

彈性与塑性理論

C. H. 尼基伏罗夫著

徐 芝 綸 等 譯

人 民 教 育 出 版 社

彈性與塑性理論

C. H. 尼基伏羅夫著
徐芝綸等譯

人民教育出版社

本書系根据苏联国立建筑書籍出版社 (Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре) 出版的技术科学博士尼基伏罗夫 (С. Н. Никифоров) 教授所著“彈性与塑性理論”(Теория упругости и пластичности) 1955 年版譯出。原書經苏联高等教育部审定为土建高等学校教科書。

本書講述彈性与塑性理論的要义,精簡了某些数学推演,而着重說明物理概念和工程应用。重要的章节多半附有土木建筑和水工建筑的实用例题,並將所得的結果与材料力学中已有的初等解答加以比較;在第四篇实用彈性理論中,除了板的弯曲以外,还講述了板的稳定,並介紹了用有限差計算板的方法,这是一般教科書里所沒有的。

本書可作为我国高等学校土建水利專業的教学参考書,也可以供土木建筑和水工建筑設計工程師們的参考。

彈性与塑性理論

С. Н. 尼基伏罗夫著

徐芝綸等譯

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

中华书局上海印刷厂印装

新华书店上海发行所发行

各地新华书店經售

統一书号 K 15010·315 开本 850×1168 1/32 印張 9 8/16

字数 227,000 印数 12,001—13,000 定价 (7) ¥ 1.10

1957 年 4 月第 1 版 1964 年 4 月上海第 7 次印刷

目 录

緒論	9
1. 概說	9
2. 彈性与塑性理論的發展簡史	12

第一篇 彈性理論的基本方程式

第一章 应力理論	19
----------------	----

§1. 数学彈性理論中所采用的基本假定	19
§2. 力与应力	20
1. 面力与体力	20
2. 应力的概念	21
3. 应力的記号与符号規則	22
§3. 平衡微分方程式. 剪应力的互等性	24
§4. 在彈性体内一点的应力状态	31
1. 斜面上的应力	31
2. 应力張量的概念	34
§5. 主应力. 应力状态的不变量	35

第二章 形变理論	38
----------------	----

§6. 彈性体内的位移与形变	38
1. 物体的約束. 位移	38
2. 線形变与角形变	39
3. 形变張量的概念	44
4. 体积形变	44
§7. 形变連續方程式	45

第三章 应力与形变之間的关系	50
----------------------	----

§8. 关于应力与形变之間的关系的一般見解	50
-----------------------------	----

§ 9. 用应力表示形变	52
1. 正应力与線形变之間的关系	52
2. 剪应力与剪变之間的关系	53
3. 应力与体积形变之間的关系	55
§ 10. 用形变表示应力	56

第二篇 应用彈性理論的基本方程式解答問題

第四章 論彈性理論問題的解答	58
§ 11. 解答彈性理論問題的兩種基本方法	58
1. 彈性理論問題的提法	58
2. 按应力求解彈性理論問題	59
3. 按位移求解彈性理論問題	60
§ 12. 彈性理論基本方程式中变数的变换	61
1. 用位移表明的平衡微分方程式	61
2. 用位移表明的边界条件	63
3. 在常体力情況下函数 θ 和 Θ 的性質	64
4. 在常体力情況下应力表明的連續方程式	66
第五章 最簡單的彈性理論問題	69
§ 13. 柱形直桿的純弯曲	69
§ 14. 常截面圓桿的扭轉	72
§ 15. 彈性理論問題的解答的唯一性。彈性理論的三类問題。初应力的概念	75

第三篇 彈性理論的平面問題

第六章 用直角坐标解答平面問題	78
§ 16. 平面形变	78
§ 17. 广义平面应力状态	82
§ 18. 按应力求解平面問題	85
1. 連續方程式变换为应力的方程式	85
2. 应力函数的引用	87
3. 平面問題的双諧方程式	90
§ 19. 半逆解法。多項式解答	91
§ 20. 平面問題方程式应用於具体例題。悬臂梁一端受力时的弯曲	97

