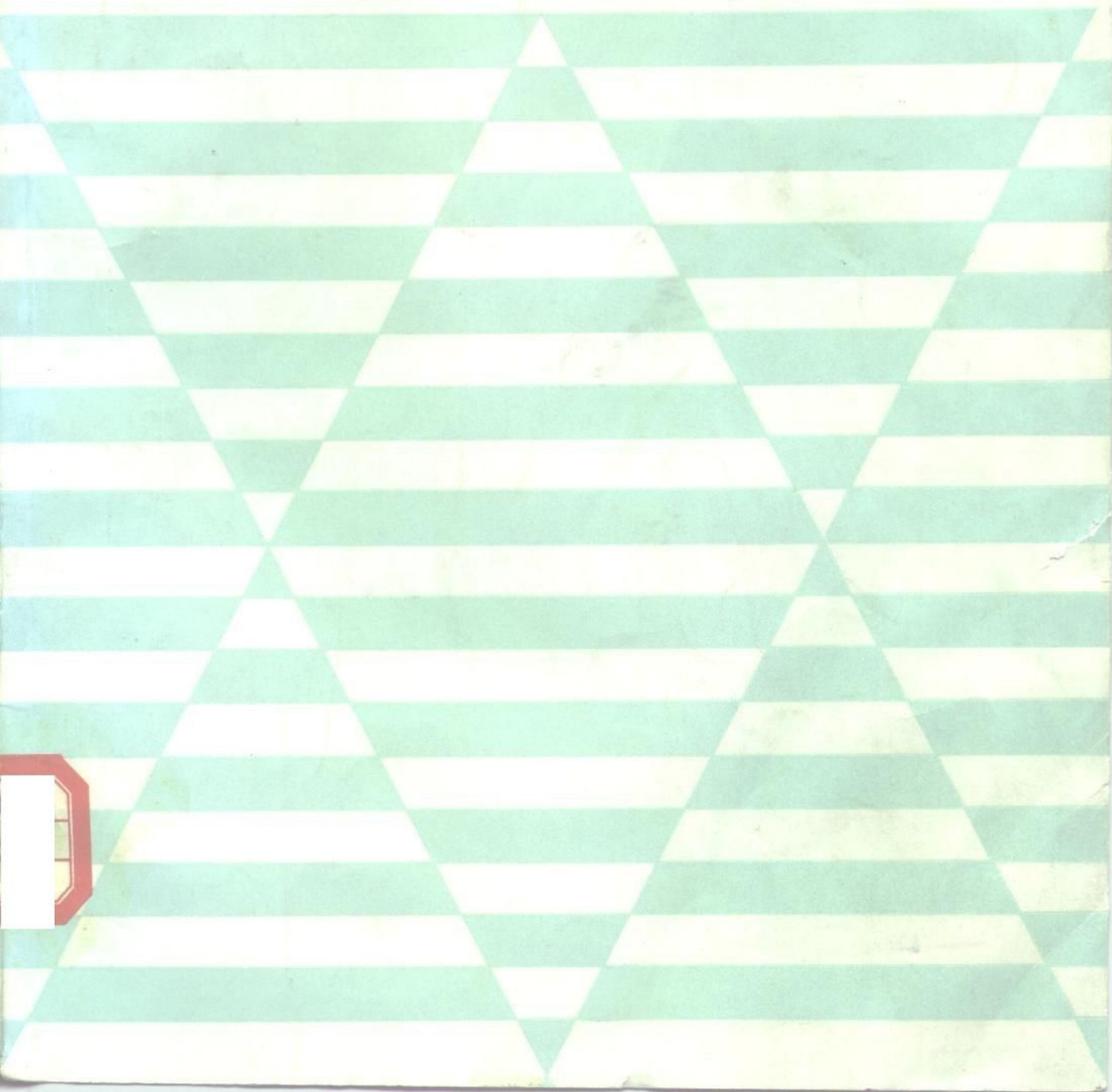


# 仪器计量误差理论

金麟孙 编著 上海科学技术出版社



# 仪器计量误差理论

金麟孙 编著

上海科学技术出版社

## 内 容 提 要

充分发挥仪器作用,提高计量精确度,设计高质量仪器,是工农业生产、科学实验的重要课题。误差理论的数学程度较深,计量和实验人员难以掌握,而实际常遇到的非正态分布半系统误差,以正态分布为基础的古典误差理论又不能解决。本书作者是从事电子、电工仪器计量和误差理论研究的高级工程师,从计量工作如何应用误差理论这一角度出发,联系实际通俗地介绍误差理论,对半系统误差提出了切合实际的处理方法,并通过实例介绍了一些行之有效的表格。

本书是从事计量、实验和仪器设计工作的技术人员必备的工具书,亦可作大学仪器、测量专业的误差理论课教材和参考读物。

封面设计 王 俭

## 仪 器 计 量 误 差 理 论

金麟孙 编著

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 松江科技印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 15.25 字数 362,000

