

锻压参数测试技术

黃呂权 尚保忠 编

西北工业大学出版社

内 容 简 介

本书论述了测试技术的基本理论和锻压工程中常用参数的测试方法，内容包括：锻压信号的描述、分析与处理，测试系统静动态特性分析，常用传感器、中间转换电路和记录器的工作原理及其特性，锻压工程中的应变、锻压力与功、位移、速度、加速度、液体压力与流量、振动与噪声、温度等参数的测试方法，试验数据的处理与误差分析，最后还介绍了微型计算机、X射线、红外辐射、激光、光导纤维和全息照相等新技术在锻压测试中的应用。书中还附有相当数量的、可靠的工程数据和应用实例。全书共分九章，各章后附有习题。

本书是高等学校锻压专业教材，也可作高等学校其它机械专业师生教学参考书，还可供有关科研人员和工程技术人员参考。

锻压参数测试技术

黄昌权 尚保忠 编

责任编辑 刘 红

责任校对 郭生儒

*

西北工业大学出版社出版

(西安市友谊西路 127 号)

陕西省新华书店发行

西安电子科技大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0243-1/TG·12 (课)

*

787×1092 毫米 1/16 15.5 印张 376 千字

1990 年 6 月第 1 版 1994 年 6 月第 2 次印刷

印数：1421—2 420 册 定价：9.6 元

前　　言

当前，锻压工程技术在科学方面需要各种材料的塑性加工性能、工艺参数、锻压设备的动态特性以及它们之间相互影响关系方面的、系统的、可靠的基础性试验数据；在锻压生产方面，为了改进锻压件的质量，提高经济效益和劳动生产率，需要不断地测试采集工艺流程数据，以便完善工艺方案，正确有效地运用过程参数的监护测试仪器，保证设备高效安全地运行。所有这一切都有赖于正确地运用锻压参数测试理论、测试仪器和测试方法。所以“锻压参数测试技术”是锻压专业的技术基础课。

本书是根据航空高等院校锻压专业教材小组所拟定的“锻压参数测试技术”课程教学大纲编写的。编写时在取材上力求具有实用性和先进性，在论述上力求做到简明、扼要和深刻，在结构上力求做到系统完整、前后相互呼应。全书以锻压参数测试方法为主线，从信号描述分析入手，系统地介绍锻压参数测试技术的基本理论、常用传感器、中间转换电路和记录器的工作原理与特性、锻压工程中常用参数的测试方法、试验数据的处理和误差分析。

此外，本书将锻压信号的描述与测试系统的特性、测试信号的分析与处理专列了两章，前者介绍锻压信号的时域描述、频域描述和测试系统的静、动态特性，后者介绍信号分析的目的、内容、方法及应用实例，从而使现代科学技术的最新成就，即信息技术在锻压工程中的应用得到了具体的反映。

本书在第九章，介绍了测试技术领域中的最新发展及其在锻压参数测试中的应用，叙述简明扼要，突出基本原理、应用要点和发展前景，供学生阅读参考，以扩大视野。

测试技术是一门新兴学科，它涉及机械工程学、电子学、计算机技术、物理学、信息技术、控制论和应用数学等多种学科。由于篇幅限制，本书在理论论述时，略去了繁复的数学推演，注意有关公式的物理意义及应用方法；在介绍测试仪器时，略去了具体的电路，注意说明它的基本工作原理和特性。本书各章后都附有相应的习题，意欲使理论讲述、例题、习题和实验形成有机的整体，互相呼应，互相补充，以提高教学效果。

本书在阐述一般测试理论和方法的同时，力求突出锻压工程中的内容，即在图、表、例题、习题和有关工程数据方面尽量结合和采用锻压工程技术理论和生产实践中的内容，使其具有一定的实用性。

本书共分九章。西北工业大学黄吕权编写第一章，第二章，第三章的§3-1、§3-2、§3-5、§3-7、§3-8节，第五章，第七章，第八章，第九章的§9-5节和各章习题。南昌航空工业学院尚保忠编写第三章的§3-3、§3-4、§3-6和§3-9节，第四章，第六章和第九章的§9-1至§9-4节，并由黄吕权校阅、修改、补充和定稿。全书由黄吕权担任主编。