1. 应力函数的选定	97
2. 各任意系数的确定	101
3. 位移的确定	103
§ 21. 森維蕊原理的論証	108
§ 22. 簡支梁在勻布載荷下的弯曲	111
§ 23. 三角形截面的壩	117
§ 24. 用三角級数求解平面問題。簡支梁受到依任何方式而变化的載荷时的 弯曲	124
第七章 用極坐标解答平面問題	134
§ 25. 用極坐标表示的平面問題方程式	134
1. 基本的概念和特征	134
2. 平衡微分方程式	135
3. 式位移与形变	139
4. 連續方程式。应力函数	141
5. 应力与形变之間的关系	142
6. 在应力与極角无关的情形下的解答	142
§ 26. 应用基本方程式解答問題。处于均匀压力下的厚壁管的計算(拉密与伽 道林的問題)	144
§ 27. 曲桿的純弯曲(郭洛文問題)	149
第八章 平面問題方程式的各种应用	152
§ 28. 被圓孔削弱了的条板的拉伸	152
§ 29. 加在半平面体边界上的集中力的作用	157
1. 应力表达式。应力函数	157
2. 半平面体的水平截面和鉛直截面上的应力	163
3. 多个集中載荷	168
4. 連續勻布載荷	169
5. 关于集中力对半空間体的作用的概念(布希涅斯克問題)	170
§ 30. 在頂点受載荷的楔	173
1. 楔在頂点受力时的压縮	173
2. 楔在頂点受力时的弯曲	175
3. 楔受別种情形的載荷	178
§ 31. 关于梯形截面壩的計算的概念(伽辽尔金院士的方法)	180
§ 32. 球形支座和圓柱形滾子的計算	185

1. 關於接触於一點的兩個彈性體的擠壓的概念(赫爾茨問題).....	185
2. 兩球體的擠壓.....	188
3. 兩個圓柱體的擠壓.....	190
§ 33. 兩圓柱體擠壓的問題作為彈性理論平面問題求解.....	191

第四篇 實用彈性理論

第九章 板的彎曲 197

§ 34. 基本概念與假設.....	197
1. 定義.....	197
2. 假設和由假設得來的推論.....	199
3. 板的類型.....	200
§ 35. 板順着柱面的彎曲.....	202
§ 36. 板的純彎曲.....	204
§ 37. 板的扭轉.....	208
§ 38. 板受到垂直於板平面的載荷而彎曲的一般情形.....	212
§ 39. 板的邊界條件.....	216
§ 40. 板的微分方程式的解答的最簡單情形。邊界固定的橢圓板.....	218
§ 41. 沿邊界鉸支、受連續載荷的矩形板的彎曲.....	222
1. 解答的一般程序.....	222
2. 連續勻布載荷.....	227
3. 表格的使用.....	228
§ 42. 兩個對邊用鉸支承而其餘兩邊具有任意邊界條件的矩形板的彎曲.....	231
§ 43. 用有限差的方法計算板.....	234
1. 四階微分方程式分解為兩個二階微分方程式.....	234
2. 與彈性薄膜的垂度相比擬.....	236
3. 用彈性網代替薄膜,而用有限差方程式代替微分方程式.....	238
4. 板的計算舉例.....	240
§ 44. 關於圓板的計算的概念.....	245

第十章 板的穩定 248

§ 45. 關於穩定的基本概念。研究時應用的方法.....	248
§ 46. 板受到橫向載荷和位於中間平面內的力的作用時,中間曲面的微分方程式.....	250
§ 47. 板的形變勢能.....	252

1. 弯曲时的形变能.....	252
2. 随同板的弯曲而發生的扭轉的形变能.....	253
3. 板的总形变能.....	253
§ 48. 全部邊緣支承、在一个方向被力壓縮的矩形板的穩定	254
1. 临界載荷的一般表达式.....	254
2. 在板边的各种不同比值下, 临界載荷的最小值的确定	256
3. 關於合理引用加勁肋条的見解.....	261
§ 49. 關於在縱邊緣的各种不同条件下單向受压的矩形板的穩定的概念.....	262
§ 50. 沿边界支承的矩形板在剪力作用下的穩定.....	266