1983 年 2 月第 1 版 1983 年 2 月第 1 次印刷

印数 1—9,300

统一书号: 13119·1055 定价: (科五) 1.75 元

# 目 录

|      |                     |     |
|------|---------------------|-----|
| 第一章  | 概论                  | 1   |
| 第二章  | 误差与测量               | 3   |
| 第一节  | 误差产生的原因             | 3   |
| 第二节  | 测量与测量方法             | 3   |
| 第三节  | 检定与检定方法             | 5   |
| 第三章  | 误差定义及表示方式           | 7   |
| 第一节  | 误差的分类               | 7   |
| 第二节  | 误差的定义               | 7   |
| 第三节  | 仪器和量具的误差表示方式        | 10  |
| 第四节  | 固有误差、工作误差、基本误差、附加误差 | 12  |
| 第四章  | 误差性质                | 17  |
| 第一节  | 系统误差                | 17  |
| 第二节  | 偶然误差                | 20  |
| 第三节  | 偶然误差的误差方程式          | 21  |
| 第四节  | 衡量偶然误差大小的数字特征       | 29  |
| 第五节  | 极限误差与最大极限误差         | 33  |
| 第六节  | 半系统误差               | 40  |
| 第七节  | 系统误差与偶然误差之间关系       | 44  |
| 第五章  | 直接测量的误差计算           | 45  |
| 第一节  | 算术平均值               | 45  |
| 第二节  | 用剩余误差求均方根误差         | 47  |
| 第三节  | 变化系统误差的判别           | 50  |
| 第四节  | 存在变化系统误差时求均方根误差     | 56  |
| 第五节  | 均方根误差的均方根误差         | 58  |
| 第六节  | 用极差法和最大剩余误差法求均方根误差  | 59  |
| 第七节  | $n$ 少时求算术平均值的极限误差   | 61  |
| 第八节  | 阿仑方差                | 64  |
| 第九节  | 粗大误差及其判断            | 72  |
| 第十节  | 均方根误差公式的证明          | 79  |
| 第十一节 | 直接测量数据处理程序          | 83  |
| 第六章  | 间接测量的误差分析           | 84  |
| 第一节  | 独立自变量函数的误差计算        | 84  |
| 第二节  | 偶然误差为非正态分布时求极限误差    | 96  |
| 第三节  | 自变量相关时偶然误差的合成       | 105 |
| 第四节  | 半系统误差的合成            | 108 |
| 第五节  | 不同性质误差的合成方法         | 109 |

|              |     |
|--------------|-----|
| 第三节 定度误差的计算  | 209 |
| 第四节 定度标准的选择  | 211 |
| 附录           | 217 |
| 一、拉普拉斯函数表    | 217 |
| 二、 $t$ 分布表   | 219 |
| 三、电压增益分贝数换算表 | 220 |
| 四、电压衰减分贝数换算表 | 224 |
| 五、功率增益分贝数换算表 | 228 |
| 六、功率衰减分贝数换算表 | 230 |
| 七、平方表        | 232 |
| 八、平方根表       | 234 |
| 参考资料         | 238 |

# 第一章 概 论

误差理论是测量和计量工作的基础理论。它主要研究测量误差(如系统误差、偶然误差、粗大误差等)的性质、特点及其所服从的规律和运算方法。

随着科学技术的发展,对测量和计量工作提出了更高的要求,所遇到的实际问题,远比以前以正态分布为基础的古典误差理论复杂。实际上存在着非正态分布的偶然误差,特别是非正态分布占优势的误差。而仪器说明书所规定的允许误差是包括系统误差和偶然误差的极限误差。因此,近年来围绕了以上实际问题,进行了不少探讨工作,发表了不少研究文章。本书在古典理论基础上,汇集了这方面的有关成果,其中也有作者本人所提出的一些见解。

误差理论和它的实际应用是紧密地联系的,本书所举实例偏重于无线电和电工计量。有人错误地认为学会误差理论,就能对各种测量的误差进行分析和计算了,其实不然,误差理论仅概括地指出误差的性质、计算方法以及数据处理的程序等,对具体的测量项目或仪器可能存在的误差因素,还必须联系专业知识来解决,否则很难得出一个合理的测量方法,以及分析出一台仪器的各项误差因素从而估计其精度等。但是,误差理论又是解决这些实际问题的理论基础,学习误差理论对解决生产实际问题是有指导意义的。下面就举些例子来说明误差理论在计量与仪器设计工作中的意义:

① 正确地得出检定结论与测量结果 误差理论是消除与减小各种误差,有效地利用测量数据,进行正确处理,使得出的测量结果精确度相对来说最高的理论基础。例如,用电压表测量出一组电压数据,那一个数作为测量结果的精确度相对来说最高;如果被测量的量包括几个未知数时,又如何处理?这些都须根据误差理论来选择与处理。

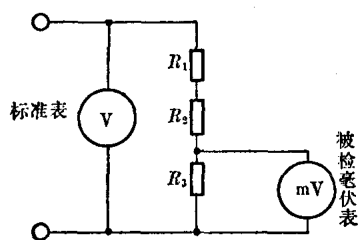


图 1-1

如图 1-1 所示的毫伏表检定线路,如何利用检定数据作出反映被检仪器实际误差情况的检定结论,如何作修正值,如何提高被检仪器的精确度等,也须以误差理论为依据来处理。

② 估计测量结果和检定数据的精确度 估计测量结果的精确度,是测量工作中的一个重要环节。如果测量结果的精确度不能确定,这样的测量结果从某种意义上讲是没有任何实用价值的。另外,在检定工作中也要求计算检定误差,以确定修正值的精确度和使用修正值后仪器实际上能达到的精确度。

③ 提供测量方法与仪器检定方法的理论依据 为了适应生产、科研和计量工作的需要,经常要设计新的测量方法和拟制仪器新的检定规程。在设计这些新的测量方法时,要用误差理论提供理论依据,合理地将总误差分配到各个因素引起的分项误差中去;合适地选择测量仪器的精确度(过高的精确度会造成浪费,过低的精确度又不能满足总精确度的要求);并合理地确定测量的具体要求与步骤等。

④ 在建立计量标准和设计仪器时的应用 在建立计量标准和设计仪器时,要选择各种

技术方案,其中一点就是要考虑按那一个方案制造出的计量标准和仪器的精确度高,这就要用到误差理论。另外,误差理论为这些计量标准与仪器如何进一步减小误差,提高精确度指出一些方向。

