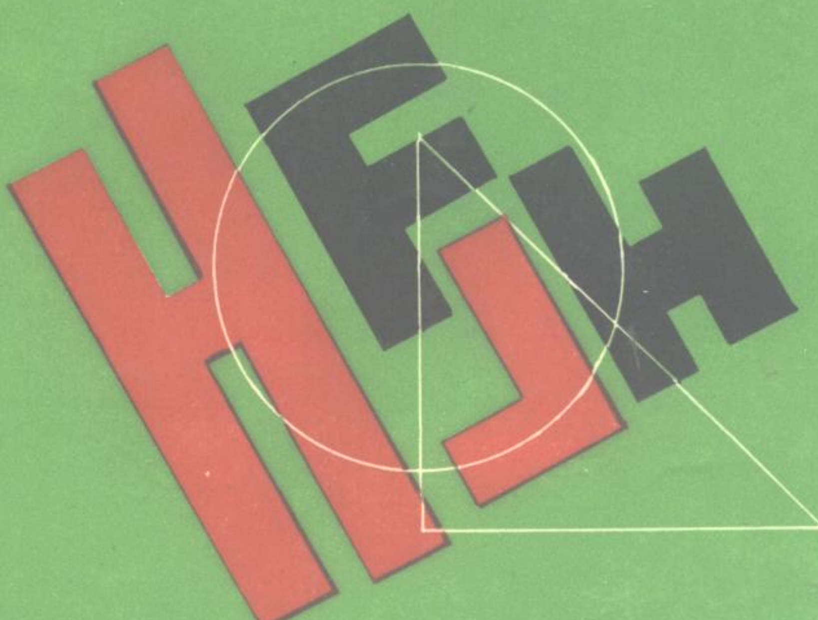
画法几何在工程技术中的应用

戴勉业 主编



机械工业出版社

画法几何
在工程技术中的应用

戴勉业 主编

机械工业出版社

本书分别介绍画法几何在工程力学、晶体、金属切削刀具、金属加工工艺、汽车车身、叶轮、齿轮及轧辊、船体及螺旋桨、展开、煤矿及拦水坝和挡土墙等方面的应用。主要供高等院校工科学生使用，也可供教师及厂矿工程技术人员参考。

306.61

画法几何在工程技术中的应用

戴勉业 主编

*

责任编辑：曹敬曾

封面设计：刘 代

责任印制：卢子祥

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本787×1092 1/16·印张 14 1/4 ·字数 323 千字

1988年10月北京第一版·1988年10月北京第一次印刷

印数 0,001-3,650册·定价：5.20元

*

ISBN 7-111-00664-X/TH·107

前　　言

本书是运用画法几何所提供的原理和方法，来解决工程技术中问题的一本专著。如人们所知，画法几何是论述空间形体在平面上的图示法，研究在平面上解决空间几何问题的图解法的一门学科。图示法已广泛应用于各工程技术部门，成为人们用来进行设计、生产和交流技术思想的主要工具。而图解法的应用，常常被人们所忽视。其实，用图解法来解决某些工程技术中问题，比较直观醒目，能直接在图纸上进行，避免计算时发生的误差，其精确程度在一定的条件下，亦可达到误差允许范围。在运用图示、图解法的同时，能培养和丰富人们的空间思维和空间想象能力。世界是立体物质的复合，有了空间思维能力，则在观察事物时，就能比较全面地看问题，在实践中站得高一些、想得深一些，并能增强联想能力。古今中外在科学技术上有所成就的人，除具有其他条件外，无不都具有丰富的空间想象能力。

虽然如此，迄今尚未能大力推广，更难见有这方面的专著书籍。为了适应广大读者的要求，满足他们的需要，特收集各学科中所散见的资料，加以整理、补充，连同我们平时研究所得，编著此书以填补这方面的不足。

画法几何的基础是投影法，为了适应工程技术上的需要，相应地形成各种投影法。本书主要应用正投影法中的几何元素的正投影、几何元素相互从属及相对位置的作图原理和方法，用辅助面法求平面与立体、直线与立体、立体与立体相交的截交线、贯穿点、相贯线的原理和作图方法，投影变换的原理和方法等，为本书所依据的图示和图解的理论外，尚使用轴测投影、标高投影、极射赤平投影等来适应各种不同内容的需要。借以扩大解决问题的多种途径。考虑在解决某些实际问题时，要涉及到某些专业知识，甚至要结合这些专业知识及有关行业的习惯和规定，故对所要解决问题有关的专业知识，也作简要的说明，以助理解。运用画法几何的原理与有关专业知识相结合，来解决工程技术上的问题，是本书的特点。