第五篇 塑性理論初步

第十一章 微小彈塑性形变的理論	268
§ 51. 關於塑性問題的兩種不同提法的概念.....	268
§ 52. 單向应力状态下的基本关系式.....	271
§ 53. 論金屬的塑性形变的本質.....	275
§ 54. 在空間应力状态下与应力有关的基本概念.....	277
1. 应力張量及其分解为球面張量与应力离差。应力离差的不变量.....	277
2. 剪应力。八面体应力。应力強度.....	280
3. 關於应力指向張量的概念.....	284
§ 55. 在空間应力状态下各形变的关系式.....	284
1. 形变張量及其分解为形变球面張量与形变离差.....	284
2. 剪变強度。形变強度.....	286
3. 關於形变指向張量的概念.....	287
§ 56. 在彈性範圍内应力与形变之間的关系式的变换.....	287
§ 57. 塑性条件.....	289
§ 58. 關於塑性理論的任务的概念。簡單加载。主动变形与被动变形.....	290
§ 59. 微小彈塑性形变的理論.....	292
§ 60. 卸载定理.....	295
§ 61. 塑性理論問題的提出。彈塑性形变理論的基本方程式。解答方法.....	298
§ 62. 簡單塑性問題的解答举例.....	300
1. 桿的純弯曲.....	300
2. 圓截面桿的扭轉.....	302

彈性與塑性理論

C. H. 尼基伏羅夫著
徐芝綸等譯

人民教育出版社

本書系根据苏联国立建筑書籍出版社 (Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре) 出版的技术科学博士尼基伏罗夫 (С. Н. Никифоров) 教授所著“彈性与塑性理論”(Теория упругости и пластичности) 1955 年版譯出。原書經苏联高等教育部审定为土建高等学校教科書。

本書講述彈性与塑性理論的要义,精簡了某些数学推演,而着重說明物理概念和工程应用。重要的章节多半附有土木建筑和水工建筑的实用例题,並將所得的結果与材料力学中已有的初等解答加以比較;在第四篇实用彈性理論中,除了板的弯曲以外,还講述了板的稳定,並介紹了用有限差計算板的方法,这是一般教科書里所沒有的。

本書可作为我国高等学校土建水利專業的教学参考書,也可以供土木建筑和水工建筑設計工程師們的参考。

彈性与塑性理論

С. Н. 尼基伏罗夫著

徐芝綸等譯

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

中华书局上海印刷厂印装

新华书店上海发行所发行

各地新华书店經售

統一书号 K 15010·315 开本 850×1168 1/32 印張 9 8/16

字数 227,000 印数 12,001—13,000 定价 (7) ¥ 1.10

1957 年 4 月第 1 版 1964 年 4 月上海第 7 次印刷

目 录

緒論	9
1. 概說	9
2. 彈性与塑性理論的發展簡史	12

第一篇 彈性理論的基本方程式

第一章 应力理論	19
----------------	----

§1. 数学彈性理論中所采用的基本假定	19
§2. 力与应力	20
1. 面力与体力	20
2. 应力的概念	21
3. 应力的記号与符号規則	22
§3. 平衡微分方程式. 剪应力的互等性	24
§4. 在彈性体内一点的应力状态	31
1. 斜面上的应力	31
2. 应力張量的概念	34
§5. 主应力. 应力状态的不变量	35

第二章 形变理論	38
----------------	----

§6. 彈性体内的位移与形变	38
1. 物体的約束. 位移	38
2. 線形变与角形变	39
3. 形变張量的概念	44
4. 体积形变	44
§7. 形变連續方程式	45

第三章 应力与形变之間的关系	50
----------------------	----

§8. 關於应力与形变之間的非线性因素的一般見解	50
--------------------------------	----

§ 9. 用应力表示形变	52
1. 正应力与線形变之間的关系	52
2. 剪应力与剪变之間的关系	53
3. 应力与体积形变之間的关系	55
§ 10. 用形变表示应力	56