本书由西安交通大学谢关恒同志审稿，并提出了许多宝贵意见，在此深表感谢。

由于编者水平所限，错误遗漏之处在所难免，衷心希望读者批评指正。

编　者

1989年8月

目 录

第一章 结论	1
§ 1-1 测试技术在锻压工程中的作用	1
§ 1-2 锻压测试工作的任务与内容	1
§ 1-3 锻压测试技术的发展状况	2
§ 1-4 课程的内容与要求	4
第二章 锻压信号的描述及测试系统的特性	5
§ 2-1 锻压信号的类型及其描述	5
§ 2-2 测试装置的组成及其特性	17
§ 2-3 测试装置的要求	28
§ 2-4 测试装置在典型输入下的动态响应	30
§ 2-5 测试装置特性的测定	33
习题	35
第三章 锻压中应变测试技术	37
§ 3-1 电阻应变片	37
§ 3-2 电阻应变仪	47
§ 3-3 静态应变测量	63
§ 3-4 动态应变测量	68
§ 3-5 高温下应变测量	70
§ 3-6 高压液下应变测量	74
§ 3-7 旋转件中应变测量及遥测技术	76
§ 3-8 模型中应变测量	79
§ 3-9 应变应力测量其它方法简介	83
习题	88
第四章 锻压参数的测试	90
§ 4-1 锻压力及功的测量	90
§ 4-2 锻压位移及速度的测量	101
§ 4-3 锻压加速度的测量	107
§ 4-4 液体压力和流量的测量	114
§ 4-5 锻压中温度的测量	120
习题	126

第五章 锻压工程中振动和噪声的测试	127
§ 5-1 振动的类型及其特性参数	127
§ 5-2 振动的测量与分析	130
§ 5-3 锻压机械振动特性参数的测定	136
§ 5-4 噪声的测试	142
习题	155
第六章 记录器	156
§ 6-1 光线示波器	156
§ 6-2 磁带记录器	165
§ 6-3 其它记录仪器	171
习题	174
第七章 测试信号的分析和处理	175
§ 7-1 信号的频谱分析及其应用	175
§ 7-2 相关分析及其应用	177
§ 7-3 功率谱分析及其应用	185
§ 7-4 信号的数字化处理	189
习题	197
第八章 测试误差分析和数据处理	198
§ 8-1 基本概念	198
§ 8-2 有效数字与计算法则	199
§ 8-3 随机误差分析及测量结果表示	199
§ 8-4 间接测量中的误差传递	205
§ 8-5 测试数据的处理	210
§ 8-6 测试数据的表示方法	214
习题	219
第九章 新技术在锻压测试中的应用	220
§ 9-1 微型计算机在锻压测试中的应用	220
§ 9-2 X 射线测定残留应力技术	223
§ 9-3 红外辐射技术的应用	226
§ 9-4 激光技术在锻压测试中的应用	231
§ 9-5 光导纤维传感器在锻压测试中的应用	235
参考文献	240

第一章 绪 论

§1-1 测试技术在锻压工程中的作用

测试工作包括测量和试验两个方面，前者是获得各种所需物理量并描述它的时域变化过程、实现工程控制和故障诊断的重要手段，后者是技术科学中发现建立新的技术理论、确定最佳设计方案、拟定最优工艺流程的必经途径。因此，测试技术是现代科学技术的重要组成部分。使用先进的测试技术是科学技术现代化的重要标志，也是科学技术现代化不可少的条件。

锻压工程是整个机械工程的重要组成部分，它包括金属塑性成形理论、锻造工艺、冲压工艺及锻压设备等方面。经过30多年的努力，我国锻压工程在科学的研究和生产技术上取得了很大的进步。当前需要加强塑性成形理论研究，设计制造新型高效低噪声的设备，采用新技术，改善生产管理，提高产品质量和经济效益，以适应新的技术革命浪潮的形势。这些任务的完成和客观评价都离不开测试技术和测试工作。因此，锻压参数的测试在新形势下更加显得重要了。

在金属塑性成形理论方面，通过锻压参数的测试可以研究锻压过程的机理，探索各种锻压因素的影响规律，从而完善现有锻压理论，发现或建立新的锻压理论；在锻压工艺方面，通过锻压载荷、单位流动压力、弹塑性变形量值、变形分布、变形速度、动态温度及摩擦等参数的测量，可以寻求工艺方案的改进方向，确定最佳工艺参数；在模具方面，通过应变应力状态、温度分布和磨损的测试，可以改进模具结构，拟定锻压模具返修时的合理次数，从而提高模具工作寿命，节约生产成本。