本书共分十章，第一章在力学方面的应用，该章采用正投影法，图解空间静力学中力的分解、平衡和重心，空间运动学中点的速度、加速度，空间连杆机构的运动分析等问题。第二章在晶体方面的应用，特采用极射赤平投影，以便能简便地表示各种金属的晶体，形象地揭示几何形态上的规律性。第三章在金属切削刀具方面的应用，该章是用正投影法结合刀具专业知识，具体地说明作其投影图的方法，用图解法求刀具的剖面实形及角度的实际大小。第四章在金属加工工艺方面的应用，是用投影变换方法，求零件上斜面、斜孔及工艺转角的实际大小，以便定位加工。第五章是在汽车车身方面的应用，该章是运用派生曲面理论，介绍车身表面塑形造型法，使能迅速而准确地绘制汽车车身的投影图。第六章在绘叶轮方面的应用，是运用曲线、曲面及展开的基本原理，用保角变换和扭曲三角形法，解决叶论曲面的作图问题。第七章在画齿轮及轧辊图方面的应用，是用共轭曲面的理论，用截平面法及公法线法求接触线，从而确定其剖面形状，用图解法绘出其投影图。第八章在绘制船体及螺旋桨方面的应用，是用正投影和标高投

影，结合该行业习惯规定和专业知识，用截平面法，将截得的截交线来表示船体曲面和螺旋桨剖面，再按正投影原理画螺旋桨的视图。第九章在展开方面的应用，运用展开原理，精选典型事例说明展开方法，对展开补料问题亦作介绍。第十章是分别叙述在煤矿、拦水坝及挡土墙的图示及图解问题。该章是采用“军用透视”来解决煤矿图示中的重迭问题，用图解法设计拦水坝及挡土墙及检验其设计是否安全问题。

本书供高等院校工科学生使用，亦可供教师及厂矿工程技术人员的参考。

参加本书编写的有戴勉业(3、8、10章)、左象贤(1、5、9章)、朱典铭(2、6章)和纵肇基(4、7、10章)等。在编写过程中，得到有关院校的领导及其他同志的支持和协助，马香峰及张瑞两同志于百忙中为我们审稿，在此，我们表示衷心的感谢。

由于我们学术水平有限，加上时间仓促，缺点甚至错误在所难免，热诚希望广大读者，提出宝贵意见给予指正。

戴勉业

1985 年 6 月

目　录

第1章 工程力学

在各种工程及其设备的设计中，总需要解决有关力学问题。解决的方法，不外乎应用解析法、实验法和图解法。目前我国的工程师们习惯地只用前两种方法，其实图解法比解析法直观、简便、易于校核，比实验法应用范围大，无需设备。这种方法还可以直接在设计图纸上解决问题。设计人员如果掌握了图解法，在某些设计场合，同时采用这三种方法，互相校核或互相补充，对提高工程的设计质量和速度是无疑的。

本章主要应用画法几何方法图解空间静力学、空间运动学和空间连杆机构方面的问题。

1 力、力矩、力偶的图示和图解法

1.1 力

力具有大小、方向和作用点三个要素，若一个力的三要素均为已知，则可用一个约束矢量来图示。如果不考虑力对物体内部所产生的效应，根据力的可传性原理，该力可用滑动矢量表示，即力的作用点（矢量的始点）可在其作用线上任意确定，而保持其方向和大小不变。如果不是求内力，根据力的平移定理，作用于物体上的力可用自由矢量表示（见1.4），即以空间任意一点为作用点，而保持其方向和大小不变。在绘矢量图时，应附有力的比例尺。

当一力$\boldsymbol{F}$位于空间直角坐标系中，则可用正投影表示，如图 1-1 所示。由于该力$\boldsymbol{F}$处于一般位置，其二投影af、a′f′都不反映实长，所以要用画法几何中的图解法来求$\boldsymbol{F}$的实长。图 1-1a是直角三角形法；图 1-1b是换面法；图 1-1c是旋转法。这三种方法都能求得力$\boldsymbol{F}$的实长。力的比例尺画在投影图的右上方，用力的比例尺度量力$\boldsymbol{F}$的实长，即

