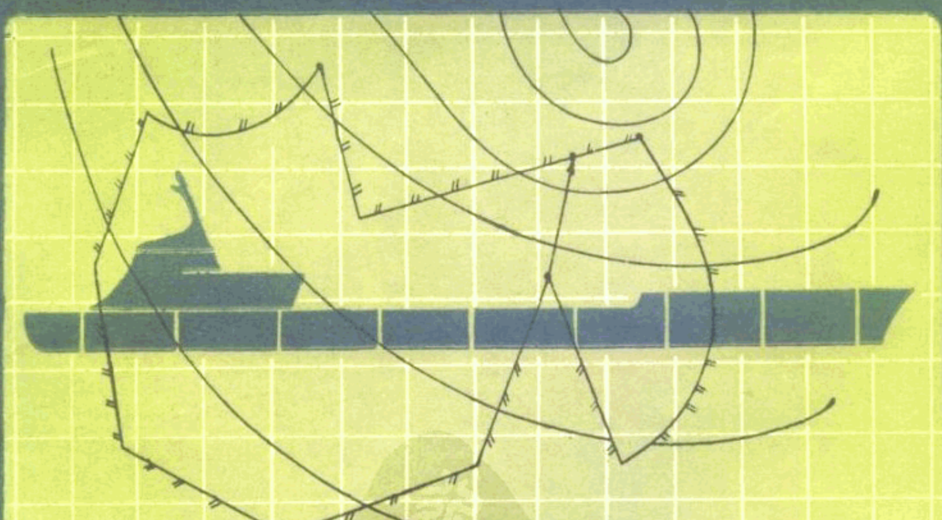
船舶结构优化设计

OPTIMUM DESIGN OF SHIP STRUCTURES

于宝海　肖熙



上海交通大学出版社

船舶结构优化设计

于宝海　　肖　熙

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书主要介绍船舶结构优化设计的原理和计算方法。全书共分八章，前几章阐述了船舶结构优化设计基本概念和用最优准则法、线性规划、非线性规划、几何规划及动态规划进行船舶结构优化设计的方法；后几章介绍了优化方法在船舶外力计算，船中剖面、板架和框架等结构设计中的应用，以及一些优化具体技巧问题。书末的附录中还附有几种常用的优化方法的计算机程序。

本书为高等院校船舶及海洋工程专业教材，也可供从事船舶及海洋工程设计和研究的技术人员以及其它工程技术人员参考。

船舶结构优化设计

上海交通大学出版社出版

（淮海中路1984弄19号）

新华书店上海发行所发行

上海市印刷三厂排版印刷

开本787×1092毫米 1/16印张14.125 字数335000

1986年2月第1版　1986年5月第1次印刷

印数1－2000册

统一书号：15324·169　　科技书目 126-206

定价：2.70元

前　言

工程结构优化设计是本世纪五十年代以来出现的一种新的设计方法。它是以最优化数学理论为基础，借助电子计算机选择最优化设计方案的一种优化技术。实践表明，当一个工程设计所希望达到的目标以及必须满足的限制条件能用数学式子来表达时，总是可以选择适当的最优化算法，用电子计算机求解最优设计方案，从而达到缩短设计周期，提高设计质量的目的。

六十年代中期以后，由于最优化算法、计算机技术以及有限元法在设计领域中应用，使工程结构优化设计得以迅速地发展。

我国优化设计的研究，于六十年代初期首先在建筑、航空与航天部门开始，中间经历了十年内乱的干扰，到七十年代后期，各个领域又先后开展了这项研究工作，目前正处于方兴未艾阶段。根据我国船舶工业发展的需要，可以预料，随着计算机辅助设计科学研究工作的开展，船体结构的框架、板架，以及船体横剖面结构的最优化设计势在必行。目前已有相当多的工程设计人员在从事这项工作，并已积累了十分丰富的经验。为了适应船舶结构优化设计的发展和应用，我们按教学大纲的要求，吸收了国内外这方面的一些经验和资料，结合几年来的研究成果和工作体会，编写了船舶结构优化设计讲义，多次作为选修课的教材试用过。在此基础上，根据1983年和1984年全国造船专业统编教材审稿会议的精神，作了进一步的修改，最后写就这本《船舶结构优化设计》教材，以飨读者。

