可靠性试验用表

第四机械工业部标准化研究所 编

内容简介

本书由十二个数表组成，它包括统计分析、数据处理、假设检验等方面常用的数理统计用表。本书以应用为主，对表的查法和主要应用作了扼要的介绍，对制表的原理没有作详细的说明。

本书在一定程度上可以满足可靠性实际工作的需要，对科研、教学工作也有一定参考价值。

可靠性试验用表

第四机械工业部标准化研究所

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第 074 号

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32　印张 10 1/8　682千字

1979年 8 月第一版　1979年 8 月第一次印刷　印数：00,001—14,000册

统一书号：15034·1804　定价：1.50元

前　言

为了加速电子工业的发展，促进农业、工业、国防和科学技术的现代化，我国电子工业大力开展了可靠性试验和可靠性研究工作。几年来，从实践到理论都取得了一定的成绩。随着可靠性工作的深入，广大工人、技术人员和科研工作者，逐步掌握并运用了数理统计方法来研究产品的可靠性问题。为了便于处理可靠性试验中的数据，他们迫切希望有一本常用的可靠性试验用表。为此，在四机部的领导下，我们和有关兄弟单位一起，在一定科研工作的基础上，按照生产发展的实际需要，编制了这本《可靠性试验用表》。本书包括十二个表。其中表一——“最好线性估计表”和表二——“简单线性无偏估计表”为主表。这两个表是我国科研人员在毛主席的自力更生、愤发图强精神的鼓舞下，经过长时间艰苦的努力，作了多次计算，首次编制成功的。表中第一次给出了极值分布的一些系数，它不但为可靠性试验的数据处理提供了方便，而且亦为其他部门运用无偏估计法提供了方便。

为了方便可靠性工作者使用，本书还从已出版的数理统计表中选编了一部分可靠性工作经常用到的数值表，并且对其中的某些部分作了验算，有的作了适当的调整。本书在一定程度上可满足可靠性工作实际应用的需要，对于其它科研工作也有一定参考价值。

为了帮助读者学会使用，书中对表的查法和主要应用作了扼要的说明，有的还举出实际应用例子。由于本书是以应用为主，因此，对制表的原理没有作详细的叙述。

本书在编制过程中，得到中国科学院计算中心、中国科学院

数学研究所、上海师大数学概率统计组和上海师院概率统计组等单位的大力协助，对此谨表示感谢。

随着可靠性技术和可靠性研究工作的进展，可靠性试验用表尚待进一步补充完善。

由于编者水平所限，错误和不当之处在所难免，欢迎读者批评指正。

第四机械工业部标准化研究所

一九七八年五月

目　录

使 用 说 明

在产品的寿命试验和加速寿命试验中，当产品寿命服从二参数威布尔（Weibull）分布时，可以通过对数威布尔分布的位置参数和尺度参数的最好线性无偏估计（BLUE）、最好线性不变估计（BLIE）和简单（或良好）线性无偏估计（GLUE）的方法，简便和迅速地进行寿命试验的数据处理，从而获得产品的各种寿命特征的估计值。为了便于大家在实际中使用这些估计方法，对于在数据处理中需要用到的一些数值表作了计算，并收集了有关的数学用表，以便于读者使用时查阅。

设产品寿命T服从二参数威布尔分布，其分布函数为

$$F_T(t)=P[T<t]=\begin{cases}1-e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m}, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases} \qquad (1)$$

式中$m(>0)$称为形状参数；$\eta(>0)$称为特征寿命。

令 $X=\ln T$，这里X为产品寿命T的自然对数，它服从对数威布尔分布（即Ⅰ型极小值分布），其分布函数为

$$F_X(x)=1-\exp\{-\exp[(x-\mu)/\sigma]\},\quad -\infty<x<\infty \qquad (2)$$

式中 $\mu=\ln\eta$，$\sigma=\dfrac{1}{m}$，μ和σ分别称为对数威布尔分布的位置参数和尺度参数。如果再作变换$Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$，那末Z就是服从$\mu=0$和$\sigma=1$的对数威布尔分布的随机变量，其分布函数为

$$F_Z(z)=1-e^{-e^z},\ -\infty<z<\infty \qquad (3)$$

称其为标准对数威布尔分布，或称为标准极值分布。

设 t_1, t_2, …, t_n 是来自一批产品寿命服从威布尔分布的容量为 n 的子样，将 t_1, t_2, …, t_n 按其取值从小到大的次序排列，得到

