数論簡明教程

〔苏联〕Л. Я. 奥庫涅夫著

科学技術出版社

数論簡明教程

〔苏联〕Л. Я. 奥庫涅夫著

洪　波　譯

科学技術出版社

內 容 提 要

本書系根据苏联 Л. Я. 奧庫涅夫教授所著的"数論簡明教程"譯出，原書經苏联教育部審定为师范大学的参考書，書中內容分：整数的整除性理論，連分数基本理論，数論函数，同余式，含有未知数的同余式，元根和指标等六章。

本書可作为綜合性大学及师范学院数学系整数論的教本或参考書，也可供自修数論的讀者及中学教师作参考閱讀之用。

数 論 簡 明 教 程

КРАТКИЙ КУРС ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

原 著 者 〔苏联〕 Л. Я. Окунев
原出版者 УЧПЕДГИЗ · 1956 年版
譯 者 洪 波

*

科 学 技 術 出 版 社 出 版
（上海南京西路 2004 号）
上海市書刊出版業营業許可証出 079 号
上海启智印刷厂印刷 新華書店上海發行所总經售

*

統一書号：13119 · 120
开本 850×1168 耗 1/32 印張 6 13/16 · 字数 165,000
1958 年 3 月第 1 版
1958 年 3 月第 1 次印刷 · 印数 1—2,700
定价 (10) 1.40 元

序　言

我是遵照着师范大学数学物理系整数論的教学大綱來編寫这本書的。書中有相当多数量的習題，可以作为計算的性質，也可以作为理論的性質。書中的末尾刊載了某一些習題的提示和解答。

Л. Я. 奧庫涅夫

1955年11月26日

譯者的話

这本書是奧庫湟夫教授根据苏联师范大学整数論教学大綱編寫的，它的內容淺出深入，很宜于作为我國师范学院整数論一課的教科書。

書中的內容以解析数論的基本知識为主，但也介紹了一些代数数論的基本概念，特别，書中以理想子环的概念來討論最大公約数，使得一些問題更便于理解。

本書对于連分数的基本理論介紹得很詳細，因而对超越数方面的材料，也談得很多。对于素数分布問題本書有着丰富的內容，而且还介紹了有名的車比雪夫不等式。这些都是本書的特点。

由于本書是苏联的教科書，所以作者对苏联及俄國数学家在数論上的成就，介紹得很多。如果用來作为我國的教材，那还需要补充以我國古代的以及現在的（如陈子、孙子、刘徽、秦九韶、朱世傑、李詒……華罗庚）数学家数論方面的成就。

書中一部分的習題（特别是在書末附有解答的），可以作为家庭作業，也可以作为教材來处理。

最后，希望讀者們对于譯文提出指正和批評！

洪　波

1957年9月25日

目　錄

第 一 章

整数的整除性理論

§1. 整除性的概念及其最簡單的性質

数論最基本的任务就是研究整数的性質。不过，数論中許多重要的問題，都要直接地或者間接地牽涉到数的整除性概念。因此，在我們教程的开端，要先來叙述一些整数整除性的基本理論。教程的極大部分提供了同余式的理論，这可以作为整除性理論的延續。

数論的創始人之一，有名的学者欧拉，在俄國住了三十年左右。此后，在数論的發展上，俄國的学者起着首要的作用。我們只要提出上一世紀俄國偉大的数学家 П. Л. 車比雪夫所創立的数論学派就够了，按本身的作用來說，这学派在全世界是唯一的。苏联的学者們在这方面起着主導作用，而且在最近的三十年間，院士 И. М. 維諾格拉陀夫和他的学派得到了更巨大的主要結果。在我們的教程里，对于数論范圍內的成就，無論是俄國的或者是苏联的学者的，我們都給以相当的地位。

現在，讓我們回到整数整除性理論上去。假設 a 和 b 是任意整数，如果存在第三个整数 c，使得 $a=bc$，那么我們說，a 是 b 的**倍数**，或者 a **被** b **整除**，而 b **整除** a. 今后，为簡單起見，我們用符号 b/a 來表示，意思就是，b 整除 a. 这样一來，我們有 $2/4$，但 3 不 $/5$; $0/0$，但 0 不 $/a$，当 $a\neq 0$ 时。顯然，假使 b/a，那么 $\pm b/\pm a$.