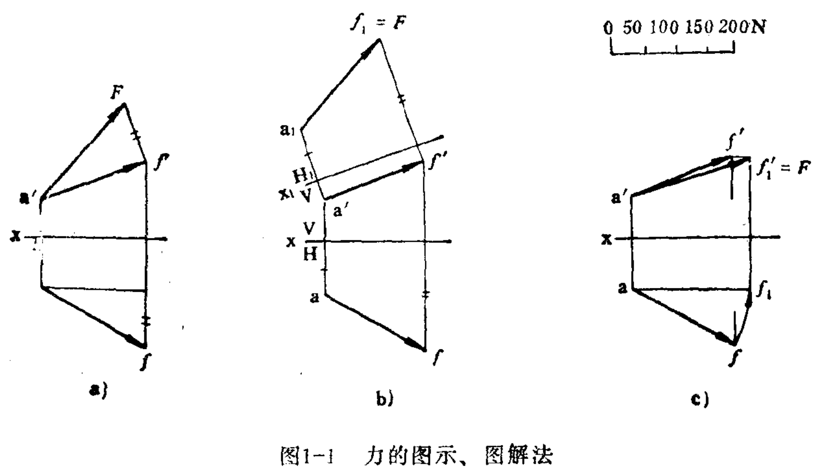


图1-1 力的图示、图解法

a）直角三角形法 b）换面法 c）旋转法

得$F=200$N。今后以作图清晰、简便为原则，在各种不同的图解运算的场合下选用。

1.2 力矩

1.2.1 力对点的矩

力使物体在平面内绕其点转动或有转动趋势时，其转动效应用力矩来度量。其绝对值为力的大小与该点（矩心）到力作用线的距离（力臂）的乘积。其正负号的决定方法是：使物体逆时针转动为正，反之为负。从几何意义来看，力矩的绝对值应等于由力实长和矩心所组成的三角形面积的两倍，或说等于以力和力臂为边长的矩形面积。

在空间力系的图解运算中，因为各力的作用线不一定在同一平面内，所以计算力矩时必须用矢量积表示：

$$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F} \tag{1-1}$$

式中矢量$\boldsymbol{r}$为力$\boldsymbol{F}$的作用线上任意一点对矩心O的矢量半径（简称矢径），这样矢量积$\boldsymbol{m}$的位置则由$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{F}$所决定的平面法线（过矩心O）所确定，其指向按右手螺旋规则确定，其模$|\boldsymbol{m}|$表示力矩值的大小，且等于由$\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{r}$为边的平行四边形面积，或等于以力$\boldsymbol{F}$和力臂h为边的矩形面积。

$$|\boldsymbol{m}|=|\boldsymbol{r}||\boldsymbol{F}||\sin\langle \boldsymbol{rF}|=|h||\boldsymbol{F}| \tag{1-2}$$

矢量积$\boldsymbol{m}$的因次与力$\boldsymbol{F}$和矢径$\boldsymbol{r}$的因次乘积相等。在图示中要以直线段表示$\boldsymbol{m}$，就必须引用力矩系数k，而系数k则带上力的因次或长度的因次：

$$\boldsymbol{m}=k\boldsymbol{M} \tag{1-3}$$

式中 $\boldsymbol{M}$称为假力矩，即图示中力矩的长度。

在图 1-2a中，已知力$\boldsymbol{F}$和矩心O，求作假力矩$\boldsymbol{M}$，图 1-2c是正等轴测图，有直观作用可为参考，其作图步骤如下（$\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{r}$的比例尺及K值见图的右上角）：

（1）在由$\boldsymbol{F}$和点O所决定的平面R内，作水平线OB($O'b'$和Ob）和正平线OA（Oa和$O'a'$）。

（2）过矩心O作平面R的法线，即法线的正面投影垂直于$O'a'$，法线的水平投影垂直于Ob。

（3）由等式（1-2）可见，矢径$\boldsymbol{r}$（即OA）和力$\boldsymbol{F}$所构成的平行四边形在H面上的投影的面积，在数量上与假力矩$\boldsymbol{M}$在坐标轴OZ上的投影是相等的。因此，可用相似三角形图解法（图 1-2b）确定假力矩$\boldsymbol{M}$在OZ轴上的投影$|M_z|$之值 即

$$k|\boldsymbol{M}_z|=|\overline{Oa}||\boldsymbol{F}_y| \tag{1-4}$$

上式$\overline{Oa}$为矢径$\boldsymbol{r}$在H面上的投影，$\boldsymbol{F}_y$为F在Oy轴上的投影，$|\overline{Oa}|$与$|\boldsymbol{F}_y|$的乘积即为上述平行四边形在H面上的投影的面积。

（4）由图 1-2b求得$\boldsymbol{M}_z$，在图 1-2a中即可确定$\boldsymbol{M}$的正面投影m'和水平投影m。

（5）用画法几何中直角三角形法求得$\boldsymbol{M}$的实长，再乘以k，即得力矩的真值$\boldsymbol{m}$。如用长度比例尺量得$\boldsymbol{M}$实长为 26cm，k为 200N，所以图示力矩的真值

$$\boldsymbol{m}=200\times 26=5200\,\mathrm{N\cdot cm}$$

在图 1-2 中，若用水平线OB为矢径，它和力$\boldsymbol{F}$构成的平行四边形在V面上的投影面积来确定$\boldsymbol{M}_y$值，则用下面的关系式