对于锻压设备在设计大型贵重金属成形机器时，事先要进行模型试验，测定刚度、强度及有关动态特性参数，为建立整机或部件的数学模型，进行综合分析，确定最佳设计方案提供可靠的实验根据；在运行时，通过二次效应（如温升、振动噪声和润滑状态等）的测量，对机器的运行状态实行识别、预测和监视，从而达到高效安全可靠运行的目的。对于重要的大批量锻压生产线，要实行在线监测，以保证产品的质量和设备的安全。同时，经过长时期的测量和数据的积累，还可以为形成或完成适合我国国情的可靠的锻压工艺和锻压设备数据，以及各种锻压图表作出贡献。

在锻压工程自动控制方面，其闭环系统、自动调节系统和随动系统中的信息反馈任务必须靠检测来完成。推而广之，对于研究任何一个广义动力学系统^[3]的动态关系时，都离不开检测。综上所述，锻压测试技术是锻压工程中的一项基础性技术。

§1-2 锻压测试工作的任务与内容

测试的目的是为了获得研究对象的状态、运动和特征等方面的信息。但是并非所有的信息都是可以直接进行检测的。例如，回转体的不平衡信息总是在回转时通过振动载荷这个物

理量表现出来，轴承间隙不合适的信息总是通过温升等物理量表现出来。这些物理量叫作信号或二次效应。信号是信息的载体。在实际研究对象中所表现出来的信息是非常丰富的，信号所携带的信息也常常是多种多样的，并非都是所需要的信息。无用的信息称为干扰，相应地，信号也分为有用信号和干扰信号。但是，这种划分是相对的，是随测试目的而变化的。所以测试的任务就是用最有效的方法获得与研究任务有关的研究对象的信息，最大限度地减弱无关信息或干扰信号。为了保存、传输、显示和记录有用的信息，常需对信号作必要的中间变换和加工，所得数据还需进行处理和误差分析，以判定测试数据的可靠性。

锻压工程中需要测量的参数可以分为三个方面：在锻压原理和工艺方面包括金属塑性变形时的应变、应力、变形、变形程度、变形速度、变形温度、变形抗力、润滑摩擦和金属力学性能与金相组织等；在锻压设备方面包括构件的强度、刚度（包括整机刚度）、温度、时间、摩擦参数、运动参数、功能参数、液压参数、气压参数和振动噪声参数等；在生产线方面包括时间节律、产品质量参数以及各种设备运行时的状态参数等。

锻压参数的测量方法很多，按测量原理可以分为机械测量法、光测法和电测法等。从测量信号的获得、变换、加工、传输、显示、控制、数据处理、测量精度和动态响应能力等几个方面进行比较可见，把非电信号转换为电信号的电测法具有无可非议的优越性。所以目前非电测量法在航空、机械、动力、建筑、水利、化工、钢铁、石油开采等工业部门中获得了广泛的应用。

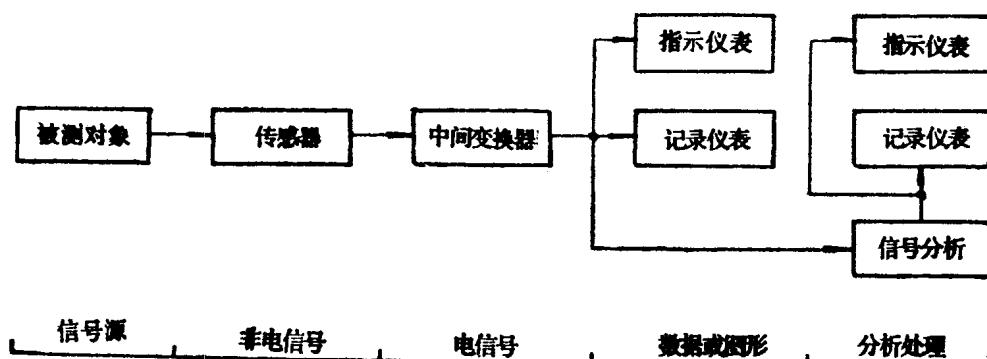


图 1-1 测量系统示意图

锻压参数电测法的测量系统如图 1-1 所示，它首先将被测信号转换成电信号。实现这种转换的元件和装置分别称为传感器和变换器，也称换能器或一次测量仪表。由传感器输出的信号需经过中间变换器的再变换，如调制、放大（或衰减）、解调、滤波、运算和数字化等项处理，最后输入到指示或记录仪表中进行显示或记录。中间变换器和指示记录仪表有时合称为二次测量仪表。二次仪表所获得的数据经过数据处理仪的变换、处理和误差分析后就可获得所需数据。若是复杂系统则尚需经过系统辨识和参数估计才能最后提取研究对象所需的信息。