我們要指出整数整除的一些性質。

1°. a/a 及 $1/a$, 其中 a 是任意整数.

2°. 假使 a/b, 及 b/a, 那么 $a=\pm b$.

3°. 假使 b/a 及 c/b, 那么 c/a (傳遞性).

4°. 假使 c/a, c/b, 那么 $c/a\pm b$.

5°. 假使 c/a, 那么 c/ab.

性質 1° 是顯然的。数目 a 的因子 ±1 和 $\pm a$, 为了区别于其他因子起見,有时我們叫他为**平凡**因子。性質 2° 可用下面方法導出。根据 a/b 和 b/a 的整除条件,我們得到

$$b=aq$$

和

$$a=bq_1,$$

其中 q, q_1 是整数。把第二个等式中的 b 值用第一个等式中的來代替,我們求得 $a=aqq_1$。現在,假使 $a\neq0$, 那么,約去 a, 得到 $qq_1=1$, 因此 q 和 q_1 都要等于 ±1 (因为 q 和 q_1 是整数)。所以 $a=\pm b$。当 $a=0$ 时,关系式 $a=\pm b$ 是顯然的,因为条件 $0/b$ 只有在 $b=0$ 时才可能。

性質 3° 可以这样地導出。假使 b/a 及 c/b, 那么

$$a=bq_1 \tag{1}$$

及

$$b=cq_2, \tag{2}$$

其中 q_1, q_2 是整数。把等式(2)中的 b 值代入等式(1)中,我們得到: $a=cq_1q_2$, 或 $a=cq$, 其中 $q=q_1q_2$, 是一整数。因此推出 c/a。

性質 4° 和 5° 可以模仿性質 2° 和 3° 來推出。

下面的定理在整数整除性理論中起着重要的作用。

关于帶余数除法的定理。假使 a 和 $b>0$, 且都是整数, 那么我們总可以选取这样一对整数 q 和 r, 使得: 1) $0\leqslant r<b$; 2) $a=bq+r$, 而且 q 和 r 是唯一确定的。

附注 数目 q 叫做**不完全商数**, r 叫做 a 被 b 除的**余数**。为了簡單起見,我們可以把 q 叫做商数,省掉"不完全"这些字。

証明 我們來研究 bx 这一式子,其中 x 可給以一切可能的整

数值，可以是正的，也可以是負的。当 x 增加时，顯然，bx 的值也是增加的。因而，可以在某一整数 $x=q$ 时，我們有 $bq\leqslant a$，而在 $x=q+1$ 时，就有 $b(q+1)>a$。我們用 r 來表示差数 $a-bq$。由不等式 $bq\leqslant a$ 和 $b(q+1)>a$ 可以推出 $a-bq\geqslant 0$ 和 $b>a-bq$，即 $r\geqslant 0$ 和 $r<b$。这样一來，$0\leqslant r<b$。其次，由等式 $r=a-bq$ 可以推出 $a=bq+r$。定理的第一部分已經証明了。

唯一性这一部分我們利用反証法來証明。假定除了 q 和 r 以外，还有别的商数 q_1 和余数 r_1。于是

$$a=bq+r, \tag{3}$$

$$a=bq_1+r_1, \tag{4}$$

而且 $0\leqslant r<b$，$0\leqslant r_1<b$。由等式(3)減去等式(4)，我們得到：

$$b(q-q_1)+(r-r_1)=0. \tag{5}$$

假定 $r\neq r_1$；为确定起見，設 $r>r_1$。于是 $0<r-r_1<b$。現在我們來看等式(5)，它可以化成下面的等式：

$$b(q-q_1)=-(r-r_1).$$

上面等式的左边部分是 b 的倍数，因此右边部分也应該是 b 的倍数，即 $b/r-r_1$。但差数 $r-r_1$ 不可能是 b 的倍数，因为 $r-r_1$ 是一个小于 b 的正整数。所以，$r\neq r_1$ 的假定是不正确的，因而 $r=r_1$，也就有 $q=q_1$。