$$k|\boldsymbol{M}_y|=|\overline{o'b'}||\boldsymbol{F}_z| \tag{1-5}$$

来作相似三角形图解，得$|\boldsymbol{M}_y|$值后，即可先确定$\boldsymbol{M}$的水平投影m，再求m'。

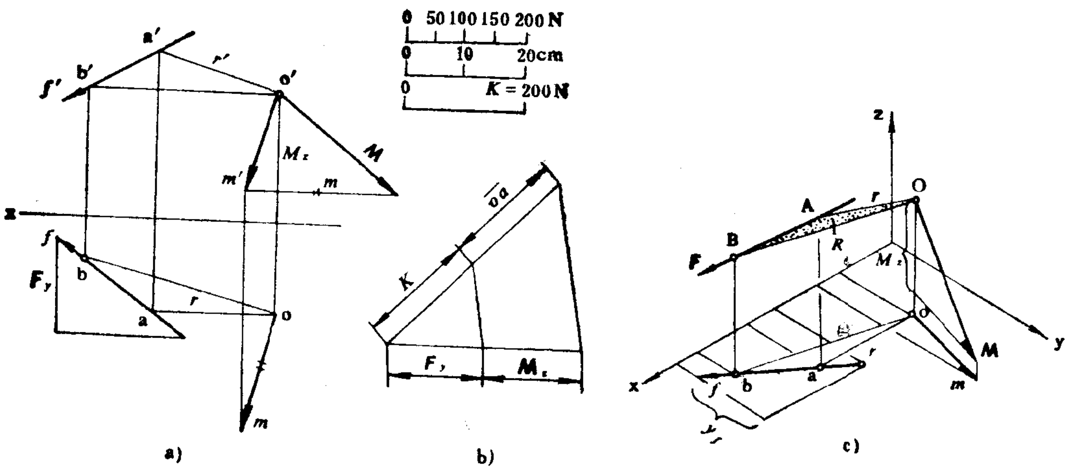


图1-2　力矩的图示、图解法（一）

关于$\boldsymbol{M}$的指向，依据右手螺旋规则和我们的空间想象能力加以确定。

上述图示、图解法作图简单，但$\boldsymbol{M}$的指向难以想象。为此，再介绍一种图解法——换面法。

在图 1-3 中，给出力$\boldsymbol{F}$和矩心O的二投影及力，长度的比例尺，求作假 力矩$\boldsymbol{M}$。

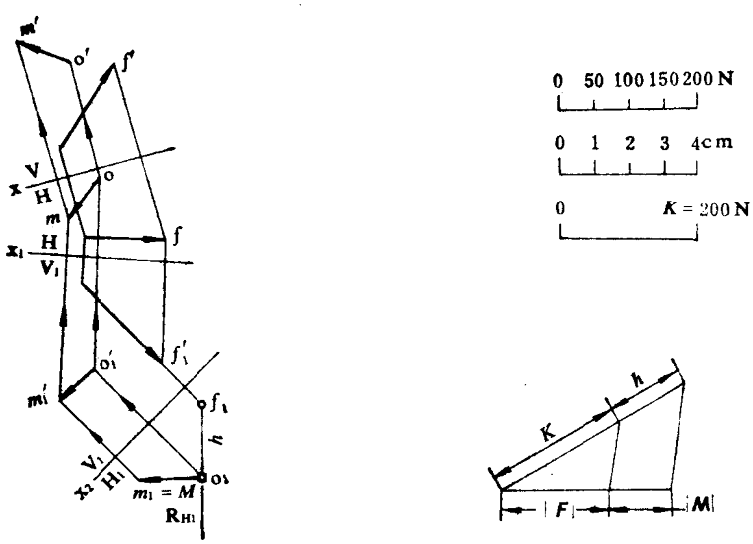


图1-3　力矩的图示、图解法（二）

首先作V_1面平行于力$\boldsymbol{F}$，然后再作H_1面垂直于$\boldsymbol{F}$，在V_1/H_1新投影面 体 系中，作出$\boldsymbol{F}$和矩心O的新投影，显然$\boldsymbol{F}$在V_1面上的投影f_1'反映其实长，$\boldsymbol{F}$在H_1面上的 投 影积聚为一点，力臂h反映实长。引用力矩系数k，由

$$k|\boldsymbol{M}| = h|\boldsymbol{F}| \tag{1-6}$$

作出相似三角形，即可求得$|\boldsymbol{M}|$。因为$\boldsymbol{M}$垂直于力$\boldsymbol{F}$和矩心O所在的平面 R，R在H_1面上的投影R_{H1}具有积聚性，所以$\boldsymbol{M}$在H_1面上的投影m_1垂直于R_{H1}，且反映$\boldsymbol{M}$ 的 实长。故