§1-3 锻压测试技术的发展状况

锻压测试最初出现于金属塑性成形的理论研究工作中。例如，为了验证密席斯(Von

Mises) 屈服准则，1926年后各种试验测量一直在进行着，即测定试件的静态拉伸应力、拉伸应变和扭转应变。在锻压生产中最初也只限于温度的测量、锻压产品外部静态几何量的测量和内部组织性能的检验及锻压设备技术性能的测定。40年代提出了锻压力、变形抗力、真实应力及设备位移速度等测试任务。当时所用的测力装置有炭阻式测力传感器和电阻应变式测力传感器等，中间变换器一般都是测量电桥及载波放大、相敏检波、滤波电路等，指示仪表有磁电式检流计和磁电式示波器等。此后在锻压理论研究上提出了测定变形金属内部的应变、应力、位移场、速度场及外摩擦等任务。因此出现了坐标网格法、光塑性法、视塑性法、密栅云纹法和圆环微粗法等测试方法。在锻压设备上提出了全机性能测定，全机工作时的动态强度、运动参数、液压参数及功率测量任务。因此，动态测试技术、高液压下测试技术、时变功率测试技术等在锻压工程中得到了应用。而且随着近代物理学、控制论和信息论的发展，使得红外技术、激光技术、光导纤维技术、射线辐射技术和计算机技术等在锻压测试中逐步得到应用，并推动它向更高的技术阶段发展。

由此可见，锻压测试技术的发展与锻压工程技术及各种学科的发展密切相关，前者不断提出新的测量要求，推动锻压测试技术的发展，后者的各种新成就，为锻压测试技术的发展创造了条件，即锻压测试技术总是从与它相关的学科中吸取营养而使自己迅速地向前发展。

传感器是锻压参数测试技术中的关键元件，它有电阻应变式、电感式、电容式等机械结构型和热敏、光敏、磁敏、压敏等物性型两大类。物性型传感器的体积小、用途广、成本低。因此，它在测试技术中得到了越来越广泛的应用。由于半导体集成技术和微电子技术的发展，可使敏感元件与随后的测量电路组装在一起，而成为系统化的传感器。更引人注目的发展是传感器与微处理机结合成一体，组成所谓“智能传感器”，它具有校正、逻辑分析、信号处理和完成各种复杂计算任务的功能。

由于计算机技术的发展，锻压测试技术中过去许多依靠人工操作、调整、记录、处理和计算的部分，有可能用专用计算机硬件和软件来完成，从而使锻压测试工作走向自动化。

此外，随着锻压理论和锻压生产技术的发展，在锻压设备方面要求建立专用的整机试验室和主要零部件(如压力机的离合器制动器)试验台架。整机试验室可以鉴定各锻压机床厂所生产的锻压机器的综合性能；零部件试验台架可强化零部件的试验，以缩短试验周期。在锻压工艺方面，要求建立各种工艺参数的测定试验室，探索各种工艺因素的影响规律，为选择最佳工艺方案提供科学的试验数据。在试验方法上除实物试验、模型试验外，还要逐步采用电子计算机模拟试验方法。电子计算机模拟试验又分为模拟计算机模拟试验和数字计算机模拟试验，前者是利用电子计算机中的电路模拟所研究的对象或过程中各参数间的关系而进行模拟试验，后者是利用研究对象的数学模型和输入数据进行模拟试验。应该指出，利用电子计算机进行模拟试验时，必须对被研究对象的客观规律性有比较透彻的了解，并具有必要的实验根据，以便比较准确地建立反映这个客观规律的数学模型，并为计算机编制计算程序。