⑤ 在仪器与计量工作中的一些其他问题中的应用 例如,检定时对标准表的精确度的选择,如何确定被检仪器是否合格,生产仪器时如何进行仪器定度,定度误差如何计算,都需用到误差理论。

## 第二章 误差与测量

### 第一节 误差产生的原因

要完成对某参数的测量,必须要有测量仪器、测量方法和测量人员,这三方面都可能使测量造成误差。按误差产生的原因来分,误差有以下几种:

1. 仪器误差 由所用的测量仪器和量具所产生的误差。仪器误差主要是仪器制造时所用的元件、零件的加工和装配,以及寄生参数的影响所造成;定度时标准仪器本身的误差;以及定度方法等也是产生仪器误差的原因。

2. 安装调整误差 如仪器安装不正确、引线过长、接地不良以及操作不正确等,使仪器工作不正常或指示不准所造成的误差。

3. 人为误差 如视差,读数读得过早或过迟等原因所造成的误差。

4. 方法误差(理论误差) 间接测量时,将直接测量所得数据代入计算公式,计算出最后结果。如果计算公式本身就是一个近似公式,则计算公式本身就有一定误差,这种误差称为方法误差或称理论误差。例如,LC振荡回路的谐振频率,严格来说是

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot \frac{1-r_L^2 C/L}{1-r_C C/L}},$$

而我们取近似值  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , 就存在理论误差。

5. 环境误差 周围环境,如温度、湿度、大气压力等因素的影响使仪器内部工作状态改变而引起的误差,习惯上称为环境误差。

### 第二节 测量与测量方法

用各种测量方法进行测量时的数据处理与误差计算是误差理论的主要内容之一。作为测量结果应包括被测量的量值和该量值的误差二部分。下面首先简要地介绍各种测量方法与检定方法,以便能更好地研究在进行这些测量与检定工作时的误差计算。

1. 测量与测量分类 用实验方法找出物理量的量值叫测量,它确定被测量的量值是该物理量单位的若干倍数,或是几分之一。

测量可以从不同的角度出发进行分类。例如,从被测的物理量的物理性质进行分类,将测量分为长度、热学、力学、电磁、无线电、时间频率、放射性、光学、声学、化学等十个方面的测量。

从测量方法出发进行分类,分为直接测量、间接测量、组合测量。

2. 直接测量 从实验数据中直接得出物理量的量值的测量,叫直接测量。直接测量的特点是简便。直接测量,可用下式表示:

$$y = x. \quad (2.2.1)$$

$y$  是被测量的量值;  $x$  是由实验数据中直接测得的量值。进行直接测量时的数据处理将在第五章详细讨论。

3. 间接测量 例如, 消耗在电阻上的功率  $P$  与电流  $I$  和电阻值  $R$  之间的关系式为  $P = I^2 R$ 。假若我们要测量功率  $P$ , 则可通过测量出电流  $I$ , 电阻  $R$  值, 而计算出功率值  $P$ 。这种测量方法叫间接测量。也就是说, 在测量时, 直接测量的量不是被测量的本身, 而是和被测量有一定函数关系的其他的量, 而被测量的量值, 可以按关系式计算出来。设被测量  $z$  是直接测量所测得的量  $x$ 、 $y$  的函数, 则  $z = z(x, y)$ , 通过测得  $x$ 、 $y$  的量值就可计算出  $z$  的量值。

为了更清楚说明间接测量, 有的文献<sup>[1]</sup>将测量目的与测量对象, 从概念上加以区别, 测量目的(即未知数)是指最终我们所要求的那个量; 测量对象(即被测的参数)是指直接测量的那个辅助量, 是用来求未知数的。前面例子中,  $P$  是测量目的,  $I$  和  $R$  是测量对象。在直接测量时测量目的和测量对象是一致的。在间接测量与组合测量时测量目的和测量对象是不一致的。

间接测量常在由于某种原因无法使用直接测量法时采用。在仪器检定工作中, 由于缺乏应有的标准量具或标准仪器, 无法用整体检定法检定仪器时, 则采用分部检定法, 分部检定法是间接测量在检定工作中的应用。间接测量时的数据处理将在第六章详细讨论。

4. 组合测量 在直接测量与间接测量中, 测量目的只有一个, 而当测量目的有数个时, 则需要通过组合测量解联立方程式, 求得被测量的值。方程式组根据测量条件或这些被测量的组合列出。

[例 1] 现举一个改变测量条件的组合测量例子。在检定标准电阻时, 需要测量标准电阻的温度系数  $\alpha$ 、 $\beta$  和温度为  $20^\circ\text{C}$  时的电阻值  $R_{20}$ , 而在各温度下的电阻值与  $R_{20}$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  有如下关系:

$$R_t = R_{20} + \alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2. \quad (2.2.2)$$

我们在不同温度下测量电阻, 可以得到下列方程式组:

$$\left. \begin{aligned} R_{t1} &= R_{20} + \alpha(t_1 - 20) + \beta(t_1 - 20)^2; \\ R_{t2} &= R_{20} + \alpha(t_2 - 20) + \beta(t_2 - 20)^2; \\ &\dots\dots\dots \\ R_{tn} &= R_{20} + \alpha(t_n - 20) + \beta(t_n - 20)^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.2.3)$$

$R_{t1}$ ,  $R_{t2}$ , ...,  $R_{tn}$  为直接测得的数值(测量对象), 而  $R_{20}$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  为这次测量所需求的量值(测量目的), 可以用最小二乘法求解方程式得出。在此例中, 方程式形式不变, 即被测量的组合形式不变, 而只改变测量条件。