自点O_1作R_{H_1}的垂线，并截取$O_1m_1=|\boldsymbol{M}|$得m_1点，然后用反作图法即可求得假力矩$\boldsymbol{M}$的二投影m和m′。关于$\boldsymbol{M}$的指向，可在V_1/H_1投影体系中按右手螺旋规则很容易确定。

1.2.2 力对轴的矩

力对轴的矩就是该力对轴上任意一点的力矩在轴上的投影，其绝对值等于力在垂直于轴的平面上的投影与该力对轴的力臂的相乘积。假力矩$\boldsymbol{M}_0$可沿轴取指向，按右手螺旋规则确定。

在图 1-4 中，给出力$\boldsymbol{F}$和轴$\boldsymbol{O}$的二投影，力和长度的比例尺，试作力F对轴O的矩。

用两次换面法，使V_1面平行轴O，H_1面垂直轴O；这样轴O在H_1面上的投影积聚成一点，力$\boldsymbol{F}$对轴的力臂h在H_1面上反映实长，力$\boldsymbol{F}$在H_1面上的投影f_1的大小，也正是我们求假力矩$\boldsymbol{M}_0$所需要的量。

引入力矩系数k，按下面关系式

$$k|M_0|=h|f_1| \tag{1-7}$$

用相似三角形法求出假力矩M_0。由于$\boldsymbol{M}_0$是沿轴O取指向，因此，它在V_1面上的投影反映实长。于是在$O_1'O_1'$线上任意截取$m_{01}'=\boldsymbol{M}_0$，m_{01}'的指向按右手螺旋规则确定。然后再用反作图法求出$\boldsymbol{M}_0$在V/H投影体系中的投影m_0和m_0'。力$\boldsymbol{F}$对轴O的力矩真值，可将假力矩$\boldsymbol{M}_0$的长度乘以力矩系数k即为所求。

在图 1-4b中，用正等轴测图来表示图 1-4a所得的结果。

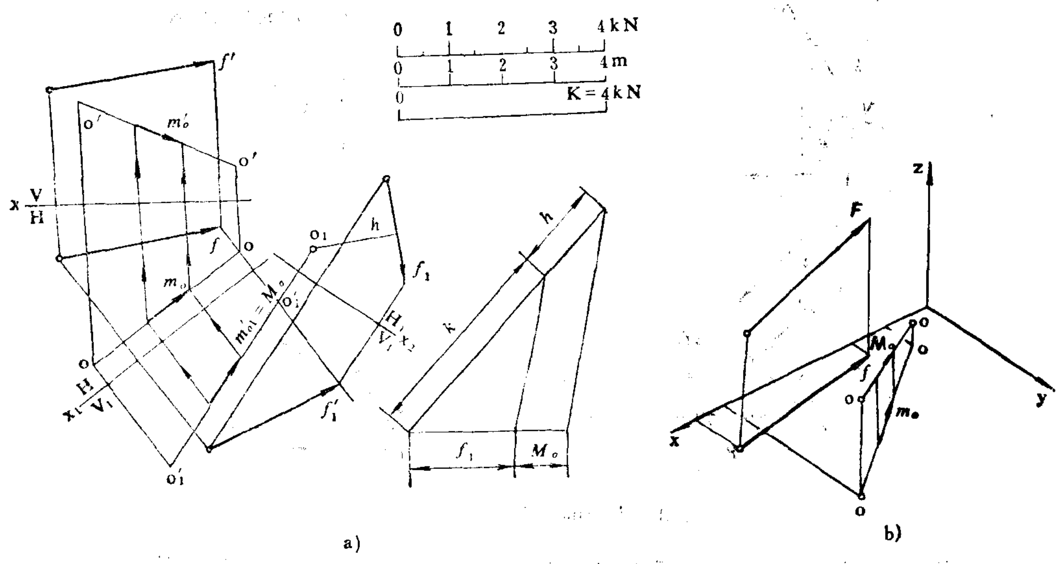


图1-4 力对轴的矩

1.3 力偶

在静力学里，力和力偶是两个最基本的物理量。力偶是由两个大小相等、方向相反的平行力系所构成，它既不能用合力代替，也不能进一步简化成更简单的力系。物体在力偶的作用下而产生旋转运动。力偶值的大小是用力偶矩m来表示，它等于力F和力偶

臂 h（两平行力之间的距离）的乘积。

$$m=\pm hF \tag{1-8}$$

式中正值表示力偶使物体作逆时针旋转、负值表示力偶使物体作顺时针旋转。在保持力偶矩的大小和转向不变的情况下，力偶可在其作用平面内任意转移，或同时改变力和力偶臂的大小，皆对刚体的作用效应不变。或者说在同一平面内的两个力偶，只要其力偶矩相等，则它们对刚体的作用等效。