剛才定理的証明还可以推廣到 b 是負整数的情况上去，也就是：假使 $b<0$，那么 $b=-|b|$。另一方面，应用帶余数除法定理，对于 b 的絕对值 $|b|$，我們有：$a=|b|\ q_1+r$，$0\leqslant r<|b|$。因此有 $a=bq+r$，其中 $q=-q_1$。

所以，假使 b 是不等于零的任意整数（正的或負的），那么，永远可以选取这样一对整数 q 和 r，使得：1) $0\leqslant r<|b$；2) $a=bq+r$。同时，q 和 r 是唯一确定的。

推論：当而且只当 a 被 $b(b\neq 0)$ 除的余数等于零时，整数 a 被整数 b 所整除。

事实上，当 $r=0$ 时，等式 $a=bq+r$ 变成 $a=bq$，因此 b/a. 反过來，假使 a 是 b 的倍数，那么等式 $a=bc$ 应該成立，其中 c 是某一整数。因此，根据商数和余数的唯一性，可以得到 $c=q$，而余数 r 等于零。

§2. 数环、理想子环

假使利用环和理想子环的概念，那么今后整数整除性的說明会更加嚴整而且普遍化。

在上一節的討論中，我們应該注意到，整数的和，差及積也是一个整数。整数所具有的这一种性質，我們可以叫它为：关于算術运算加法，減法及乘法的关閉性。不过，关于这些运算的关閉性，对于别的許多数集也是成立的。我們來举出一些例子。

例子 1. 所有偶数的集合关于加法、減法及乘法是关閉的（数目 0 是作为偶数的！），不过，奇数的集合只关于乘法是关閉的。

2. 我們來研究形如 $a+b\sqrt{2}$ 的实数集合，其中 a，b 是任意整数。兩个数目 $a_1+b_1\sqrt{2}$ 及 $a_2+b_2\sqrt{2}$ 的相加或相減可以得到同样形式的数目：$a+b\sqrt{2}$，其中 $a=a_1\pm a_2$，$b=b_1\pm b_2$ 都是整数。同样地，$a_1+b_1\sqrt{2}$ 及 $a_2+b_2\sqrt{2}$ 二数的相乘也可以得到同样形式的数，其中 $a=a_1a_2+2b_1b_2$，$b=a_1b_2+a_2b_1$ 都是整数。这样一來，我們所研究的数集关于加法、減法和乘法是关閉的。

3. 容易驗証，复数 $a+bi$（i 是虛数單位，a，b 是整数）的集合关于加法、減法及乘法是关閉的。順便說一句，a，b，是整数的数目 $a+bi$，通常叫做**复整数**或**高斯整数**。

所有这些例子引進了下面这一重要的概念。

定义 1°. 数集 M，假使它关于前三个算術运算（加法，減法及乘法）**是关閉的，那我們就叫它为数环。**

这样一來，偶数集構成一数环，全体形如 $a+b\sqrt{2}$（a，b 是整数）的数及全体高斯整数也是数环。

关于定义1° 我們要作一些說明：

1. 任何数环必包含数目0. 事实上，假使a是数环M中的任意一数，那么差数$a-a=0$也应該屬于M.

2. 任何数环M中若含有数目a，那么一定又含有其相对数$-a$. 事实上，因为数目a和0屬于M，那么它的差数$0-a=-a$，也应該屬于M.

3. 由一个数目0所構成的数集，我們有权把它当作数环來討論。事实上，$0\pm 0=0$, $0\cdot 0=0$.

可能有这样的事情，数环M中，除了零以外，别的数目关于第四种运算——除法（当然，除了用零去除以外）是关閉的，这样的数环叫做**数体**。例如全体实数是一数体，全体有理数是一数体。相反地，所有高斯整数集合只是数环，而不是数体，因为除法会使它超出这集合的范圍——兩个高斯整数的商可能不是高斯整数。例如，$\frac{i}{2i}=\frac{1}{2}$。不过，复数集合$a+bi$，其中a,b是有理数，也構成一数体❶。顯然，最大的数体是所有复数的集合。

定义2°. **数环M中的部分集合A，假使具有下列性質：1）A的全体也構成一个数环；2）集合A中的任意一数乘以数环M中的任意数时，得到一个也屬于集合A的数，那么它可以叫做数环M中的理想子环。**