考虑到船舶结构的复杂性，以及为了便于结构优化设计的初学者选修本课程，我们采取了以下的编写指导思想：

1．系统性　按优化方法的发展顺序，分别介绍结构优化设计中常用的准则法、数学规划法以及几何规划与动态规划法等。在数学规划法中，又分别介绍了线性规划和非线性规划法。另外，在本教材的附录里，补充介绍了一些船舶结构优化设计中最基本的优化算法程序。

2．理论联系实际　在编写过程中，力求深入浅出，通俗易懂，着眼于应用。本书从工程结构的实例出发，阐明原理，导出结论，避免在数学上作繁冗的推演与论证。为了使初学者能综合运用所学到的知识解决某些船舶结构优化设计的问题，还单独地编写了“船舶结构优化设计”一章(第七章)，如有可能可作计算实习。

3．实用性　在对优化设计方法进行系统的、理论联系实际的介绍的同时，教材取材尽量注意到方法的实用性：如考虑到目前国内在船舶结构优化设计中，各人采用的算法的多样性，在优化算法中又着重介绍了满应力法、《SCDD》法、《SUMT》法和线性规划的单纯形法等，并附了用FORTRAN语言编写的计算机程序。另外，在第八章里还介绍了结构优化设计中经常要用到的一些具体技巧问题，供工程设计人员进行优化设计时参考。

本书是为船舶及海洋工程专业学生编写的，按35～40教学时取舍内容；其中，1、2、3、4、5、7章为船体专业普通班学生教学内容。全书可以作为船体结构专业学生和研究生学习优化设计时的教材或参考书。