第二篇 应用彈性理論的基本方程式解答問題

第四章 論彈性理論問題的解答	58
§ 11. 解答彈性理論問題的兩種基本方法	58
1. 彈性理論問題的提法	58
2. 按应力求解彈性理論問題	59
3. 按位移求解彈性理論問題	60
§ 12. 彈性理論基本方程式中变数的变换	61
1. 用位移表明的平衡微分方程式	61
2. 用位移表明的边界条件	63
3. 在常体力情況下函数 θ 和 Θ 的性質	64
4. 在常体力情況下应力表明的連續方程式	66
第五章 最簡單的彈性理論問題	69
§ 13. 柱形直桿的純弯曲	69
§ 14. 常截面圓桿的扭轉	72
§ 15. 彈性理論問題的解答的唯一性。彈性理論的三类問題。初应力的概念	75

第三篇 彈性理論的平面問題

第六章 用直角坐标解答平面問題	78
§ 16. 平面形变	78
§ 17. 广义平面应力状态	82
§ 18. 按应力求解平面問題	85
1. 連續方程式变换为应力的方程式	85
2. 应力函数的引用	87
3. 平面問題的双諧方程式	90
§ 19. 半逆解法。多項式解答	91
§ 20. 平面問題方程式应用於具体例題。悬臂梁一端受力时的弯曲	97

1. 应力函数的选定	97
2. 各任意系数的确定	101
3. 位移的确定	103
§ 21. 森維蕊原理的論証	108
§ 22. 簡支梁在勻布載荷下的弯曲	111
§ 23. 三角形截面的壩	117
§ 24. 用三角級数求解平面問題。簡支梁受到依任何方式而变化的載荷时的 弯曲	124
第七章 用極坐标解答平面問題	134
§ 25. 用極坐标表示的平面問題方程式	134
1. 基本的概念和特征	134
2. 平衡微分方程式	135
3. 式位移与形变	139
4. 連續方程式。应力函数	141
5. 应力与形变之間的关系	142
6. 在应力与極角无关的情形下的解答	142
§ 26. 应用基本方程式解答問題。处于均匀压力下的厚壁管的計算(拉密与伽 道林的問題)	144
§ 27. 曲桿的純弯曲(郭洛文問題)	149
第八章 平面問題方程式的各种应用	152
§ 28. 被圓孔削弱了的条板的拉伸	152
§ 29. 加在半平面体边界上的集中力的作用	157
1. 应力表达式。应力函数	157
2. 半平面体的水平截面和鉛直截面上的应力	163
3. 多个集中載荷	168
4. 連續勻布載荷	169
5. 关于集中力对半空間体的作用的概念(布希涅斯克問題)	170
§ 30. 在頂点受載荷的楔	173
1. 楔在頂点受力时的压缩	173
2. 楔在頂点受力时的弯曲	175
3. 楔受別种情形的載荷	178
§ 31. 关于梯形截面壩的計算的概念(伽辽尔金院士的方法)	180
§ 32. 球形支座和圓柱形滾子的計算	185

1. 關於接触於一點的兩個彈性體的擠壓的概念(赫爾茨問題).....	185
2. 兩球體的擠壓.....	188
3. 兩個圓柱體的擠壓.....	190
§ 33. 兩圓柱體擠壓的問題作為彈性理論平面問題求解.....	191