$$t_{1,n}\leqslant t_{2,n}\leqslant\cdots\leqslant t_{n,n}$$

称其为这个子样的次序统计量。

由于变换 $\ln t_{k,n}$ 和 $Z_{k,n}=\dfrac{\ln t_{k,n}-\mu}{\sigma}$ 的单调性，便可得到对数威布尔分布的次序统计量

$$\ln t_{1,n}\leqslant\ln t_{2,n}\leqslant\cdots\leqslant\ln t_{n,n}$$

和标准极值分布的次序统计量

$$Z_{1,n}\leqslant Z_{2,n}\leqslant\cdots\leqslant Z_{n,n}$$

标准极值分布的次序统计量 $Z_{r,n}$ 的期望值 $E(Z_{r,n})$，其数值只与 n 和 r 有关，而不依赖于其它参数。对于 $n=2\,(1)25$，$r=2\,(1)\,n$，$E(Z_{r,n})$ 的数值可以查表一最好线性无偏估计(B)。而对于 $n=26\,(1)\,100$，$r=1\,(1)\,n$ 和 $n=100\,(25)\,200$，$r=1(25)\,n$，$E(Z_{r,n})$ 的数值可以查表二。(其记号 $n=2\,(1)25$ 的含义，表示从 2 开始，然后每次增加 1，直至 25 为止；又如 $n=100(25)200$，从 100 开始，每次增加 25，直至 200 为止；其他记号的含义类同)。

一、对数威布尔分布参数的最好线性无偏估计和最好线性不变估计

对威布尔分布参数 m 和 η 进行估计时，有一种精度较高且使用简便的方法，即先将它化为对数威布尔分布，并对其参数 μ 和 σ 作出估计，然后根据 $\mu=\ln\eta$、$\sigma=\dfrac{1}{m}$ 的关系，得到 m 和 η 的估计。

设产品寿命服从威布尔分布，从某批产品中随机抽取 n 件，进行寿命试验，在此 n 件受试样品中，若有 r 件失效，其失效时间依次分别为

$$t_{1,n}\leqslant t_{2,n}\leqslant\cdots\leqslant t_{r,n}$$

于是，对数威布尔分布中参数μ和σ的BLUE为

$$\hat{\sigma}=\sum_{j=1}^{r}C(n,r,j)\ln t_{j,n} \tag{5}$$

$$\hat{\mu}=\sum_{j=1}^{r}D(n,r,j)\ln t_{j,n} \tag{6}$$

如果采用以10为底的常用对数lg t 进行计算，得

$$\hat{\sigma}=2.3026\sum_{j=1}^{r}C(n,r,j)\lg t_{j,n} \tag{7}$$

$$\hat{\mu}=2.3026\sum_{j=1}^{r}D(n,r,j)\lg t_{j,n} \tag{8}$$

式中，

$C(n,r,j)$称为σ的最好线性无偏估计系数；

$D(n,r,j)$称为μ的最好线性无偏估计系数。

对于$n=2\,(1)25$，$r=1\,(1)\,n$，它们的数值列于表一最好线性无偏估计(A)。

由$\hat{\mu}$和$\hat{\sigma}$可以求得威布尔分布的参数m和η的估计为

$$\hat{m}'=\frac{1}{\hat{\sigma}} \tag{9}$$

$$\hat{\eta}=e^{\hat{\mu}} \tag{10}$$

由于$\hat{m}'$是m的有偏估计，为了得到m的无偏估计，可作如下修改，即

$$\hat{m}=g_{r,n}\hat{m}'$$

$$=\frac{g_{r,n}}{\hat{\sigma}} \tag{11}$$

其中$g_{r,n}$称为修偏系数。对于不同的n和r其数值可查表一最好线性无偏估计(B)。

例　某种电子产品的寿命服从威布尔分布，现从一批产品中随机抽取12个样品，在一定应力下进行寿命试验，有 8 个样品失效时试验停止，每个失效样品的失效时间列于下表第二列，现根据此 8 个失效时间，用BLUE求 m 和 η 的估计值。