本书由张祥孝副教授主审，在编写过程中曾得到华南工学院、哈尔滨船舶工程学院、武

汉水运工程学院、大连工学院、华中工学院、镇江船舶学院、上海船舶工艺研究所和上海交通大学有关同志的指导，编者谨向他们表示深切的谢意。

由于我们的水平有限，书中不当和错误之处在所难免，敬请广大读者和使用本教材的兄弟院校师生提出批评和指正。

编者

一九八四年八月　于上海交通大学

目　录

第一章　结构优化设计导论……（1）

§ 1-1　引　言……（1）

§ 1-2　结构优化设计问题的构成……（2）

§ 1-3　结构优化问题的数学模型和几何描述……（6）

一　数学模型……（6）

二　最优化问题的几何描述……（8）

§ 1-4　最优化设计的迭代过程、优化方法及其迭代终止准则……（9）

一　最优化设计的迭代过程……（9）

二　优化方法分类……（10）

三　迭代的收敛条件和终止迭代的准则……（10）

第二章　用准则法进行结构优化设计……（12）

§ 2-1　满应力设计法……（12）

一　满应力设计基本概念……（12）

二　满应力设计的迭代公式……（17）

三　I型梁的满应力设计……（23）

§ 2-2　位移准则法……（28）

一　迭代公式的建立……（28）

二　用包络法处理多个外载、多个位移约束的情况……（30）

三　确定它定元的准则……（30）

习题……（34）

第三章　利用线性规划进行结构优化设计……（37）

§ 3-1　线性规划……（37）

一　线性规划问题的标准形式……（37）

二　求解线性规划问题的标准方法——单纯形法……（39）

三　对偶线性规划……（44）

四　单纯形法的扩张……（45）

§ 3-2　刚架最小重量的极限设计……（47）

一　极限设计的基本原理……（47）

二　刚架极限设计举例……（49）

§ 3-3　用线性规划法求解非线性规划问题……（54）

习题……（55）

第四章　用非线性规划法进行结构最优化设计〈一〉

——约束最优化方法……（57）

§ 4-1　梯度法……（60）

§ 4-2　收敛条件的判别…………………………………………………………………(62)
§ 4-3　可行方向法……………………………………………………………………(66)
一　梯度投影法……………………………………………………………………(67)
二　等重侧移法……………………………………………………………………(70)
§ 4-4　综合约束函数双下降法《SCDD》法……………………………………………(75)
习题……………………………………………………………………………………(80)
第五章　用非线性规划进行结构优化设计〈二〉
——化为序列无约束最优化方法…………………………………………(82)
§ 5-1　拉格朗日(Lagrangian)乘子法………………………………………………(82)
§ 5-2　惩罚函数法基本概念……………………………………………………………(85)
§ 5-3　内点惩罚函数法…………………………………………………………………(87)
一　内点惩罚函数法的形式及其性质……………………………………………(87)
二　内点法的算法及框图…………………………………………………………(89)
三　关于内点法算法中的几个问题………………………………………………(90)
四　结构实例………………………………………………………………………(91)
§ 5-4　外点罚函数法……………………………………………………………………(93)
一　外点法的罚函数形式及其性质………………………………………………(93)
二　外点法迭代步骤及算法框图…………………………………………………(95)
三　关于外点法算法中的几个问题………………………………………………(96)
四　结构实例………………………………………………………………………(97)
五　内点法和外点法的比较………………………………………………………(99)
§ 5-5　混合惩罚函数法…………………………………………………………………(100)
§ 5-6　单变量函数的寻优方法(一维搜索)……………………………………………(100)
一　搜索区间的确定………………………………………………………………(101)
二　黄金分割法(0.618 法)………………………………………………………(102)
三　二次插值法……………………………………………………………………(106)
§ 5-7　无约束条件的多变量函数最优化方法…………………………………………(107)
一　牛顿法…………………………………………………………………………(107)
二　DFP 变尺度法…………………………………………………………………(108)
习题……………………………………………………………………………………(110)
***第六章　几何规划与动态规划**…………………………………………………(112)
§ 6-1　几何规划…………………………………………………………………………(112)
一　无约束几何规划………………………………………………………………(112)
二　带有约束的几何规划…………………………………………………………(114)
§ 6-2　几何规划在船舶结构优化设计中的应用………………………………………(116)
一　几何规划在舱口盖最小重量设计中的应用…………………………………(116)
二　几何规划在船舶舱壁优化设计中的应用……………………………………(119)
§ 6-3　动态规划…………………………………………………………………………(121)
一　动态规划法的递推关系式……………………………………………………(122)

二　用动态规划进行连续梁的优化设计……………………（123）
习题……………………（127）
第七章　船舶结构优化设计……………………（130）
§ 7-1　船舶结构优化设计的一般步骤……………………（130）
§ 7-2　船体外力计算中的优化问题……………………（133）
一　船体静水弯矩和剪力的极值计算……………………（133）
二　应用优化技术确定船舶静置于波浪上的平衡位置……………………（140）
§ 7-3　船舶中剖面优化设计……………………（142）
一　引言……………………（142）
二　按“规范”要求的船中剖面优化设计……………………（143）
三　用计算设计方法的船中剖面优化设计……………………（146）
§ 7-4　船体板架优化设计……………………（150）
一　船体板架结构模型化和结构分析……………………（150）
二　数学模型及优化方法……………………（151）
三　实例……………………（152）
§ 7-5　船体肋骨框架优化设计……………………（154）
一　船体肋骨框架结构模型化和结构分析……………………（154）
二　数学模型的建立……………………（155）
三　优化方法……………………（156）
四　实例……………………（156）
§ 7-6　船舶结构优化设计的大系统……………………（159）
一　引言……………………（159）
二　结构模型化和设计变量的确定……………………（159）
三　约束条件……………………（161）
四　目标函数……………………（162）
五　最优化方法……………………（164）
***第八章　结构优化设计中的一些具体问题**……………………（165）
§ 8-1　引言……………………（165）
§ 8-2　快速再分析方法……………………（165）
一　矩阵分块法……………………（165）
二　迭代解法……………………（166）
§ 8-3　优化设计中结构近似重分析方法……………………（167）
一　变量空间的基底减缩法……………………（167）
二　摄动与迭代结合的近似重分析方法……………………（167）
三　基底减缩-子结构近似重分析方法……………………（168）
§ 8-4　响应量的导数求法……………………（171）
一　约束函数的梯度……………………（171）
二　求位移约束导数的拟载荷法……………………（173）
三　用摄动法求位移约束的导数……………………（174）

四 用降维法求位移约束的导数……（175）
五 求导数的近似方法……（175）
§ 8-5 设计变量的离散化处理……（176）
一 舍入凑整方法……（176）
二 用扩展罚函数法解非线性混合整数规划问题……（177）
附录 船舶结构优化设计中几种常用算法程序及说明……（182）
§ 1 混合罚函数法(SUMT 调用DFP法)……（182）
一 惩罚函数法概要……（182）
二 功能……（183）
三 框图……（183）
四 用 FORTRAN 语言编制的子程序及其使用说明……（183）
§ 2 综合约束函数双下降法(《SCDD 法》)……（202）
一 功能……（203）
二 源程序(例题计算程序)……（203）
三 程序使用说明……（206）
四 例题……（207）
§ 3 解线性规划的单纯形法……（208）
一 功能……（208）
二 用 FORTRAN 语言编制的源程序及使用说明……（208）
参考文献……（217）