[例 2] 现举一个测量条件不变, 而改变被测量的组合形式的组合测量例子。某计量部门的直流电压标准为一等标准电池组, 由 5 只一等标准电池组成, 除定期送国家计量部门由伏特工作基准对其进行检定外, 本部门定期对这些标准电池进行相互比对, 以观察这些标准电池的稳定性。

设这些标准电池编号为一、二、三、四、五号, 其电动势为  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ 、 $E_4$ 、 $E_5$ 。比对时, 采用差值替代法, 并用多种形式的组合进行比对, 如下列方程式:

$$\left. \begin{aligned} E_1 - E_2 &= \Delta E_{12}; \\ &\dots\dots\dots \\ E_1 - E_5 &= \Delta E_{15}; \\ E_2 - E_3 &= \Delta E_{23}; \\ &\dots\dots\dots \\ E_4 - E_5 &= \Delta E_{45}. \end{aligned} \right\} \quad (2.2.4)$$

因是相互对比,只需求出各电动势之间的相对数值就可以,故可假定其中  $E_1$  为已知值,用最小二乘法,对上面方程式组求解,求出各电动势的相对值为:

$$E_1; E_2 = E_1 + e_2; E_3 = E_1 + e_3; E_4 = E_1 + e_4; E_5 = E_1 + e_5。$$

其中  $e_2, e_3, e_4, e_5$  为测得的具体数值。进行组合测量时的数据处理见第八章。

### 第三节 检定与检定方法

1. 检定 为了保证仪器和量具的精确度,保证量值统一与量值正确传递,就必须逐级地对下一级标准仪器或工作仪器、量具进行检定。检定就是要确定被检仪器或量具的各项技术指标是否满足规定要求,其中最主要的是精确度。因此,检定要对被检仪器的各项技术指标(当然也可以选择一些重要的技术指标)进行测量,而其测量误差要比被检指标的额定容许误差小得多。因此,从测量来看检定一般来说也是一种精密测量,检定方法实质上是测量方法在检定工作中的应用。

2. 整体检定法 仪器和量具在测量时的误差,是仪器或量具的各误差因素所引起的各误差值的总和,也就是总误差。仪器和量具的额定容许误差就是指仪器和量具的总误差不应超过这个额定值。检定时,把仪器和量具作为一个整体,根据它的测量值与标准仪器示值之间的差来判定量具与仪器的总误差是否超过额定值,以此来判定此量具或仪器是否合格,这种检定方法叫整体检定法,这是常用的检定方法。

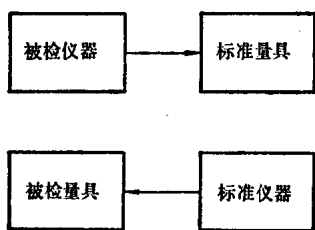


图 2-1

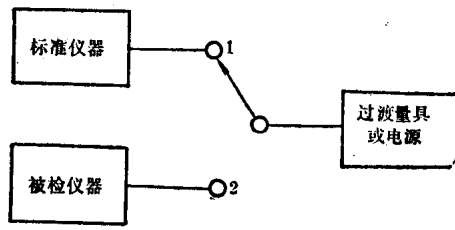


图 2-2

整体检定法的检定方框图如图 2-1、2-2 所示。设被检仪器示值(或被检量具标称值)为  $A$ , 标准仪器示值(或标准量具标称值)为  $A_0$ , 可得到被检仪器(或被检量具)的绝对误差  $\Delta$  和额定相对误差  $\delta$ :

$$\Delta = A - A_0, \quad (2.3.1)$$

$$\delta = \frac{\Delta}{A} = \frac{A - A_0}{A}。 \quad (2.3.2)$$

这误差就是被检仪器的总误差,它包括系统误差和偶然误差。按整体检定法进行检定时的数据处理,将在第十章讨论。

3. 分部检定法 首先,分析仪器产生误差的各因素,然后测出每个误差因素所产生的误差值,最后计算出总误差,以此来判定该仪器是否合格,这种检定方法叫分部检定法。

例如,用分部检定法对微波测量线进行检定。先是分析出引起测量线产生误差的因素有三个:探针在测量时耦合不均匀性;测量线本身的剩余反射;测量线探针电导的旁路作用。然后,测出三个因素各自产生的误差值  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ , 最后根据误差的性质,求出总误差为

$$\delta_x = \pm (\sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2} - \delta_3), \quad (2.3.3)$$

或

$$\delta_2 = |\delta_1| + |\delta_2| + |\delta_3|。 \quad (2.3.4)$$

又如电工计量中,对低精度的直流电桥检定可以用整体检定法,但对高精度直流电桥,

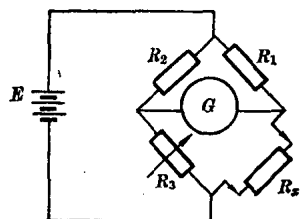


图 2-3

由于没有精度更高的精密电阻箱作标准,因此,无法采用整体检定法,只能采用元件检定法。对电桥的每个元件进行测定是否合格,再来判定仪器是否合格。这种元件检定法属分部检定法。

进行分部检定法的步骤如下:

① 列出仪器示值与其他量的函数关系,并列出误差关系式。例如,要用分部检定法检定直流电桥(图 2-3),首先列出仪器示值与其他量的函数关系:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3。 \quad (2.3.5)$$

$R_1$  与  $R_2$  为比例臂;  $R_3$  为读数臂。其误差关系式为:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_2}{R_2}。 \quad (2.3.6)$$

② 列出误差关系式以外的独立的误差因素。这是进行分部检定法关键而又难掌握的一点,切勿疏忽,否则要造成分部检定法的不准确。例如,有些仪器由于电源不稳定而产生的误差在误差关系式中看不出的,因此,分析误差时容易被忽略掉了。