样品数量 $n=12$　　截尾数 $r=8$

序号 j	失效时间 $t_{j,n}$	$x_{j,n}=\lg t_{j,n}$	$C_{(n,r,j)}$	$C_{(n,r,j)}x_{j,n}$	$D_{(n,r,j)}$	$D_{(n,r,j)}x_{j,n}$
1	2.5	0.3979	-0.1216	-0.0484	-0.0293	-0.0117
2	7.5	0.8751	-0.1251	-0.1095	-0.0190	-0.0166
3	17.5	1.2430	-0.1200	-0.1492	-0.0049	-0.0061
4	44	1.6435	-0.1085	-0.1783	0.0125	0.0205
5	63	1.7993	-0.0907	-0.1632	0.0332	0.0597
6	83	1.9191	-0.0661	-0.1269	0.0579	0.1111
7	425	2.6284	-0.0333	-0.0875	0.0875	0.2300
8	1250	3.0969	0.6653	2.0604	0.8622	2.6701
Σ				$M_1=1.1974$		$M_2=3.0570$

1. 从表一最好线性无偏估计（A）中，在 $n=12$，$r=8$ 行中查出 $C(12,8,j)$ 及 $D(12,8,j)$ 填入表的第 4 列和第 6 列中。

2. 先计算对数威布尔分布的参数 σ 和 μ 的估计值 $\hat{\sigma}$ 和 $\hat{\mu}$，根据公式（7）、（8）有

$$\hat{\sigma}=2.3026\sum_{j=1}^{8}C(12,8,j)\lg t_{j,12}$$

$$=2.3026\sum_{j=1}^{8}C(12,8,j)x_{j,12}=2.3026M_1$$

式中 $M_1=\sum_{j=1}^{8}C(12,8,j)x_{j,n}=1.1974$，如表中的数值。

故

$$\hat{\sigma}=2.3026\times1.1974=2.7513$$

$$\hat{\mu}=2.3026\sum_{j=1}^{8}D(12,8,j)x_{j,12}=2.3026M_2$$

式中 $M_2=\sum_{j=1}^{8}D(12,8,j)x_{j,n}=3.0570$，如表中所列数值。

故

$$\hat{\mu}=2.3026\times 3.0570=7.0390$$

3．由公式（10)、(11）可以得到威布尔分布参数m和η的估计值$\hat{m}$和$\hat{\eta}$，即

$$\hat{m}=\frac{g_{r,n}}{\hat{\sigma}}=\frac{0.8851}{2.7513}=0.3210$$

$$\hat{\eta}=e^{\hat{\mu}}=e^{7.0390}=1141.39$$

上式中 $\hat{\eta}=e^{\hat{\mu}}$是查以e为底的指数表（即表四)。

对数威布尔分布中参数σ和μ的 BLIE 的公式为

$$\tilde{\sigma}=\sum_{j=1}^{r}C_I(n,r,j)\ln t_{j,n} \tag{12}$$

$$\tilde{\mu}=\sum_{j=1}^{r}D_I(n,r,j)\ln t_{j,n} \tag{13}$$

或采用

$$\tilde{\sigma}=2.3026\sum_{j=1}^{r}C_I(n,r,j)\lg t_{j,n} \tag{14}$$

$$\tilde{\mu}=2.3026\sum_{j=1}^{r}D_I(n,r,j)\lg t_{j,n} \tag{15}$$

式中，

$C_I(n,r,j)$称为σ的最好线性不变估计系数；

$D_I(n,r,j)$称为μ的最好线性不变估计系数。

对 $n=2(1)25$，$r=2(1)n$，$j=1,2,\cdots,r$，它们的数值可查表一最好线性无偏估计(A)。

二、对数威布尔分布参数的简单线性无偏估计(GLUE)

在子样容量 $n>25$ 时，应用 GLUE 作对数威布尔分布参数 σ 和 μ 的估计，其公式是

$$\hat{\sigma}=\frac{(2s-r)x_{s,n}-\sum_{j=1}^{s}x_{j,n}+\sum_{j=s+1}^{r}x_{j,n}}{0.4343nk_{r,n}} \tag{16}$$

$$\hat{\mu}=2.3026x_{s,n}-E(Z_{s,n})\hat{\sigma} \tag{17}$$

当 $r\leqslant 0.9n$ 时，取 $s=r$，并式(16)中 $\sum_{j=s+1}^{r}x_{j,n}$ 为 0；当 $r>0.9n$ 时，取 $s=[0.892n]+1$（记号 $[0.892n]$ 表示 $0.892n$ 的整数部分），s 取值可查表二。