第一章　结构优化设计导论

§1-1　引　　言

随着时代的发展，对工程结构的要求越来越高，结构设计需要考虑的因素也越来越多，用传统的设计方法已难以解决这样复杂的问题。因此，要使结构设计尽量符合理想，就需要有很好的“结构综合”，即用现代化的结构优化理论和方法，进行结构优化设计。

对结构进行优化设计，是设计工作者长期追求的目标。随着电子计算机的问世，结构有限元分析方法的出现和发展，给结构分析提供了强有力的手段，使六十年代成为优化设计研究最活跃的年代。从优化准则法开始，到后来数学规划法的引入，使结构优化设计研究有一个飞跃的发展。人们受到鼓舞，似乎只要把优化设计所追求的目标和受到的约束条件作出适当的数学描述，建立起优化数学模型，便可用数学规划法现成的算法容易地求解了。然而，事实并非如此，对一些多变量、高度非线性的优化问题，数学规划法也不是那样胜任的。

数学规划法较优化准则法具有坚实的理论基础，对不同类型问题的适应性也比较强，但对一些复杂的大型结构，因设计变量多，约束多，且约束大部分是变量的隐式函数，这会使计算迭代和重分析次数急剧增加，即使是能力很高的电子计算机也难以胜任。优化准则法最大特点是收敛快，要求重分析的次数一般同变量的数目没多大关系，这对大、中型结构的优化设计具有实际意义。这样，到七十年代初已形成上述两种方法并存的局面。

由于力学工作者和数学工作者通力合作，从七十年代末开始，准则法和数学规划法开始汇合，又出现了所谓混合法。

我们注意到现代的结构优化设计方法的研究已进行了二十余年，目前的状况是研究工作比较活跃，但实际应用上，却十分落后，除航空部门外，接受优化设计技术的还不普及。其原因除了优化设计方法本身不够成熟之外，设计工作者长期的工作习惯也是一个重要因素。一个新方法除非相当完善、方便，比之旧方法有很大的优势，否则，要为人们乐于接受是不容易的。这就提醒我们，研究工作必须从工程实际出发，给结构设计工作者提供方便、可行的优化设计方法和手段，吸引更多的工程技术人员参与结构优化设计的研究与应用，以促使优化技术的发展。

船舶结构优化设计方法研究起步较晚，我国自七十年代末开始研究船舶结构优化设计，这比国外差不多晚了十年。所用方法以数学规划法居多，几乎都是以船体结构最小重量为目标的结构优化设计。

民用船舶的结构设计，传统的方法是用“规范”设计。“规范”是根据船舶结构设计实践和使用经验，按船舶类型制订的一个统一的设计标准。在按“规范”要求进行船舶结构设计时，只要能满足“规范”有关的规定，便认为是“可靠的”设计，即能得到有关方面的认可。我们知道，满足“规范”要求的设计方案可以很多，其中使结构重量最轻的方案才是我们追求的最优方案。同样道理，用计算方法进行船舶结构设计时，设计约束条件通常是结构容许的应力、

变形、振动频率和几何尺寸等，满足这些约束条件的设计方案不一定是最优方案。结构优化设计的任务，就是利用最优化技术，在满足设计约束条件情况下寻求一个最优设计方案。

§1-2 结构优化设计问题的构成

先举两个结构设计的例子。

例一、某船甲板纵桁两端穿过横仓壁，中间有两个支撑，如图1—1所示。此梁如采用 I 字型截面，试问如何选取截面尺寸，方能使结构重量最轻？无疑，这是一个优化设计问题。将甲板纵桁的结构化为承受均布载荷 q 的连续梁，在仓壁处为刚性固定，中间有两个刚性支座。为了简化工艺，将三段 I 字梁的腹板厚度，小翼板尺寸都取成已知的相同的尺寸，仅腹板高度 x_i 是可变的。这样，甲板纵桁各段的惯性矩 I_i 以及各段的弯矩极值点的弯矩 M 和小翼板外缘应力 $\sigma_j (j=1, 2, \cdots, 9)$ 等都是腹板高度 x_i 的函数。弯矩和应力分布情况，见图 1-2。