③ 列出总的误差关系式,将所有误差加在一起。

④ 对各个误差因素所造成的误差值进行测量,并计算出总误差。根据计算出的总误差来判别该仪器是否合格。

⑤ 用实验进行旁证。在第一次对某类仪器设计出分部检定法时,最好用其他检定方法(例如整体检定法或者比对法)进行复核与旁证,看它是否有重大的独立误差因素被忽略了。经过这一步,可使该分部检定法更完善,更可靠。

4. 组合检定法 在实际检定中,可能遇到被检定的参数有二个以上的情况,这就须解方程式组来确定被检参数的实际值和误差。

例如,被检量具是一个标准电阻线圈,该标准电阻线圈就有三个参数,  $t=20^{\circ}\text{C}$  时的电阻值  $R_{20}$  及电阻温度系数  $\alpha$ 、 $\beta$ ,而三者又是密切相关的。因此检定时,须同时检定这三个值是否准确。又如被检的是一套砝码,或标准电容之类的一套量值不同的量具组,而标准量具只有少数几个量值,须通过这几个标准量具与被检量具的各种组合相比较,确定每个被检量具的实际值与误差。这种利用组合测量法进行的检定方法叫组合检定法。关于进行组合检定时的数据处理,将在第八章讨论。

5. 比对法 精确度比较接近并具有相同的物理量的基准、标准或测量设备之间互相比较量值的方法称为比对法。比对法也是一种计量方法。

通过比对可以肯定二者的一致性,或发现系统误差,并可验证新的测量方法。在一般的量值传递中,比对法不如整体检定和分部检定等计量方法用得经常,但在建立国家最高计量标准(即基准器),国际间组织各国基准器间比对,精密仪器间的比对应常采用。

## 第三章 误差定义及表示方式

### 第一节 误差的分类

为了便于研究,须将误差进行分类。误差的分类可从不同的角度进行,下面介绍三个不同角度的分类。

1. 按误差的性质来分类

① 偶然误差(又称随机误差), ② 系统误差(包括半系统误差), ③ 粗大误差(简称粗差)。

2. 按产生误差的条件来分类

① 固有误差, ② 工作误差, ③ 基本误差, ④ 附加误差(无线电仪器称为变动量)。

3. 按误差产生的原因来分类

① 仪器误差, ② 安装调整误差, ③ 人为误差, ④ 方法误差, ⑤ 环境误差。

从误差分析来看最感兴趣的是从误差性质出发分类的三种误差, 这是我们研究误差理论的基础。这三种误差的性质与特点是本书将要详细讨论的内容。

### 第二节 误差的定义

要正确使用仪器,就需要知道仪器的各项技术指标,其中重要的一项技术指标是额定允许误差。它是估计使用该仪器时可能产生误差的程度。额定允许误差在仪器说明书中都有明确规定,例如 $\pm 0.5\%$ 、 $\pm 1\%$ 等。 $\pm 0.5\%$ 、 $\pm 1\%$ 究竟表示什么意思呢?不同的仪器是有不同的含义的。因此,我们要把说明书中规定的误差含义搞清楚,是很有必要的。另外,作为仪器的检定人员与修理人员,了解这些误差的含义也很必要,这是根据检定结果计算被检仪器的实际误差,正确判定被检仪器是否合格的依据。

误差的定义与具体仪器误差的表示方式是根据各种不同仪器的特点而规定的,因此我们在熟悉各种误差定义与表示方式时,最好能联系仪器特点来理解,从而知道为什么这类仪器的误差用这种方式表示。

下面先介绍误差的一般定义与特点,然后具体地介绍各类仪器的误差表示方式。

#### 一、绝对误差的定义与特点

1. 绝对误差的定义 测量结果  $A$  与被测量真值  $A_0$  之间的差值称为绝对误差:

$$\Delta = A - A_0. \quad (3.2.1)$$

对测量仪器而言,指示值为  $A$ ,被测量的真值为  $A_0$ , $\Delta$  是用该仪器进行测量时的绝对误差。对供给量仪器或电阻、电容之类量具而言,标称值(额定值)为  $A$ ,量具(或电阻、电容)的真值为  $A_0$ 。

如绝对误差  $\Delta$  为已知值,则

$$A_0 = A - \Delta = A + C, \quad (3.2.2)$$

$$C = -\Delta, \quad (3.2.3)$$

$C$  为修正值。修正值的绝对值与绝对误差相等,但符号相反。以上定义适用于长、热、力、电等各种测量。

## 2. 绝对误差的特点

- ① 绝对误差是名数,是有单位量纲的,因此其数值大小与所取单位有关;
- ② 能反映出误差大小与方向;
- ③ 不能更确切地反映出测量工作的精细程度。

例如用波长表测量 100 kHz 的标准频率,波长表测得量值为 101 kHz,因此绝对误差

$$\Delta = 101 - 100 = 1 \text{ kHz}。$$

用另一波长表测量 1 MHz 标准频率,绝对误差

$$\Delta = 1.001 - 1 = 0.001 \text{ MHz} = 1 \text{ kHz}。$$

二个波长表的绝对误差虽然相同,但显然后一个波长表测量精确度高,因为后者测量 1 MHz 时才差 1 kHz,而前者测 100 kHz 时就差 1 kHz。由于绝对误差对测量的精细程度不能确切地反映出来,所以除了用绝对误差外,还常应用相对误差。