例子 1. 我們已知，全体偶数構成一数环。此外，当一偶数乘以任意整数时，永远得到偶数。所以，全体偶数是整数环的理想子环。

2. 由一个零構成的集合是任一数环M的理想子环。这是由于：a）所說的集合是一个数环；b）当零乘以任意数时也得到零。这个理想子环以后我們叫它零理想子环，而用(0)來表示。

3. 我們來研究全体形式如$6m+9n$的数目，其中m，n通过

❶ 这个数体叫高斯有理数体。

一切可能的整数值。我們用 $(6, 9)$ 來表示这个数集，而且要証明它是整数环中的理想子环。

假設 $a=6m_1+9n_1$ 和 $b=6m_2+9n_2$ 是集合$(6, 9)$中的任意二数。于是

$$a\pm b=6m'+9n', \qquad ab=6m''+9n'',$$

其中 $m'=m_1\pm m_2$, $n'=n_1\pm n_2$, $m''=6m_1m_2+9m_1n_2+9m_2n_1$, $n''=9n_1n_2$ 都是整数。这一切說明了前面三个算術运算是不会超出集合$(6, 9)$的范圍的，即，$(6, 9)$是一个数环。其次，假設 r 是任意整数，把 $a=6m_1+9n_1$ 乘以 r，我們得到同样形式的式子：$ar=6m+9n$，其中 $m=m_1r$，$n=n_1r$ 都是整数。这样一來，集合$(6, 9)$是整数环中的理想子环。

一般地，假設 $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_k$，是数环 M 中的一組数目。我們用 $(a_1, a_2, \cdots\cdots, a_k)$ 來表示全体形如 $a_1m+a_2n+\cdots\cdots+a_kt$ 的数目，其中 $m, n, \cdots\cdots, t$ 通过数环 M 中的一切可能值。借助于类似的論断，我們不难証明集合 $(a_1, a_2, \cdots\cdots, a_k)$是环 M 中的理想子环，通常我們叫它为由数目 $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_k$ **生成的**理想子环。也有这样的可能，理想子环$(a_1, a_2, \cdots\cdots, a_k)$除了 $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_k$ 以外，还存在着别的个数較小的生成組。例如，整数环中的理想子环$(6, 9)$不僅由兩个数目 6 和 9 生成，而且还可以由一个数目 3 生成。

可以由一个数目生成的理想子环叫做（环 M 中的）**主理想子环**，顯然，它可以用(a)來表示。因此，$(6, 9)$就是整数环中的主理想子环(3)；全体偶数就是整数环中的主理想子环(2)；整数环的本身也可以作为一个本身的主理想子环(1)來討論；零理想子环(0)不但是整数环的主理想子环，而且也是任何数环的主理想子环。

§3. 整数环中的理想子环、最大公約数

整数整除性的進一步性質密切联系着最大公約数的概念。不过，我們要預先研究一些整数环中理想子环的性質。

定理 1.　整数环中任何理想子环都是主理想子环。

証明：对于零理想子环，定理是顯然的。因此，我們只討論理想子环 $A\neq(0)$. 顯然，在不等于零的理想子环 A 的数目中，至少应該存在着一个絕对值最小的数目，我們把它記作 a，而且把理想子环 A 中的任意数 x 除以 a: $x=aq+r$, $0\leqslant r<|a|$，其中 q 是商数，r 是余数。因为 x 和 aq 都屬于理想子环 A，所以它們的差数 $r=x-aq$ 也应該屬于理想子环 A. 由此推出，$r=0$; 不然的話，a 就不是那不等于零的理想子环 A 中絕对值最小的一个数目了，也就是：正数 r 小于 $|a|$. 因此，A 不是别的，就是主理想子环 (a)，定理被証明了。

除了整数环以外，还存在着别的数环，它的任何理想子环也都是主理想子环。例如我們可以証明，高斯整数环中的任何理想子环都是主理想子环。

假使数环 M 中的任何理想子环都是主理想子环，那么我們把 M 叫做**主理想子环环**。因此，如果我們不考慮平凡的情况**零环**(即，只由一个数 0 構成的数环)的話，整数环就是第一个主理想子环环的例子。