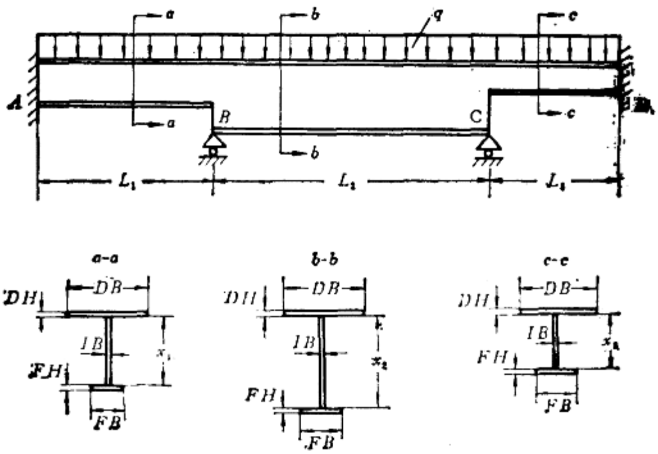


图 1-1 甲板纵桁

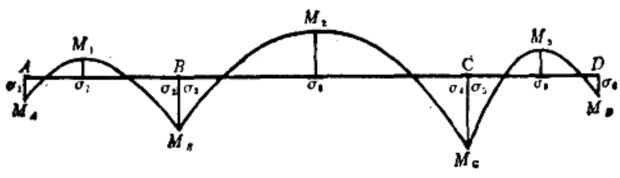


图 1-2 弯矩、应力分布图

根据分析得知，应选择适当的甲板纵桁腹板高度 x_i，使甲板纵桁所用的材料

$$F(X)=L_1\cdot IB\cdot x_1+L_2\cdot IB\cdot x_2+L_3\cdot IB\cdot x_3+FB\cdot FH\cdot(L_1+L_2+L_3)$$

最省，且满足非负条件和应力约束条件

$$g_1(X)=-x_1\leqslant 0$$

$$g_2(X)=-x_2\leqslant 0$$

$$g_3(X)=-x_3\leqslant 0$$

$$g_4(X)=\frac{|\sigma_1|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

$$g_5(X)=\frac{|\sigma_2|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

$$g_6(X)=\frac{|\sigma_3|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

$$g_7(X)=\frac{|\sigma_4|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

$$g_8(X)=\frac{|\sigma_5|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

$$g_9(X)=\frac{|\sigma_6|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

$$g_{10}(X)=\frac{|\sigma_7|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

$$g_{11}(X)=\frac{|\sigma_8|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

$$g_{12}(X)=\frac{|\sigma_9|}{[\sigma]}-1\leqslant 0$$

式中$[\sigma]$为许用应力

以上便是甲板纵桁结构优化设计的数学命题。

例二、如图1-3所示，某铝制箱形仓口盖板，已知长度 $l_0=600\text{cm}$，宽度 $b=60\text{cm}$，侧板板厚 $t_s=0.5\text{cm}$，面板板厚为 $t_f(\text{cm})$，高度为$h(\text{cm})$，承受最大的单位载荷$q=1000\text{kg/m}^2$，要求在满足强度、刚度和稳定性等条件下，设计一个重量最轻的结构。

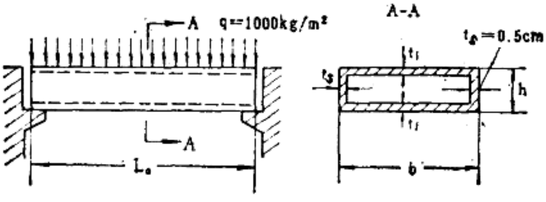


图 1-3 箱形盖板

箱形仓口盖板的截面惯性矩近似地取为

$$I=\frac{1}{2}bt_fh^2=30t_fh^2$$

由结构分析得箱形梁中各计算值为

最大剪应力为 $\tau_{\max}=\dfrac{Q}{2t_sh}=\dfrac{1800}{h}$

最大弯曲应力为 $\sigma_{\max}=\dfrac{Mh}{2I}=\dfrac{4500}{t_fh}$

式中，Q 为最大剪力，$Q=1800\text{kg}$

M 为最大弯矩，$M=270{,}000\text{kg}-\text{cm}$

面板中的屈曲临界应力为

$$\sigma_k=\frac{\pi^2\cdot E}{3(0.91-\nu^2)}\left(\frac{t_f}{b}\right)^2 \approx 700t_f^2$$