3. 真值  $A_0$  被测量本身所具有的真实大小称之为真值。真值是客观存在的,但对真值的认识,只能随着生产斗争与科学实验的发展,测量精确度的不断提高,无限地接近于真值。在实际计算误差时,常以更高一级的标准仪器的示值近似地作为“真值”(称为实际值),代入公式进行计算,这是合理的。所以实际工作中实际值与真值不再区分开来。

## 二、相对误差的定义与特点

1. 相对误差的定义 绝对误差与约定值之比为相对误差。约定值可以是被测量的实际值、示值(或量具的标称值)或仪器的满刻度值。因此,常见的相对误差的表示方法有三种。

1) 实际相对误差  $\delta_{\text{实}}$  设  $\Delta$  为绝对误差,实际相对误差则为

$$\delta_{\text{实}} = \frac{\Delta}{A_0}。 \quad (3.2.4)$$

即误差用被测量实际值的百分比来表示,其绝对误差相当于实际值的百分之几。

[例 1] 用波长表 A 测量 100 kHz 的标准频率,其示值为 101 kHz,另一个波长表 B 测量 1 MHz 的标准频率,其示值为 1.001 MHz,求二个波长表的实际相对误差。

解:对波长表 A,已知其  $A_0 = 100 \text{ kHz}$ ,  $A = 101 \text{ kHz}$ ,则绝对误差

$$\Delta = A - A_0 = 101 - 100 = 1 \text{ kHz},$$

$$\delta_{\text{实}} = \frac{\Delta}{A_0} = \frac{1}{100} = 1\%。$$

对波长表 B,已知其  $A_0 = 1 \text{ MHz}$ ,  $A = 1.001 \text{ MHz}$ ,  $\Delta = 0.001 \text{ MHz} = 1 \text{ kHz}$ ,

$$\delta_{\text{实}} = \frac{\Delta}{A_0} = \frac{0.001}{1} = 0.1\%。$$

两个波长表绝对误差都是 1 kHz,但相对误差不等,说明相对误差能反映测量工作的精细程度。

若已知道相对误差数值,即可算出绝对误差,

$$\Delta = \delta_{\text{实}} \cdot A_0 \quad (3.2.5)$$

2) 标称相对误差  $\delta_{\text{标}}$  设  $A$  为测得值(或标称值),  $A_0$  为实际值, 标称相对误差则为

$$\delta_{\text{标}} = \frac{A - A_0}{A} = \frac{\Delta}{A} \quad (3.2.6)$$

即误差用被测量的标称值(额定值)来表示, 说明绝对误差是标称值的百分之几。标称相对误差有时也称为额定相对误差。若已知道标称相对误差数值与标称值, 即可算出绝对误差

$$\Delta = \delta_{\text{标}} \cdot A \quad (3.2.7)$$

3) 引用相对误差  $\delta_{\text{引}}$  设  $A$  为测得值,  $A_0$  为实际值,  $A_L$  为测量上限, 引用相对误差则为

$$\delta_{\text{引}} = \frac{\Delta}{A_L} \quad (3.2.8)$$

即误差用测量仪器的上限来表示, 说明绝对误差是测量上限的百分之几。引用误差主要用来表示电表的准确度, 多数用在电工和热工仪表方面, 少数无线电测量仪器也用这种误差表示方式。

【例2】 检定 2.5 级量程为 100 V 的电压表, 在 50 V 点刻度上标准电压表读数为 48 V, 试问此表是否合格?

解: 电表的等级是以引用误差来表示的, 2.5 级的引用误差即为 2.5%。已知测试值为

$$A = 50 \text{ V}, A_0 = 48 \text{ V}, \text{ 则 } \Delta = A - A_0 = 2 \text{ V},$$

引用相对误差

$$\delta_{\text{引}} = \frac{2}{100} = 2\% < 2.5\%,$$

故 50 V 点是合格的。

假若已知引用相对误差数值及测量上限, 也就可以算出绝对误差

$$\Delta = \delta_{\text{引}} \cdot A_L \quad (3.2.9)$$

【例3】 0.5 级 5 A 的安培表, 在 2 A 和 3 A 两点上允许的绝对误差为多少?

解: 由于  $\delta_{\text{引}} = 0.5\%$ ,  $A_L = 5 \text{ A}$ , 则  $\Delta = \delta_{\text{引}} \cdot A_L = 0.5\% \times 5 \text{ A} = 0.025 \text{ A}$ , 表示电表上每一点允许的绝对误差都为 0.025 A。

在使用引用相对误差时须注意, 引用相对误差只与测量上限有关, 而与被测量的标称值和实际值无关。它说明仪器在同一个量程的不同刻度点上, 引用误差与绝对误差都是相等的, 而标称相对误差和实际相对误差是不相等的。

## 2. 相对误差的性质

① 相对误差是一个比值, 其数值与被测量所取的单位无关;

② 能反映误差大小与方向;

③ 能更确切地反映出测量工作的精细程度。这是由于相对误差不但与绝对误差的大小有关, 同时与被测量的数值大小有关, 因此能确切地反映出测量工作的精细程度。

3.  $\delta_{\text{标}}$  和  $\delta_{\text{实}}$  的差异 使用相对误差时, 应注意标称相对误差  $\delta_{\text{标}}$  与实际相对误差  $\delta_{\text{实}}$  在数值上的差异, 合理选用会给实际工作带来方便。标称相对误差  $\delta_{\text{标}}$  与实际相对误差  $\delta_{\text{实}}$  在定义上是有区别的, 而在数值上的差别为

$$\begin{aligned} \delta_{\text{实}} - \delta_{\text{标}} &= \frac{A - A_0}{A_0} - \frac{A - A_0}{A} = \frac{A}{A_0} + \frac{A_0}{A} - 2 = \frac{A^2 + A_0^2}{A_0 \cdot A} - 2 \\ &= \frac{A^2 + A_0^2}{A_0 \cdot A} - 2 \frac{A_0 \cdot A}{A_0 \cdot A} = \frac{(A - A_0)^2}{A_0 \cdot A} = \delta_{\text{标}}^2 \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