由上述可知力偶矩的图示、图解法，基本上和力矩的图示、图解法相同。当空间力偶矩用假矩$\boldsymbol{M}$表示时，该矢量为自由矢量。

在图 1-5 中，给出一空间力偶（$\boldsymbol{F}$，$\boldsymbol{F}_1$）及力、长度比例尺和力偶矩系数k，求作假力偶矩$\boldsymbol{M}$的二投影。

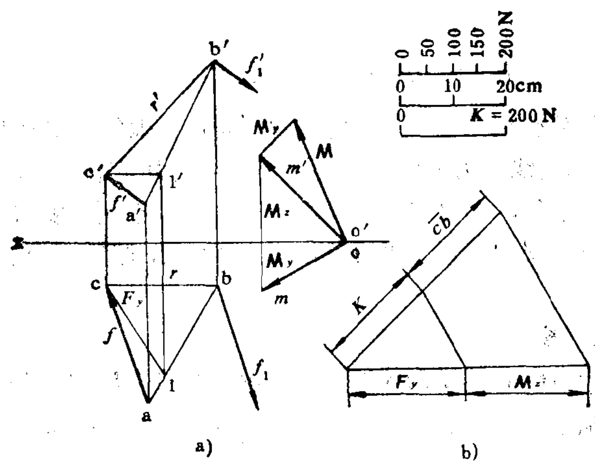


图1-5 力偶矩的图示、图解法（一）

空间力偶矩相当于力偶中的一个力对以另一个力为轴的矩。因此，可设力$\boldsymbol{F}$对$\boldsymbol{F}_1$为轴求矩。在F_1的作用线上任取一点B和力$\boldsymbol{F}$组成平面R（即力偶的作用面），在R平面上作正平线BC，水平线C1，以便确定假矩$\boldsymbol{M}$的投影方位。由于$\boldsymbol{M}$是自由矢量，所以可自空间任意一点O作为$\boldsymbol{M}$的始点，现将点O取在投影轴x上，自点O作R平面的垂线，即为$\boldsymbol{M}$的方位。$\boldsymbol{M}$的大小按下面的关系式

$$k\,|\boldsymbol{M}_z|=|\overline{bc}||\boldsymbol{F}_y|$$

用相似三角形法先确定$\boldsymbol{M}$在Z轴上的投影$\boldsymbol{M}_z$值，求得$\boldsymbol{M}_z$即可确定$\boldsymbol{M}$的二投影m'和m。其指向按右手螺旋规则确定。

空间力偶矩也可以用换面法进行图解，为避免重复，下面再介绍另一种方法——绕不指明轴旋转法。

图 1-6 所示，将已知空间力偶($\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{F}_1$)首先绕某正垂线为轴旋转，使二力$\boldsymbol{F}$,$\boldsymbol{F}_1$平行于H面，其正面投影f_1'，f_{11}'相对位置不变，且平行于x轴，二力的水平投影沿着平行于x轴方向移动到与f_1'、f_{11}'相对应得f_1，f_{11}，且f_1、f_{11}反映$\boldsymbol{F}$和$\boldsymbol{F}_1$的实长。再将二水平力绕某铅垂线为轴旋转，使二力垂直于V面，其正面投影f_2'、f_{12}'皆积聚成一点，这时力偶臂h的实长得到反映。水平投影f_2、f_{12}皆垂直于x轴，也反映二力的实长。空间二

力在两次旋转的过程中，其相对位置应保持不变。根据力F和力偶臂h的实长，即可用相似三角形法求得假力偶矩M的大小。

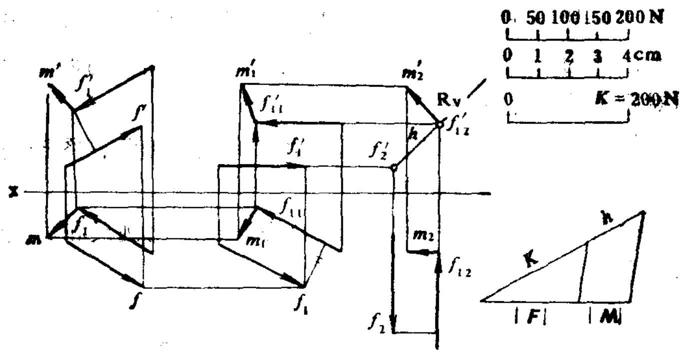


图1-6 力偶矩的图示、图解法（二）

由于二力在空间被旋转到垂直于V面的位置，所以力偶的作用面R为正垂面，其正面迹线R_V即为f'_2与f'_{12}的连线，为了作图方便起见，将假力偶矩M的始点取在力F_{12}的终点，过该点作平面R的垂线，即得M的二投影m_2和m'_2，其中m'_2反映M的实长，故取$m'_2=M$。其指向按右手螺旋规则确定。再用反作图法即可求得假力偶矩M的原投影m和m'。