在锻压生产及自动化系统中，测试工作是获得生产各环节、设备各部件运转信息的重要手段。通过测试所获得的信息，可以自动调节生产各环节和设备部件的状态，使它们处于最佳的状态下运行。因此，锻压参数测试在生产现场中也获得广泛的应用。

§1-4 课程的内容与要求

本课程研究的主要内容是以电阻应变法为主的应变测试方法，锻压工程中各种主要参数的测试方法，以及测试数据的误差分析和数据处理。与此同时，还讨论各种传感器、中间变换电路及记录器的工作原理，测试装置的静、动态特性的评价方法和测试技术的发展概况。

本课程是锻压工程的一门专业技术基础课。学生学完本课程后应掌握下列几个方面的知识：

1. 了解信号的分类及特点，掌握信号的时域和频域描述方法，明确建立信号的频谱概念，初步掌握信号的频谱分析方法，树立起相关分析、功率谱分析及数字信号分析的基本概念。

2. 了解各种主要测试仪器的工作原理、性能及使用方法，初步掌握测试仪器的静、动态特性的评定方法和不失真的测试条件，并在实际工作中能根据被测试对象的特点，正确选用和操作测试仪器。

3. 对锻压工程中的动态信号的测试工作的基本问题有一个完整的概念，并能初步运用于某些参数的测试。

本课程所涉及的知识面较广，需要数学、力学、电学、光学及工程控制等方面的知识。在学习中应综合运用过去所学知识，并以掌握测试的基本原理、方法和数据处理为主，联系实际，积极参加实践，才能培养出较高的测试工作能力。

第二章 锻压信号的描述及测试系统的特性

在测试工作中首先遇到的问题是正确认识被测信号的类型及其性质，以便选择合适的测试方法来测取所需的信息。本章将首先讨论锻压信号的类型及其频谱分析，接着阐述测试装置(或系统)的组成及其特性。

§2-1 锻压信号的类型及其描述

一、信号的分类及其时域描述

信号是客观物体内部存在的各种信息的反映。在锻压理论研究和锻压生产实践中，常需测取各种信号：如力信号(锻压力、构件和模具的应力等)、运动信号(位移、速度、加速度、变形速度场等)、热信号(锻件及模具的温度等)、介质接触状态信号(摩擦及磨损等)、电磁信号等。信号按其时域特征可以分为确定性信号和非确定性信号(随机信号)两大类。各类信号又分为几个小类。详见图 2-1。

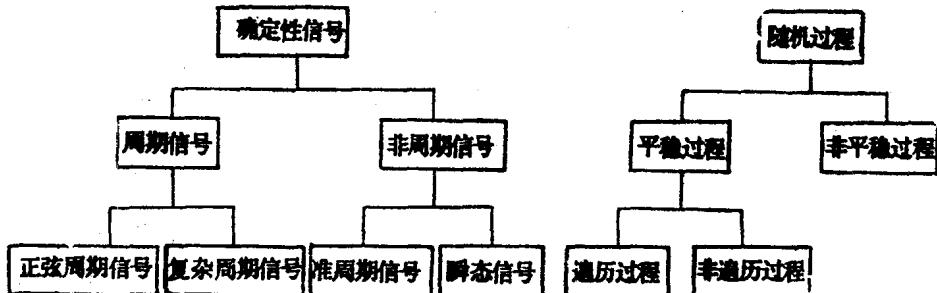


图 2-1 信号的分类

(一) 确定性信号 确定性信号是指每一瞬间都具有确定数值的信号，即可以用相当精确的数学关系式，或确定的图形来描述其大小与时间关系的信号。例如，曲柄压力机滑块做上下往复运动时，其位移 $S(t)$ 是确定性信号，它可以用下式来确定任何瞬间的滑块位置。

$$S(t) = R \left[(1 - \cos \omega t) + \frac{1}{\lambda} (1 - \sqrt{1 - \lambda^2} \sin^2 \omega t) \right] \quad (2-1)$$

式中 R ——曲柄半径；

ω ——曲柄角速度；

λ ——连杆系数，取决于 R 和连杆长度；

t ——时间。

确定性信号按其随时间变化的特点可以分为周期性信号和非周期性信号。周期性信号又分为正弦周期信号和复杂周期信号。锻压工程中的周期信号基本上属于复杂周期信号，其按取值情况又可分为连续信号和离散信号。以下分别论述它们的特点及其在锻压工程中的表现