式(16)、(17)中的 $x_{j,n}=\lg t_{j,n}$，而 $E(Z_{s,n})$ 是标准极值分布容量为 n 的子样的第 s 个次序统计量的期望值。$k_{r,n}$ 是 σ 的无偏性系数。对 $n=26(1)100$，$r=1(1)n$ 和 $n=100(25)200$，$r=1(25)n$ 的 $nk_{r,n}$ 的数值可查表二。

由 $\hat{\sigma}$ 和 $\hat{\mu}$ 得到威布尔分布参数 m 和 η 的估计

$$\hat{m}'=\frac{1}{\hat{\sigma}}$$

$$\hat{\eta}=e^{\hat{\mu}}$$

由于 $\hat{m}'$ 是 m 的有偏估计，为了得到 m 的无偏估计，可作如下修改，即

$$\hat{m}=g_{r,n}\hat{m}'$$

$$=\frac{g_{r,n}}{\hat{\sigma}} \tag{20}$$

其中 $g_{r,n}$ 称为修偏系数，对于不同的 n 和 r，其数值可查表二。

例　某电子产品寿命服从威布尔分布，现从一批产品中抽取

30个样品，在一定应力下进行寿命试验，到有10个样品失效时试验停止，每个失效样品的失效时间列于下表。现根据此10个失效时间，用GLUE求m和η的估计值。

样品数量 $n=30$ 截尾数 $r=10$

失效样品序号j	失效时间$t_{j,n}$	$x_{j,n}=\lg t_{j,n}$	失效样品序号j	失效时间 $t_{j,n}$	$x_{j,n}=\lg t_{j,n}$
1	17.5	1.2430	6	1166	3.0668
2	66	1.8195	7	1333	3.1249
3	83	1.9191	8	1667	3.2219
4	125	2.0969	9	1833	3.2632
5	375	2.5740	10	2625	3.4191
			Σ		$M_1=25.8484$

由于$r\leqslant 0.9n$，由公式（16）和（17）得到

$$\hat{\sigma}=\frac{rx_{r,n}-M_1}{0.4343\times nk_{r,n}}$$

式中 $M_1=\sum_{j=1}^{r}x_{j,n}=25.8484$

故

$$\hat{\sigma}=\frac{34.191-25.8484}{0.4343\times 9.9128}$$

$$=\frac{8.4426}{4.3051}=1.9610$$

$$\hat{\mu}=2.3026x_{r,n}-E(Z_{r,n})\hat{\sigma}$$

$$=2.3026\times 3.4191-(-0.9746)\times 1.961$$

$$=7.8728+1.9112=9.784$$

再由公式（19）和（20）得到

$$\hat{m}=\frac{g_{r,n}}{\hat{\sigma}}=\frac{0.8992}{1.961}=0.4585$$

$$\hat{\eta}=e^{\hat{\mu}}=e^{9.784}\approx 17676$$

三、加速寿命试验的数据处理

1．加速寿命试验中形状参数m的估计

设在加速应力S_1，S_2，…，S_l下，用BLUE或GLUE获得参

数 m 的无偏估计量分别为

$$\hat{m}_1,\ \hat{m}_2,\ \cdots,\ \hat{m}_l$$

则在加速寿命试验中 m 的最小方差线性无偏估计 $\overline{m}$ 为

$$\overline{m}=\frac{\sum_{i=1}^{l} M_{r_i,n_i}^{-1}\hat{m}_i}{\sum_{i=1}^{l} M_{r_i,n_i}^{-1}} \tag{21}$$

其中 M_{r_i,n_i}^{-1} 是在应力 S_i 下，$\hat{m}_i/m$ 的方差的倒数，它们的数值可按照下式作近似计算：

$$M_{r_i,n_i}^{-1}\approx l_{r_i,n_i}^{-1}-2 \tag{22}$$

式中 l_{r_i,n_i}^{-1} 为 $\frac{\hat{\sigma}_i}{\sigma}$ 的方差的倒数，对 $n=2(1)25$，$r=2(1)n$ 和 $n=25(1)100$，$r=1(1)n$；$n=100(25)200$，$r=1(25)n$，其数值分别查表一最好线性无偏估计(B)和表二。

例　某电子产品的寿命服从威布尔分布，在4个应力下分别抽取30个产品作加速寿命试验，其结果列于下表，并计算形状参数的最小方差线性无偏估计 $\overline{m}$。

