的折光改正数 δz_1 , 可以設想为 AB 直綫和視綫在所采用的橢圓体法截面 AB 上的投影之切綫間的夾角(圖2)。如果我們已知視綫上各点的折射系数的分佈和它的梯度, 則該視綫投影的每一点上的曲率是很容易計算的。現在我們来求折光改正数和視綫在垂直截面上投影像的曲率之間的关系。因为这个原故, 我們先引述点折光系数的概念是适宜的。橢圓体的半徑 R 和視綫在垂直面上的投影像上流动点的曲率半徑 ρ 之比, 我們称为該点的点折光系数 κ , 就是:

$$\kappa = \frac{R}{\rho}$$