容易証明，假使 1) M 是非零环，2) M 是主理想子环环，那么 M 应該包含数目 1。

事实上，我們把环 M 的本身当作一个理想子环來研究。这个理想子环应該是主理想子环，所以 $M=(a)$，其中 a 是 M 的某一个数，而且，顯然，$a\neq0$，从这里立刻可以推出，M 中的任一数应該有形式 aq，其中 q 也是 M 中的数目。特别地，$a=aq$，因此 $q=1$，即，数目 1 也包含在 M 中。

这样一來，假使一个非零环不包含 1，那么它不可能是一个主理想子环环。另一方面，我們也可以指出一些数环的例子，它們包含了 1，但不是主理想子环环，它們不是在这一方面受到阻碍的。

我們再回到整数环上去，我們把兩个数目 a 和 b 叫做**相伴数**，

如果它們彼此只差一个因子 ± 1 的話。容易証明下面的定理。

定理 2. 整数环中的兩个主理想子环 (a) 和 (b)，当而且只当数目 a 和 b 是相伴数时，它們是相等(即相合)的。

証明 假設 a 和 b 是相伴数，而 x 是理想子环 (a) 中的任意数，根据主理想子环的定义，$x=aq$，其中 q 是某一整数。因为 a 和 b 是相伴数，所以 $a=\pm b$. 从这里有，$x=bq'$，其中 $q'=\pm q$，即。x 不僅屬于 (a)，而且还屬于 (b). 同样地，假使 x 是理想子环 (b) 中的任意数，那么 x 也屬于 (a). 因此，$(a)=(b)$.

反过來，假設 $(a)=(b)$. 于是 $a=bq_1$，$b=aq_2$，其中 q_1 和 q_2 是整数。換句話說，b/a 及 a/b. 因此，根据已知的整数整除性質，我們得到，$a=\pm b$，即，a 和 b 是相伴数。

現在，我們要導出最大公約数的概念。

假設 a，b 是任意兩个整数，如果整数 d/a 及 d/b，那么我們把 d 叫做数目 a 和 b 的**公約数**。容易看出，任何一对整数至少具有一个公約数。事实上，在一切情况中，数目 1 总是公約数。不过，除了 1 以外，还可能存在着别的公約数。例如，假使 $a=18$，$b=12$，那么 a 和 b 的公約数有 $d=-1, 1, -2, 2, -3, 3, -6, 6$。在 a, b 的公約数中，我們把大于一切其余公約数的公約数叫做**最大公約数**。例如，18 和 12 的最大公約数是 6。

假使 $a=0$，$b=0$，那么任何整数都是 a 和 b 的公約数。因此，当 a，b 兩个数都等于零时，最大公約数的概念就失掉了意义。以后，說到最大公約数时，我們都假定，a 和 b 兩个数中至少有一个不等于零。

数目 a 和 b 的最大公約数常用符号 $Д(a, b)$ 來表示。例如，$Д(18, 12)=6$❶

假使兩个整数 a，b 的最大公約数等于 1，那么我們說，它們是

❶ 通常用符号 (a, b)（沒有字母 $Д$）來表示数 a、b 的最大公約数，不过我們不采用这个，因为这一个符号我們是用來表示由 a、b 生成的理想子环的。

互素的。例如，数目 12 和 25 是互素的，因为 $Д(12,25)=1$。

类似地，我們可以引出多个整数最大公約数的概念，也就是：有一整数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k(k\geqslant 2)$，如果一个整数 d 能够整除每一个 a_i：$d/a_1,\cdots\cdots,d/a_k$，那么 d 就叫做整数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k$ 的**公約数**。这个数組的公約数中，大于其他所有公約数的一个公約数，叫做这組的**最大公約数**，我們用符号 $Д(a_1,\cdots\cdots,a_k)$ 來表示数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k$ 的最大公約数。顯然，当数組中的所有数都等于零时，最大公約数的概念就失掉了意义。以后，我們說到最大公約数时，都假定数組中至少有一个数不等于零。可能会有，某一整数組的最大公約数等于 1。在这种情况时，我們說，数組是互素的。不过，不可以推想，假使数組是互素的，那么这組的每一对数都是互素的。例如，$Д(12,15,8)=1$，但 $Д(12,15)=3$。