应力水平序号	截尾数 r_i	样品数量 n_i	$\hat{m}_i$	M_{r_i,n_i}^{-1}	$M_{r_i,n_i}^{-1}\ \hat{m}_i$
1	10	30	0.66	7.9214	5.2281
2	14	30	0.72	12.8263	9.2349
3	19	30	0.68	19.7925	13.4589
4	25	30	0.70	29.1814	20.4270
Σ				$M_1=69.7216$	$M_2=48.3489$

由公式（21）得到

$$\overline{m}=\frac{\sum_{i=1}^{4}M_{r_i,n_i}^{-1}\hat{m}_i}{\sum_{i=1}^{4}M_{r_i,n_i}^{-1}}=\frac{M_2}{M_1}=\frac{48.3489}{69.7216}=0.69$$

2．加速寿命试验中 a 和 b 的估计

假定产品的特征寿命 η 与所加应力 S 有如下关系：

$$\ln\eta=a+b\varphi(S) \tag{23}$$

式中 $\varphi(S)$ 是应力 S 的一个函数。

如在应力 S_1，S_2，…，S_l 下，用BLUE（或GLUE）得到 μ 的估计量分别为

$$\hat{\mu}_1,\ \hat{\mu}_2,\ \cdots,\ \hat{\mu}_l$$

则 a 和 b 的最小方差线性无偏估计量是

$$\hat{a}=\frac{GH-IM}{BG-I^2} \tag{24}$$

$$\hat{b}=\frac{BM-IH}{BG-I^2} \tag{25}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}
B&=\sum_{i=1}^{l}A_{r_i,n_i}^{-1}\\
I&=\sum_{i=1}^{l}A_{r_i,n_i}^{-1}\varphi(S_i)\\
G&=\sum_{i=1}^{l}A_{r_i,n_i}^{-1}\varphi^2(S_i)\\
H&=\sum_{i=1}^{l}A_{r_i,n_i}^{-1}\hat{\mu}_i\\
M&=\sum_{i=1}^{l}A_{r_i,n_i}^{-1}\varphi(S_i)\hat{\mu}_i
\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

式中的 A_{r_i,n_i}^{-1} 是 $\frac{\hat{\mu}_i}{\sigma}$ 的方差的倒数，对于 $n=2(1)25$，$r=2(1)n$ 可查表一最好线性无偏估计(B)。对 $n=26(1)100$，$r=1(1)n$ 以及 $n=100(25)200$，$r=1(25)n$ 可查表二。

例 某电子产品寿命服从威布尔分布，分别在温度为85℃，121℃，165℃，220℃下作加速寿命试验，各应力水平下抽取的子样容量都为30，求加速寿命方程中系数 a 和 b 的估计值。试验结果及有关值计算结果见下表。

应力水平序号 i	n_i	r_i	$\hat{\mu}_i$	T_i	$\frac{1}{T_i}$	$\frac{1}{T_i^2}$	A_{r_i,n_i}^{-1}
1	30	10	12.91	358	2.793×10^{-3}	7.800×10^{-6}	4.5547
2	30	14	10.05	394	2.538×10^{-3}	6.441×10^{-6}	9.5706
3	30	19	8.721	438	2.283×10^{-3}	5.212×10^{-6}	16.7087
4	30	25	6.782	493	2.028×10^{-3}	4.112×10^{-6}	23.0961
Σ							$B=53.930$

应力水平序号 i	$A_{r_i,n_i}^{-1}\frac{1}{T_i}$	$A_{r_i,n_i}^{-1}\frac{1}{T_i^2}$	$A_{r_i,n_i}^{-1}\hat{\mu}_i$	$A_{r_i,n_i}^{-1}\hat{\mu}_i\frac{1}{T_i}$
1	12.71×10^{-3}	35.53×10^{-6}	58.80	164.2×10^{-3}
2	24.29×10^{-3}	61.65×10^{-6}	96.18	244.1×10^{-3}
3	38.15×10^{-3}	87.09×10^{-6}	145.7	332.7×10^{-3}
4	46.84×10^{-3}	94.99×10^{-6}	156.6	317.7×10^{-3}
Σ	$I=121.99\times10^{-3}$	$G=279.26\times10^{-6}$	$H=457.3$	$M=1058.7\times10^{-3}$

根据公式（24）和（25）可知

$$\hat{a}=\frac{GH-IM}{BG-I^2}$$

$$=\frac{127.7\times10^{-3}-129.2\times10^{-3}}{15.060\times10^{-3}-14.884\times10^{-3}}$$

$$=\frac{-1.446\times10^{-3}}{0.176\times10^{-3}}=-8.22,$$

$$\hat{b}=\frac{BM-IH}{BG-I^2}$$

$$=\frac{57.094-55.80}{0.176\times10^{-3}}=\frac{1.29}{0.176\times10^{-3}}=7.33\times10^{3}$$