当相对误差不大时, 两者相差极小, 因此使用时就不严格区别。

[例 4]  $A_0=99$ ,  $A=100$ ,  $\Delta=A-A_0=1$ ,  $\delta_{\text{实}}=\frac{1}{99}$ ,  $\delta_{\text{标}}=\frac{1}{100}$ , 则  $\delta_{\text{实}}-\delta_{\text{标}}=\frac{\Delta^2}{A \cdot A_0}=\frac{1}{100 \times 99} \approx 1 \times 10^{-4}$  与  $\frac{1}{99}$  或  $\frac{1}{100}$  相比差二个数量级, 因此计算时可以忽略不计, 采用  $\delta_{\text{实}}$  或  $\delta_{\text{标}}$  都可以。

当相对误差较大时, 则  $\delta_{\text{实}}$  与  $\delta_{\text{标}}$  相差较大, 就要考虑应该选用那一种相对误差。

[例 5] 检定某一信号源的功率输出。信号源刻度盘读数为  $100\mu\text{W}$  而其允许误差为  $\pm 35\%$ , 检定时用标准功率计去测量信号源的输出功率, 正好为  $70\mu\text{W}$ , 试问此信号源是否合格?

解:  $\Delta=70-100=-30\mu\text{W}$ , 如采用标称相对误差  $\delta_{\text{标}}=\frac{-30}{100}=-30\%$ , 是合格的; 如采用实际相对误差  $\delta_{\text{实}}=\frac{-30}{70}=-43\%$  则不合格。这是由于  $\delta_{\text{实}}-\delta_{\text{标}}=-30\% - (-43\%) = 13\%$  两者相差较大, 因此得出明显不同的结果。在这种情况下就必须认真研究应采用那一种相对误差。

### 第三节 仪器和量具的误差表示方式

仪器和量具的精确度高低, 是用极限误差大小来表示的。一般仪器仪表和量具的误差常用下列方式表示。

1. 以  $\delta_{\text{实}}$  或  $\delta_{\text{标}}$  表示 无线电仪器常用这二种相对误差表示其误差大小的。当误差数值较小时, 由于实际相对误差与标称相对误差相差极微, 在仪器说明书中只指出相对误差多大, 一般不再说明是实际相对误差或标称相对误差。当相对误差较大时, 若说明书中仍未明确说明是那一种相对误差, 则可理解为是标称相对误差。

2. 用绝对误差表示 在电工和无线电仪器或量具中, 用绝对误差来表示其误差大小的不多, 但也有。如有某种低频相位计, 其测量误差大小如下:

频率范围:  $20\text{Hz} \sim 200\text{kHz}$ ,

测量精度:  $20\text{Hz} \sim 100\text{Hz}$ ,  $\pm 0.2^\circ$ ;

$100\text{Hz} \sim 100\text{kHz}$ ,  $\pm 0.1^\circ$ ;

$100\text{kHz} \sim 200\text{kHz}$ ,  $\pm 0.2^\circ$ 。

3. 相对误差与绝对误差混合表示 误差的一部分正比于被测值的大小, 一部分为常数, 即

$$\Delta = \pm (\delta \cdot A + \Delta') \quad (3.3.1)$$

也就是说, 仪器误差由二部分组成, 其中与被测量的大小有关部分用相对误差表示, 而另一部分固定的与被测值大小无关的部分, 则用绝对误差表示, 总的误差即是用相对误差和绝对误差混合表示。例如, 电阻箱一部分误差是由每个电阻所产生的, 这部分误差与每个电阻的阻值有关, 因此用相对误差表示, 另一部分误差是由于内部连接导线有一定阻值而产生的, 这误差与各个电阻值大小无关, 因此用绝对误差表示, 总的误差用如  $\pm (0.1\% + 0.004\Omega)$  混合方式表示。

4. 用分贝数来表示误差 衰减器的误差常用分贝数来表示, 如  $10$ 、 $15$ 、 $20$ 、 $25$ 、 $30\text{dB}$  的固定衰减器规定其误差为  $\pm 1\text{dB}$ 。也有用分贝数的百分数来表示误差的。如某精密极化式衰减器的误差为  $\pm 0.002\text{dB}/10\text{dB}$ , 某衰减测量装置的误差为  $\pm 0.002\text{dB}/10\text{dB}$ 。

关于相对误差与分贝误差之间的换算关系如下:

$$\Delta_{dB} = 20 \log \left( 1 + \frac{\Delta}{A} \right) \quad (\text{电压}); \quad (3.3.2)$$

$$\Delta_{dB} = 10 \log \left( 1 + \frac{\Delta}{A} \right) \quad (\text{功率}); \quad (3.3.3)$$

$$\frac{\Delta}{A} = 10^{\frac{\Delta_{dB}}{20}} - 1 \quad (\text{电压}); \quad (3.3.4)$$

$$\frac{\Delta}{A} = 10^{\frac{\Delta_{dB}}{20}} - 1 \quad (\text{功率})。 \quad (3.3.5)$$