第四篇 實用彈性理論

第九章 板的彎曲 197

§ 34. 基本概念與假設.....	197
1. 定義.....	197
2. 假設和由假設得來的推論.....	199
3. 板的類型.....	200
§ 35. 板順着柱面的彎曲.....	202
§ 36. 板的純彎曲.....	204
§ 37. 板的扭轉.....	208
§ 38. 板受到垂直於板平面的載荷而彎曲的一般情形.....	212
§ 39. 板的邊界條件.....	216
§ 40. 板的微分方程式的解答的最簡單情形。邊界固定的橢圓板.....	218
§ 41. 沿邊界鉸支、受連續載荷的矩形板的彎曲	222
1. 解答的一般程序.....	222
2. 連續勻布載荷.....	227
3. 表格的使用.....	228
§ 42. 兩個對邊用鉸支承而其餘兩邊具有任意邊界條件的矩形板的彎曲.....	231
§ 43. 用有限差的方法計算板.....	234
1. 四階微分方程式分解為兩個二階微分方程式.....	234
2. 與彈性薄膜的垂度相比擬.....	236
3. 用彈性網代替薄膜,而用有限差方程式代替微分方程式	238
4. 板的計算舉例.....	240
§ 44. 關於圓板的計算的概念.....	245

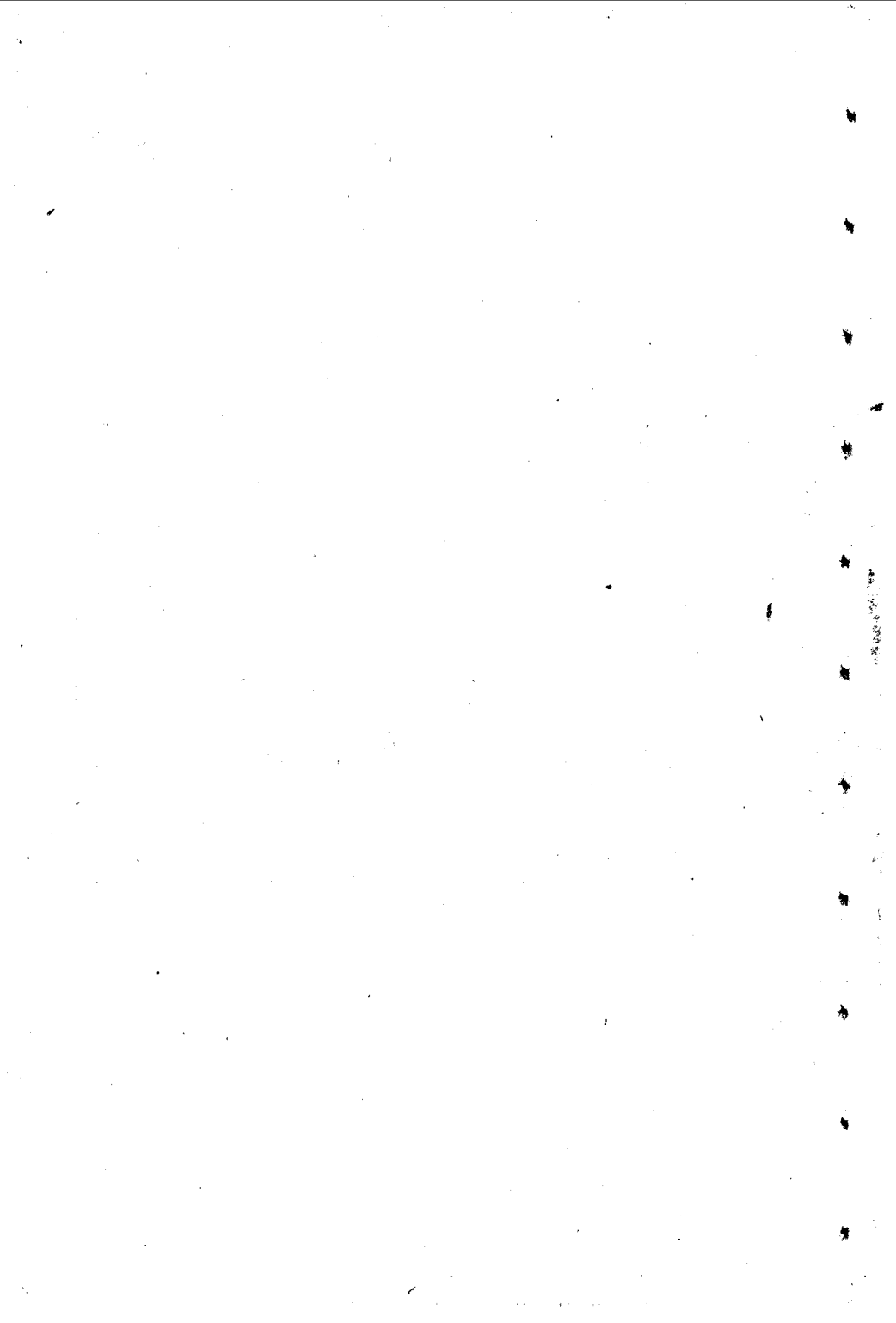
第十章 板的穩定 248

§ 45. 關於穩定的基本概念。研究時應用的方法.....	248
§ 46. 板受到橫向載荷和位於中間平面內的力的作用時,中間曲面的微分方程式.....	250
§ 47. 板的形變勢能.....	252

1. 弯曲时的形变能.....	252
2. 随同板的弯曲而發生的扭轉的形变能.....	253
3. 板的总形变能.....	253
§ 48. 全部邊緣支承、在一个方向被力壓縮的矩形板的穩定	254
1. 临界載荷的一般表达式.....	254
2. 在板边的各种不同比值下, 临界載荷的最小值的确定	256
3. 關於合理引用加勁肋条的見解.....	261
§ 49. 關於在縱邊緣的各种不同条件下單向受压的矩形板的穩定的概念.....	262
§ 50. 沿边界支承的矩形板在剪力作用下的穩定.....	266

第五篇 塑性理論初步

第十一章 微小彈塑性形变的理論	268
§ 51. 關於塑性問題的兩種不同提法的概念.....	268