四、$\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)$数值表

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}x^{\alpha-1}e^{-x}dx \tag{27}$$

是自变量为α的函数，称为Γ函数（加玛函数），对Γ函数有递推公式

$$\Gamma(\alpha+1)=\alpha\Gamma(\alpha) \tag{28}$$

特别当α为正整数n时，有

$$\Gamma(n+1)=n\Gamma(n)=n(n-1)\Gamma(n-1)=\cdots=n! \tag{29}$$

表四给出了$\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)$，$m=0.1(0.01)4.0$，$4.1(0.1)9.9$ 的数值表。

表四中，m值在第一行和第一列。第一列从 0.2 到 3.9 表示m的整数部分及小数点后第一位数值，而第一行的数值则为m的小数点后第二位数值。第一列的数值中从 4 到 9 表示m的整数部分，而这时第一行的数值则为m值小数点后第一位数值。

例如，$m=0.76$，在第一列 0.7 所在的行与第一行 6 所在列的交点处的数值即为$\Gamma\left(1+\frac{1}{0.76}\right)=1.1779$。

又如 $m=4.2$，在第一列中 4 所在的行与第一行 2 所在列的交点处的数值即为$\Gamma\left(1+\frac{1}{4.2}\right)=0.9089$。

由于$m=0.1(0.01)0.19$，$\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)$的数值较大，故另外列于表的下面。

五、中位秩表

设 y_1，y_2，…，y_n为来自母体分布为$F_y(y)$的容量为n的子样，而

$$y_{1,n}\leqslant y_{2,n}\leqslant\cdots\leqslant y_{n,n}$$

为其次序统计量，则第r个次序统计量$y_{r,n}$的分布是

$$F_{r,n}(t)=\frac{n!}{(n-r)!(r-1)!}\int_0^{F_y(t)}u^{r-1}(1-u)^{n-r}du \tag{30}$$

此分布的中位点称为中位秩。由于这个分布就是自由度为 $r-1$ 和 $n-r$ 的β分布，所以可以用相应参数的β分布的50％分位点表求得中位秩表。表五给出了 $n\leqslant 50$时的中位秩，表中第一行是样本的容量 n，第一列是次序统计量的序号 r。

当 n 较小时，中位秩可作为累积失效概率 $F(t)$ 的估计 $\hat{F}(t)$。如 $n=15$， $r=8$，则由表五可查得 $\hat{F}(t)$为

t	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
$\hat{F}(t)\%$	4.516	10.910	17.432	23.939	30.452	36.967	43.483	50.000

其中 $t_1\leqslant t_2\leqslant\cdots\leqslant t_8$，$t_i$ 是第 i 个失效产品的失效时间。

六、$\chi^2(f)$分布的分位点$\chi^2_\alpha(f)$表

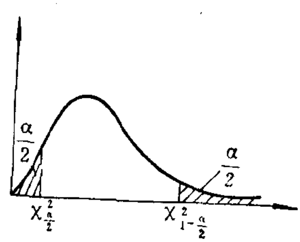
自由度为 f 的$\chi^2(f)$变量的密度函数为

$$p_f(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0\\ \dfrac{1}{2^{f/2}\Gamma\left(\dfrac{f}{2}\right)}x^{\frac{f}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}, & x<0\end{cases}\tag{31}$$

表六对自由度 $f=1(1)200$、$202(2)500$、$510(10)1000$ 和不同的显著性水平α，给出了满足关系式

$$P\{\chi^2(f)<\chi^2_\alpha(f)\}=\int_0^{\chi^2_\alpha(f)}p_f(x)dx=\alpha$$

的下侧分位点 $\chi^2_\alpha(f)$ 的数值。表中第一列是自由度 f，第一行是显著性水平α。为了便于排版，表中采用了 $0.0^4 3927$ 这种写法，是0.00003927的缩写，0^4表示连续 4 个 0。



例如求 $f=20$、$\alpha=0.05$ 时χ^2变量的单侧分位点，可查表六，在 $f=20$ 的那一行中 $\alpha=0.05$ 所在列的数值，即 $\chi^2_{0.05}(20)=10.851$。

若求显著性水平α的χ^2变量的双侧分位点(见图)，可根据表