形式。

1. 周期性信号：锻压工程中的周期性信号分连续周期信号和非连续周期信号两种，它们都属于复杂周期信号。前者指按一定的时间间隔（周期）不断重复出现的信号，而且在某一时间间隔内，信号的幅值可以连续地取值，如曲柄压力机滑块的速度信号（见图 2-2(a)），它是具有周期 $T = 2\pi$ 的连续信号；后者指在某一时间间隔内，信号有间断现象的周期性信号，如液压机快锻时载荷信号（见图 2-2(b)）。

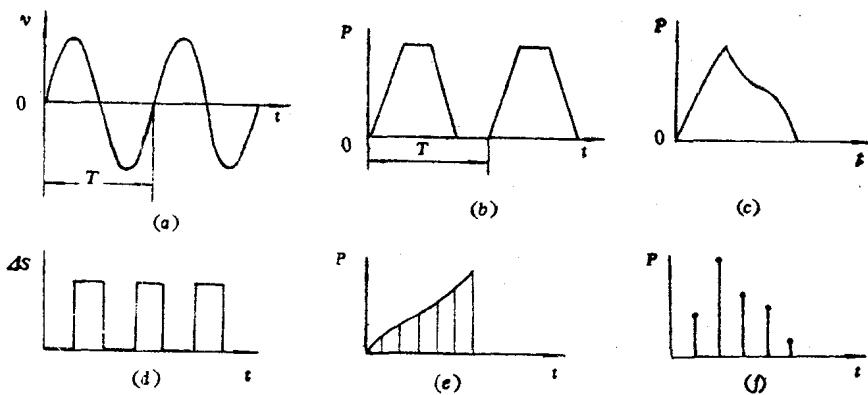


图 2-2 各种信号波形图

2. 非周期性信号：非周期性信号是指没有固定时间间隔或周期趋于无穷大的信号，它分准周期信号和瞬态信号两种，也可分为连续的和离散的两种信号。连续的非周期信号如图 2-2(c)所示，它是挤压力信号；离散的非周期性信号是指信号的幅值不连续或幅值和时间两者同时不连续。用光电传感器测量锤头在小段距离内的平均速度时，所获得的信号就是幅值不连续的非周期性信号，如图 2-2(d)所示。它只有上下两个水平信号，相当于电灯的开和关，而时间上是连续的。对连续信号在离散时间下进行采样所得信号属于时间离散信号，又称采样数据信号，如图 2-2(e)所示。在计算机控制的测试系统中，常常对被测系统进行定时采样，并将采样所得量值转化为有限个数码贮存起来，这种信号是一组按时间顺序排列的数字序列，它在时间和幅值上都是离散的，故称为数字信号或时间序列信号。如对反挤压压力进行模数转换所获得的信号，就属于双离散信号，如图 2-2(f)所示。

确定性信号随时间变化有快有慢，这叫时间特性，又称时域描述。它既可用函数或图形表示，也可用峰值、平均值、周期或脉冲信号的上升时间、脉宽等特性参数来描述之。

（二）非确定性信号 非确定性信号又称随机信号，即不可能确定它在每个瞬时的大小，也不能用确定的数学关系式来描述。随机信号的分类如图 2-1 所示，分平稳和非平稳随机信号。平稳随机信号又分为遍历过程和非遍历过程两种。随机信号常用统计特征参数描述之。

二、确定性信号的频谱分析(频域描述)

信号的时域描述只能反映信号的幅值随时间变化的特征，而不能明确反映信号的频率组成。研究信号的频率结构和各频率成分幅值大小的工作称频谱分析，又称信号的频域描述。即，以信号的频率 f 或圆频率 ω 为横坐标，幅值为纵坐标的图形描述，或以频率为自变量，

幅值为因变量的函数描述。

(一) 周期性信号的频谱分析 周期信号是按一定时间间隔 T (周期)不断重复的信号。它满足下列关系式:

$$x(t) = x(t + nT) \quad (2-2)$$

式中 n —整数序列;

t —时间。

根据数学理论, 凡满足狄利克莱(Dirichlet)条件, 在有限区间上的任何周期函数 $x(t)$ 都可展开成傅立叶级数^[4]。 $x(t)$ 的傅立叶级数的三角函数展开式为:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (2-3)$$