式中$E=7\times10^5\mathrm{kg/cm^2}$; $\nu=0.3$

最大挠度为

$$f=\frac{5}{384}\cdot qbl_0^4/EI=(56.2\times10^4/Et_fh^2)l_0$$

仓口盖板每厘米长度重量为

$W=\rho(120t_f+h)$

式中　ρ——材料比重(kg/cm³)

于是，箱形梁结构设计就变成下述优化设计问题，它的数学命题是选择一组

设计变量：$X=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}\left(\text{即}\begin{bmatrix}t_f\\h\end{bmatrix}\right)$

使箱形梁结构重量：$F(X)=W=120x_1+x_2$最小，且满足约束条件：

$g_1(X)=-x_1\leqslant0$

$g_2(X)=-x_2\leqslant0$

$g_3(X)=1-\{[\tau]/\tau_{\max}\}=1-0.25x_2\leqslant0$

$g_4(X)=1-\{[\sigma]/\sigma_{\max}\}=1-\left(\frac{7}{45}x_1x_2\right)\leqslant0$

$g_5(X)=1-\{\sigma_K/\sigma_{\max}\}=1-\left(\frac{7}{45}x_1^3x_2\right)\leqslant0$

$g_6(X)=1-\{[f]/f\}=1-\left\{\frac{1}{320}x_1x_2^2\right\}$

其中，$[\sigma]=700\mathrm{kg/cm^2}$; $[\tau]=450\mathrm{kg/cm^2}$；单位长度允许挠度$[f]/l_0=1/400$。

根据以上两个例子的分析，可以看出，最优化设计的数学命题应包含三个部分：

1. 设计变量

一个设计方案通常是用一组参数来表示的，不同类型的设计所用参数是各不相同的，但概括起来大致可以分为两类：一类是几何参数，如板的厚度，型材横截面积和间距等；另一类是物理参数，如应力、变形和结构固有频率等。这些参数根据设计的具体情况，部分可以预先给定。这些预先给定的参数被称为设计常量，如例一中腹板厚度和小翼板尺寸等就是预先给定的，所以它们就是设计常量。还有一类参数可能与其它参数之间有一定依赖关系，它们属于非独立变量。优化设计中所指的设计变量是指那些在设计中可供选择的独立变量，如例一中腹板高度x_i即为独立变量—设计变量。在最优化问题中设计变量的个数，称作该问题的维数。如把设计变量看成一个矢量，它由n个设计变量构成(如x_1, x_2, …, x_n)，我们可以把x_i看成是某矢量X沿n个坐标轴的分量，用矩阵表示成

$$X=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\\cdots\\x_n\end{bmatrix}=[x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]^T \tag{1-1}$$

矢量端点的坐标就是一个设计点，它代表一个设计方案。设计点的集合，称为设计空间。因为工程设计的设计变量只能是实数，所以称优化设计空间为实欧氏空间，记做 R^n，如用集合的概念，式(1-1)又可写成

$$X \in R^n$$

在优化设计过程中，将可以连续地取值的设计变量称为连续变量。然而，在许多工程实际问题中，设计变量只能选用某些离散的值。例如，只能选用材料规格中存在的尺寸，或者某些允许选用的尺寸，这样的设计变量被称作离散变量。离散化问题的最优解，理所当然是那些离散变量的最有利的组合的结果。

2．设计约束

在结构设计中，设计变量 $x_i(i=1, 2, \cdots, n)$的取值是要受到某些条件限制的，这些限制统称为设计约束。

设计约束类型　设计约束通常分为两大类，即几何约束和性能约束。所谓几何约束系指设计变量状态变化范围，如对板厚有 $t \geqslant 0$ 或 $t_{max} \geqslant t \geqslant t_{min}$，对型材间距有 $l_{max} \geqslant l \geqslant l_{min}$等。所谓性能约束，系指结构工作性能受到的限制条件，如结构必须满足强度、变形和稳定性条件等。

约束条件的数学表达式，可用不等式或等式表示，几何约束和性能约束表达式大多数是不等式形式。如再将结构分析时所用的平衡条件和变形连续条件也算在内的话，这类约束的表达式是以等式形式出现的。两类约束的数学表达式可以写成为

$$\left.\begin{array}{ll} g_i(X) \leqslant 0 & i=1, 2, \cdots, p \\ h_j(X)=0 & j=1, 2, \cdots, q \end{array}\right\} \tag{1-2}$$