1.4 力向任意点平移

图1-7所示，设一力F_A作用于刚体的点A，现在欲将力F_A平移到该刚体的另一点B、为此，在点B处加两个方向相反与F_A等量的力F_B和$\bar{F}_B$，且使它们平行于F_A，显然，这三个力F_A、F_B，$\bar{F}_B$组成的新力系和原来的力F_A等效，由图中可以看出F_A与$\bar{F}_B$构成一力偶。这样就可以认为作用于点A的力F_A被平移到点B为F_B，并附加一力偶(F_A，$\bar{F}_B$)，该力偶矩为

$$m=hF_A \tag{1-9}$$

式中h为力F_A对点B的力臂。由上述情况推广到一般，可得力的平移定理：作用在刚体上的力可以向任意点平移，但平移后必须附加一个力偶，其力偶矩等于原力对新作用点的力矩。经变换后所得到的新力系与原来的力等效。这样，我们将应用力的平移定理，可以使一个滑动矢量的力变换成一个自由矢量的力，并附加一个自由矢量的力偶矩。力的大小和方向保持不变，力偶矩的大小与移动的距离成正比，力偶矩的方向按右手螺旋规则确定。

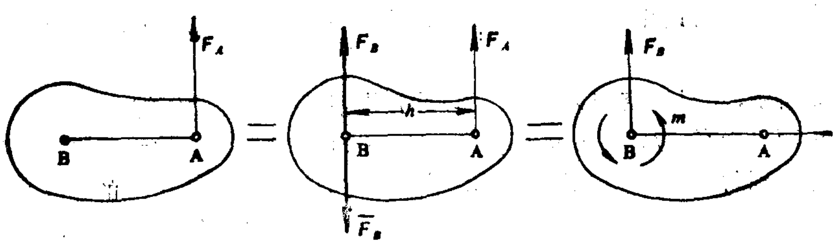


图1-7 力的平衡定理

图 1-8 所示，为力F处于空间一般位置时的情形，该图表达了力F在平移前和平移后的等效关系。图中假力偶矩M的作图方法可参看图 1-5。

应该注意，当我们图解杆件或桁架的内力时，不得应用力的平移定理。

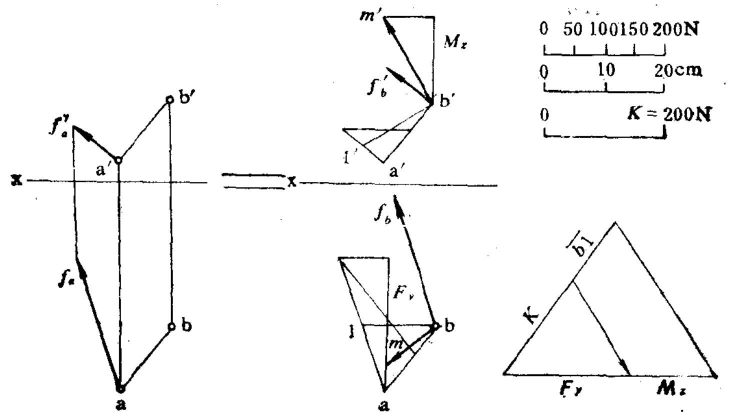


图1-8　空间力的平移

2　空间静力学

2.1　空间力系的合成

2.1.1　空间汇交力系

图1-9a 给出了空间力系 F_1、F_2和F_3，且汇交于点O，欲求其主矢R，根据

$$R=\sum F \tag{1-10}$$

只要作出该力系的空间多边形，该多边形的反封闭边R即为所求，R的作用线必须通过点O。由于空间多边形用轴测图表达不便度量，故用正投影图来解决。于是在图 1-9b中，自空间任意一点A开始作出空间力多边形的二投影，即分别用平面的力多边形法求出诸力的同面投影的合成得 r 和r'，r 和r'即为空间力多边形的反封闭边R的二投影，也就是说F_1、F_2和F_3的合力R的大小和方向被确定。将图1-9b中的R(r ，r') 返回到图1-9a

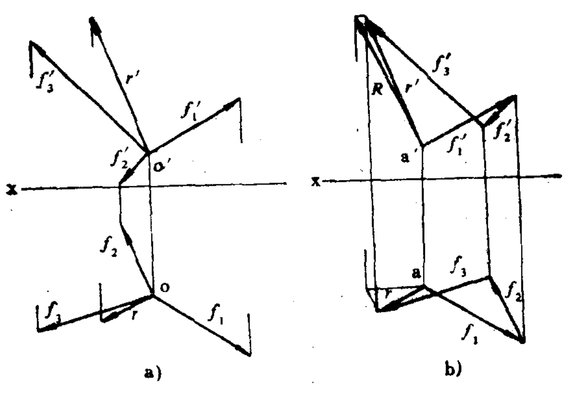


图1-9　空间汇交力系的合成

的力图上，即完成全部作图过程。

若需求主矢$\boldsymbol{R}$的实长，可用图1-1所示的各种方法。在图1-9b中是用绕铅垂线为轴的旋转法求得主矢$\boldsymbol{R}$的实长值。