若  $\Delta_{dB}$  不大, 则可用下式计算:

$$\Delta_{dB} = 8.66 \frac{\Delta}{A} \quad (\text{电压}); \quad (3.3.6)$$

$$\Delta_{dB} = 4.33 \frac{\Delta A}{A} \quad (\text{功率})。 \quad (3.3.7)$$

5. 以引用相对误差来表示误差<sup>[3]</sup> 电磁测量中的电表, 都是用引用相对误差来表示其误差大小的。这是电表的表头部分由于摩擦等原因, 使指针偏转的角度产生一定的误差  $\Delta\theta$ , 这个误差与测量时指针偏转角度的大小(即不同的被测值)关系较小。当刻度均匀时,  $\Delta\theta$  反映了一定的绝对误差(刻度略为不均匀时, 近似地反映了一定的绝对误差), 所以在不同的被测值时其绝对误差是相同的, 但其绝对误差大小又与  $\Delta\theta$  代表的被测值大小有关(即分度值有关), 也就是与刻度的量程有关。

热工仪表常用电表作指示器, 电表按温度重新刻度后, 其误差主要由表头部分决定, 因此热工仪表也常用引用相对误差来表示误差的。用电表作为读数机构的无线电仪表, 也常用引用相对误差来表示其误差大小的, 如真空管电压表、微波小功率计等。

电表有单向刻度和双向刻度, 以及无零位标尺的电表。单向刻度的电表

$$\delta_{g1} = \frac{\Delta}{A_x}。 \quad (3.3.8)$$

双向刻度的电表, 以其两个测量上限的和作为分母,

$$\delta_{g1} = \frac{\Delta}{A_{x1} + A_{x2}}。 \quad (3.3.9)$$

无零位标尺的仪表<sup>[90]</sup>, 如某指针式频率计其刻度为 48~52 Hz, 起始刻度为 48 Hz, 满刻度为 52 Hz, 其误差一般以其上、下量限的平均值的百分数表示之。但个别仪表也有以满刻度(上量限)的百分数表示, 即

$$\delta_{g1} = \frac{\Delta}{A_x}。 \quad (3.3.10)$$

另外电工仪表还常以准确度等级表示其误差范围, 见表 3-1。

表 3-1

| 准 确 度 等 级 | 基 本 误 差 % | 准 确 度 等 级 | 基 本 误 差 % |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.1       | ±0.1      | 1.5       | ±1.5      |
| 0.2       | ±0.2      | 2.5       | ±2.5      |
| 0.5       | ±0.5      | 4.0       | ±4.0      |
| 1.0       | ±1.0      |           |           |

6. 以刻度工作部分长度的百分数来表示误差 电工仪表中有一种仪表其误差是以刻度工作部分长度的百分数表示的,如摇表、真空管兆欧姆表等。如某兆欧姆表其基本误差规定为1.5级,就是说其允许误差为刻度的工作部分长度的1.5%,若该表刻度的工作部分长80mm,则允许误差为1.2mm,即

$$\delta = \frac{l_A - l_{A0}}{l} \times 100\%。 \quad (3.3.11)$$

式中 $l$ 为刻度的工作部分长度; $l_A$ 、 $l_{A0}$ 是刻度线起点到 $A$ 和 $A_0$ 所对应的指针在刻度上的位置之间的距离。在检定时可以直接读出 $\Delta l$ (mm),即

$$\delta = \frac{\Delta l}{l} \times 100\%。 \quad (3.3.12)$$

$\Delta l$ 为 $A$ 和 $A_0$ 对应的指针在刻度上的位置之间的距离。

[例1] 检定量程为100M $\Omega$ 的兆欧表,其中一个检定点为50M $\Omega$ ,其检定方法是用兆欧表去测量标准电阻箱(阻值为50M $\Omega$ ),这时仪表指针停留的位置与仪表刻度上50M $\Omega$ 这个刻度点位置相距1.3mm,问该检定点是否合格?

解: 已知 $\Delta l = 1.3$ mm,从说明书中查到该仪表允许误差为 $\pm 1.5\%$ ,仪表刻度工作部分长80mm,则 $\delta = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1.3}{80} = 1.6\%$ ,说明该检定点超差。

这类仪器之所以选用这样的方式来表示其误差大小,其原因和电表类似。测量时指针偏转一个角度,由于轴尖摩擦等原因造成这偏转的角度要产生一个偏转角的误差 $\Delta\theta$ 。 $\Delta\theta$ 近似为一常数,与被测值大小关系极小,即与指针偏转的角度大小关系较小。由于 $\Delta\theta$ 近似为一常数,因此 $\Delta\theta$ 所对应的在刻度上的弧长也近似为一常数。但是这种欧姆表与一般电流电压表在刻度上有很大差别,欧姆表的刻度非线性极大,这就使得这类仪表无法用一般的引用误差,因此采用了以刻度总长的百分数来表示其误差大小。

#### 第四节 固有误差、工作误差、基本误差、附加误差

在电工、热工和无线电仪器的说明书中常遇到基本误差、附加误差、固有误差和工作误差等术语,并对它们的允许值作了规定。下面对这些术语的含义作一些解释,以便在使用仪器和检定仪器时能正确地应用。

##### 一、固有误差与工作误差

仪器在不同的外部条件下工作时,由于外部条件对仪器内部元件与线路的影响,使仪器的性能和误差有所不同,如在不同的温度、湿度和电源电压下工作时,仪器误差就会不同。因此规定一个仪器的性能,都是相对于一定的外部条件而言的。这些影响仪器性能的外部条件称为影响量。为了统一起见,人们常对温度、湿度、大气压等外部影响量的要求作统一规定,规定它们的数值和允许变化的范围,在这样规定的条件下来确定仪器的误差大小与其他性能。例如,电工计量技术文件中规定的基本条件对温度、湿度、电源电压、周围磁场等都有明确规定。在无线电仪器制造中采用了“基准条件”,“额定工作条件”等来规定各影响量的数值和它允许变化的范围。

1. 基准条件与固有误差 仪器在基准条件下测定的误差称为固有误差。无线电仪器的基准条件见表3-2。