3．目标函数

优化设计要求在多种因素下寻求使人最满意、最适宜的一组参数，从而使设计达到人们追求的目标。根据特定问题所追求的目标，用设计变量的数学关系式表达它，这就是优化设计的目标函数。对有 n 个设计变量的最优化问题，目标函数可以写成

$$F(X)=F(x_1, x_2, \cdots, x_n)。 \tag{1-3}$$

目标函数值是评价一个设计方案优劣程度的依据，故选择目标函数是优化设计过程中最为重要的决策之一。有的问题存在着明显的目标函数，如结构优化设计，最明显的目标函数是结构的重量和成本；有的则不然，目标函数并不是这样明显的。

一般情况下，目标函数值越小，设计方案就越优；然而有的问题不是追求目标函数极小值，而是追求目标函数的极大值。遇到这种情况，只要注意到求$(-F(X))$极小值和求 $F(X)$ 极大值是等价的这一点，就不难把求目标函数极大值问题转化成求目标函数极小值问题了。

工程实践中还可能遇到所谓多目标函数的情况，例如船舶结构设计要追求的目标不光是结构重量最轻，而且还要求造价最低，这无疑是一个多目标函数的优化问题。把重量函数用 $F_1(X)$ 表示，造价函数用 $F_2(X)$表示，由 $F_1(X)$和 $F_2(X)$ 构成广义目标函数为

$$F(X)=K_1F_1(X)+K_2F_2(X) \tag{1-4}$$

式中，$K_1+K_2=1$，K_1、K_2 为加权系数。

例三，对一艘给定任务和技术要求的干货船进行主尺度优选。该船的载重量为15,000吨，

货舱容积要求20,800米^3，选定柴油机的功率为7,200马力，续航力21,151海里。

在优化计算时取船舶长宽比$\frac{L}{B}$、方形系数C_B和吃水d为设计变量，其约束条件如下：

$$L \leqslant 150\text{米}$$

$$6.2 \leqslant \frac{L}{B} \leqslant 7.2$$

$$0.68 \leqslant C_B \leqslant 0.76$$

$$d \leqslant 9.5\text{米}$$

$$\frac{L}{D} \leqslant 14$$

$$GM \leqslant 1\text{米}$$

$$\tau > 13\text{秒}$$

$$\tau_B \geqslant 7\text{秒}$$

式中 D——型深(米)

GM——初稳性高(米)

τ——横摇周期(秒)

优化计算时可以视情况任意选择下述四种因素为目标函数：

1，试航速度 V_T 最高；

2，年货运量 FRT 最大；

3，投资回收年限$CRY\left(\frac{\text{船价}}{\text{利润}}\right)$最小；

4，每吨货物运输成本$CPT\left(\frac{\text{年总支出}}{\text{年货运量}}\right)$最低。

另外，还可以采用多目标决策方案，目标函数为

$$F = K_1 \frac{V_{T\max}}{V_T\left(\frac{L}{B},\ C_B, d\right)} + K_2 \frac{CRY\left(\frac{L}{B},\ C_B, d\right)}{CRY_{\min}} +$$

$$K_3 \frac{FRT_{\max}}{FRT\left(\frac{L}{B},\ C_B, d\right)} + K_4 \frac{CPT\left(\frac{L}{B}, C_B, d\right)}{CPT_{\min}}$$

式中加权系数 $K_1+K_2+K_3+K_4=1$

§1-3 结构优化问题的数学模型和几何描述

一 数学模型

综上所述，由设计变量、目标函数和设计约束条件等三大要素所构成的优化问题的数学命题——最优化问题数学模型，可以表示为：

无约束最优化问题：

$$\min\ F(X) \tag{1-5}$$
$$X \in R^n$$

式中，R^n 表示 n 维实欧氏空间。

约束最优化问题：

$$\min\ F(X)$$
$$X \in R^n$$
$$\text{s. t. } g_i(X) \leqslant 0 \quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ p \tag{1-6}$$
$$h_j(X)=0 \quad j=1,\ 2,\ \cdots,\ q$$