兩个或多个数目的最大公約数具有下列基本性質。

1°. 假使 $a_1,\cdots\cdots,a_k(k\geqslant 2)$ 是一整数組，中間至少有一个不等于零，那么理想子环 $(a_1,\cdots\cdots,a_k)$ 等于主理想子环 (D)，其中 D 是数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k$ 的最大公約数，而且在正整数中，只有 D 能夠生成理想子环 $(a_1,\cdots\cdots,a_k)$❶。

証明　理想子环 $(a_1,\cdots\cdots,a_k)$ 是主理想子环，因为整数环是主理想子环环，所以，

$$(a_1,\cdots,a_k)=(d),\qquad(1)$$

其中 d 是某一整数。顯然，$d\neq 0$，因为 $(a_1,\cdots\cdots,a_k)\neq 0$。此外 d 可以認为它是正的，不然的話，我們可以选取数目 $-d$ 來代替 d，因为 $(-d)=(d)$（参考定理 2）。由等式(1)可以推出，数目 $a_1,\cdots\cdots,a_k$ 应該包含在 (d) 中，因此 $d/a_1,\cdots\cdots,d/a_k$，即 d 是数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k$ 的公約数。現在假設 D 是数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k$ 的最大公約数。于是 $D/a_1,\cdots\cdots,D/a_k$，因此 $D/a_1m+\cdots\cdots+a_kt$，其中 $m,\cdots\cdots,t$ 是任意整数。換句話說，理想子环 $(a_1,\cdots\cdots,a_k)=(d)$ 中的任意数 a_1m+

❶ 在这里以及以下，所說的都是整数环的理想子环。

$\cdots\cdots+a_kt$ 应該包含在理想子环(D)中。特别地，d 应該包含在(D)中，因此 D/d. 但整数 d 和 D 是正的，由条件 D/d 的本身可以推出 $D\leqslant d$. 在另一方面，$D\geqslant d$，因为 D 是最大公約数。所以 $d=D$.

2°. 假設 $a_1,\cdots\cdots,a_k(k\geqslant 2)$是不同时等于零的整数組。不定方程

$$a_1x_1+\cdots\cdots+a_kx_k=b, \tag{2}$$

其中 b 是整数，当而且只当 D/b 时，其中 D 是組 $a_1,\cdots\cdots,a_k$ 的最大公約数，它有关于未知数 $x_1,\cdots\cdots,x_k$ 的整数解。

証明 假使方程 (2) 有整数解，例如 $a_1m+\cdots\cdots+a_kt=b$，其中 $m,\cdots\cdots,t$ 是整数，那么 b 包含在理想子环$(a_1,\cdots\cdots,a_k)=(D)$中，而且 D/b. 反过來，假使 D/b，那么 b 包含在理想子环 $(D)=(a_1,\cdots\cdots,a_k)$中，因此，对于某一些整数 $m,\cdots\cdots t$，我們有 $a_1m+\cdots\cdots+a_kt=b$.

3°. 假使 D 是整数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k(k\geqslant 2)$ 的最大公約数，那么，我們可以选取这样的整数 $\alpha_1,\cdots\cdots,\alpha_k$，使得等式：

$$a_1\alpha_1+\cdots+a_k\alpha_k=D$$

成立。

証明 这个性質可以直接由上面的性質推出，因为这里的 D 起了 b 的作用。

4°. 整数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k(k\geqslant 2)$ 的最大公約数被这組的任一公約数所整除。

証明 假設 D 是組 $a_1,\cdots\cdots,a_k$ 的最大公約数，而 d 是这組的任一公約数。根据性質 3°，$a_1\alpha_1+\cdots\cdots+a_k\alpha_k=D$，其中 $\alpha_1,\cdots\cdots,\alpha_k$ 是某一些整数。因为 $d/a_1,\cdots\cdots,d/a_k$，所以 $d/a_1\alpha_1+\cdots\cdots+a_k\alpha_k$. 因此 d/D，这就是我們所要証明的。

5°. 整数組 $a_1,\cdots\cdots,a_k(k\geqslant 2)$ 当而且只当等式：

$$a_1\xi_1+\cdots+a_k\xi_k=1$$

对于某些整数 $\xi_1,\cdots\cdots,\xi_k$ 成立时，它們是互素的。