2.1.2 空间平行力系

空间平行力系可用辅助线法进行合成。在图1-10中，已知$\boldsymbol{F}_1 /\!/ \boldsymbol{F}_2$，求其合力$\boldsymbol{R}$的步骤：

（1）过力$\boldsymbol{F}_1$的始点与$\boldsymbol{F}_2$的终点连接成一条辅助虚线，再过$\boldsymbol{F}_2$的始点与$\boldsymbol{F}_1$的终点连接成另一条辅助虚线。

（2）分别过二力的始点和终点作平行于虚线的四条辅助线。

（3）过力$\boldsymbol{F}_1$和$\boldsymbol{F}_2$的始点所作的二辅助线的交点即为主矢$\boldsymbol{R}$的始点；过力$\boldsymbol{F}_1$和$\boldsymbol{F}_2$的终点所作的二辅助线的交点即为主矢$\boldsymbol{R}$的终点。如此，主矢$\boldsymbol{R}$的大小、方向、作用线位置皆被求得。

从整个作图过程中看，省画图中那两条辅助虚线，主矢$\boldsymbol{R}$照样可以求出，因此，在实际图解时，二虚线就无需画出。这种方法是西班牙马德里大学建筑工程学院Pedro Ramon Moliner教授提出的一种简易图解法，它还可以图解共面任意力系的合成。

当平行力系多于二力时，其合成方法可连续采用二力的合成法求主矢，如图1-11所示，首先使$\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2=\boldsymbol{R}_{12}$，$\boldsymbol{F}_3+\boldsymbol{F}_4=\boldsymbol{R}_{34}$，则主矢$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}_{12}+\boldsymbol{R}_{34}$。

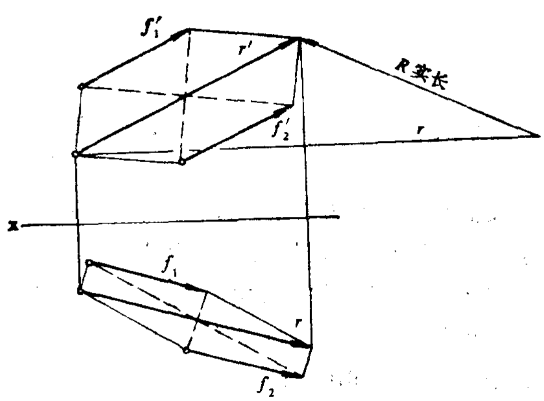


图1-10 用辅助线法求二平行力的合力

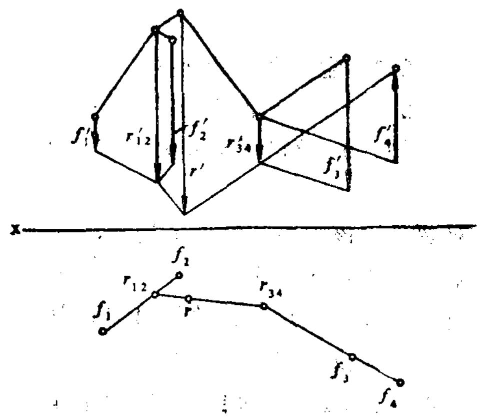


图1-11 空间平行力系的合成

2.1.2 空间任意力系

作用在刚体上的空间任意力系可向刚体上任意一点简化。即将诸力向选定的简化中心进行平移，使该力系变换为一个汇交力系和力偶组与其等效，再求出该汇交力系的合力和力偶组的合力偶。这样空间任意力系在一般情况下被简化为一个合力和一个合力偶。该合力称为主矢，合力偶以力偶矩表示则称为主矩。

在图1-12中，给出作用于刚体上三个不共面又不相交的力$\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$和$\boldsymbol{F}_3$，现选定简化中心O位于$\boldsymbol{F}_1$的作用线上，将$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$平移至点O，作出$\boldsymbol{F}_2$和$\boldsymbol{F}_3$对于点O的假力矩$\boldsymbol{M}_2$和$\boldsymbol{M}_3$（图中仅示出$\boldsymbol{M}_3$的作图过程），再用力多边形法求出主矢$\boldsymbol{R}$和假主矩$\boldsymbol{M}$。注意主矢$\boldsymbol{R}$与简化中心的位置无关，而假主矩$\boldsymbol{M}$则随简化中心的位置不同而变化。