§ 52. 單向应力状态下的基本关系式.....	271
§ 53. 論金屬的塑性形变的本質.....	275
§ 54. 在空間应力状态下与应力有关的基本概念.....	277
1. 应力張量及其分解为球面張量与应力离差。应力离差的不变量.....	277
2. 剪应力。八面体应力。应力強度.....	280
3. 關於应力指向張量的概念.....	284
§ 55. 在空間应力状态下各形变的关系式.....	284
1. 形变張量及其分解为形变球面張量与形变离差.....	284
2. 剪变強度。形变強度.....	286
3. 關於形变指向張量的概念.....	287
§ 56. 在彈性範圍内应力与形变之間的关系式的变换.....	287
§ 57. 塑性条件.....	289
§ 58. 關於塑性理論的任务的概念。簡單加载。主动变形与被动变形.....	290
§ 59. 微小彈塑性形变的理論.....	292
§ 60. 卸载定理.....	295
§ 61. 塑性理論問題的提出。彈塑性形变理論的基本方程式。解答方法.....	298
§ 62. 簡單塑性問題的解答举例.....	300
1. 桿的純弯曲.....	300
2. 圓截面桿的扭轉.....	302



緒 論

1. 概 說

按照高等建築工業學校的教學計劃，彈性與塑性理論是一門學科，其中講述兩方面的初步知識：(1)彈性理論；(2)塑性理論。

彈性理論中研究力對彈性體的作用，分析這時所發生的應力和形變。

最近，在塑性理論的發展上，獲得了特別大的成就。在這裡，不限於研究物體的彈性應力狀態，還考察它在進一步受力而隨着有塑性形變出現和發展時的表現。在高等建築工業學校中，學習彈性與塑性理論的最終的實用目的是使一個工程師有可能推想物體在通常工作情況下以及在極限情況下的應力狀態。這也就使他能夠確保建築物、機械結構的強度、剛度和穩定性，同時也能夠最合理地使用那些修建和製造時所需用的材料。

如我們所見，本學科的任务和材料力學相同，但是，問題的提法却不同。為着了解這一點，試將計算時所遇到的物體按它們的形狀加以考察。

所有一切物體可以按它們的形狀分為四類：



圖 1.

(1) 一個尺寸超過其他兩個(橫向)尺寸很多倍的物體；這就是所謂梁或是桿(圖 1)。

(2) 兩個尺寸遠大於第三個尺寸(厚度)的物體。如果這樣一個物體是由平行的兩個平面界成的，就稱為板，厚度很小的就稱為