式中由 p 个不等式约束和 q 个等式约束规定了问题的可行域。

用最优化方法求得的一组设计变量

$$X^*=[x_1^*,\ x_2^*,\ \cdots,\ x_n^*]^T$$

表示了一个最优设计方案，称为最优设计点，对应有一个最优目标函数值

$$F^*=F(X^*)=F(x_1^*,\ x_2^*,\ \cdots,\ x_n^*)。$$

最优点和最优目标函数值两者构成了一个优化问题的最优解。

在最优化问题的数学模型中，倘若目标函数 $F(X)$ 和约束表达式 $g_i(X) \leqslant 0$ 和 $h_j(X)=0$ 都是设计变量 x_1，x_2，$\cdots$，x_n 的线性函数，这样的优化问题称为线性规划问题；否则，称为非线性规划问题。

船舶结构最优化问题的数学模型，当取结构最小重量为目标时，目标函数通常是线性的，而约束表达式是非线性的，这样的问题仍是非线性规划问题。我们知道解约束为非线性的规划问题比解约束为线性的规划问题要麻烦得多，如能用变量代换的技巧把约束函数变成线性的，则优化求解就会变得简单得多了。

例四、对图示简单拉伸杆建立优化数学模型

已知：外载荷 P，材料杨氏模量 E，许用应力$[\sigma]$，许用变形 $[\delta]$，材料密度 ρ。

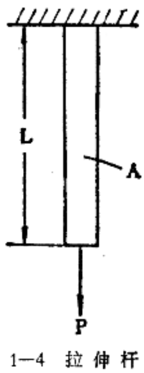


图 1—4 拉 伸 杆

取杆的横截面积 A为设计变量，杆的结构重量$W(A)$为目标函数，则优化数学模型为

$$\left.\begin{aligned} &\min\ W(A)=LA\rho \\ &\text{s. t.} \frac{P}{A} \leqslant [\sigma] \\ &\quad \frac{PL}{EA} \leqslant [\delta] \end{aligned}\right\} \tag{1-7}$$

以上问题，目标函数 $W(A)$是线性的，两个约束函数是非线性的，如取 $Z=1/A$为新的设计变量，将上式代换，则有

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{Min.} & W(Z)=L\dfrac{1}{Z}\rho \\
\text{s. t.} & ZP\leqslant[\sigma] \\
 & LPZ/E\leqslant[\delta]
\end{array}\right\} \tag{1-8}
$$

如此代换之后，问题(1-8)中的目标函数 $W(Z)$是非线性的，而约束条件是线性的使，原问题(1—7)变成关于变量 Z的二次规划问题。这样的变换对优化求解会带来很大的方便。

二　最优化问题的几何描述

最优化问题的数学模型可以进一步用几何描述的方法，直观地、形象化地理解它。

图1-5给出了例二箱形梁结构优化问题的图解。

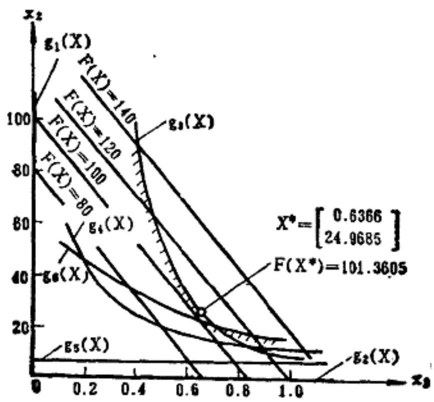


图 1-5　箱形梁优化设计结果

本例只有两个设计变量，是一个两维的优化问题，所以可以用一个平面图形来描述它。

1. 目标函数等值线

令目标函数 $F(X)$的值等于一系列的数值 C_1，C_2，…时，这个二维函数便在 $x_1 0 x_2$ 平面上得到相应的一系列平面曲线。这些平面曲线就是目标函数的等值曲线族。

本例目标函数 $F(X)$是线性的，如取 $C_1=80$，$C_2=100$，$C_3=120$，$C_4=140$，则在图1-5中对应的是四条平行的直线，这四条直线中任意一条就是相应的目标函数等值线。目标函数等值线的分布表示了目标函数值变化的情况。

2. 可行域与非可行域

我们知道，约束条件使设计变量选择受到限制。一切满足$g_i(X)\leqslant 0$的设计点的集合构成了优化问题的可行域。由图 1-5 看出，约束曲线 $g_5(X)=0$ 和 $g_6(X)=0$ 一起将 $x_1 0 x_2$ 平面分成两部分(以阴影线为分界线)，右上方所有各点都能满足约束要求，它们构成了优化问题的可行域；右下方的各点至少违反了一个约束，这些违反约束的点构成问题的非可行域。