式中常值分量、余弦分量和正弦分量的幅值为:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

式中 T —周期;

$$\omega_0 \text{——圆频率, } \omega_0 = \frac{2\pi}{T};$$

n —整数序列(1,2,3,...)。

式(2-3)也可利用三角函数关系整理成:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \theta_n) \quad (2-5)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \theta_n &= \arctg \frac{a_n}{b_n} \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

由式(2-5)可见, 周期信号是由无穷多个不同频率的谐波叠加而成的。第一项 a_0 称零次谐波或平均值; 第二项 $A_n \sin(n\omega_0 t + \theta_n)$ 称 n 次谐波; $n\omega_0, A_n, \theta_n$ 分别称为 n 次谐波的圆频率、幅值和相位角, $n=1$ 称一次谐波(又称基波), $n=2$ 称二次谐波, 其余依次类推。以幅值 A_n 或相位角 θ_n 为纵坐标, 以圆频率为横坐标所作的图形称频谱。其中, $A_n - \omega$ 图称幅频谱, $\theta_n - \omega$ 图称相频谱。由于 n 是整数序列, 所以相邻谐波的频率间隔为 $\Delta\omega = \omega_0$ 。因此, 周期信号的频谱是离散的, 其中 ω_0 称基频。

例 2-1 一周期性挤压力波形如图 2-3 所示, 载荷持续时间 $\tau = T/12$, 载荷幅值为 A , 求幅频谱。其时域表达式为:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & -\frac{T}{2} \leq t < -\frac{T}{24} \\ A & 0 > t > -\frac{T}{24} \\ A & 0 \leq t \leq \frac{T}{24} \\ 0 & \frac{T}{24} < t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$$

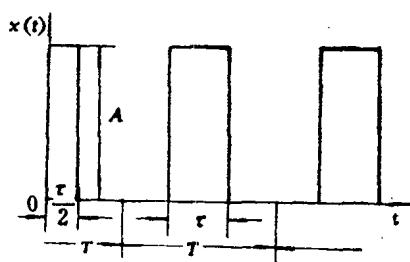


图 2-3 挤压力波形

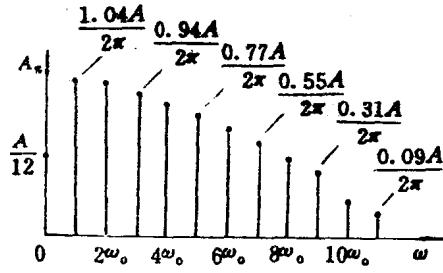


图 2-4 挤压力幅频谱图

解 挤压力函数 $x(t)$ 的傅立叶级数的三角函数展开式的常值分量 a_0 , 余弦分量和正弦分量的幅值分别为:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} Adt = \frac{A}{12}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} A \cos n\omega_0 t dt = \frac{2A}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{12}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt = 0$$

幅值频谱的函数式为:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{2A}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{12}$$

幅值频谱的图形如图 2-4 所示。由此可见, 周期信号的频谱具有三个特点: (1) 频谱是离散的; (2) 各次谐波的频率是基波频率的整数倍, 谱线就出现在基波频率的整数倍点上; (3) 谐波的幅值随频率的增高而衰减, 即具有收敛性。

若使例 2-1 的周期 T 不变, 而改变它的载荷持续时间 τ (或称冲击宽度), 则得到的频谱如图 2-5(a)所示。由图可见, 周期相同, 相邻谱线的间隔相同, 但随着冲击宽度的变窄, 其频谱包络零点的频率 ($\omega = \frac{2\pi}{\tau}$) 越高, 因而相邻两个零值间所包含的谐波分量就越多, 谐波幅值收敛速度就越慢。从零频率, 到不可忽略的幅值所对应的最高次谐波频率间的频段, 称为信号的频带宽度。因此得出结论: 信号的冲击宽度越窄, 则信号所占有的频带越宽。

若使例 2-1 的信号冲击宽度不变, 而改变它的周期, 则得到的频谱如图 2-5(b) 所示。由图可见, 这时频谱包络线的零点频率所在的位置不变, 而随着周期的增长, 相邻谱线的间隔 $(\omega_0 = \frac{2\pi}{T})$ 减小, 即谱线变密。当周期趋于无穷大时, 那么相邻谱线的间隔就趋于零, 因而周期信号的离散频谱就变为非周期信号的连续频谱了。

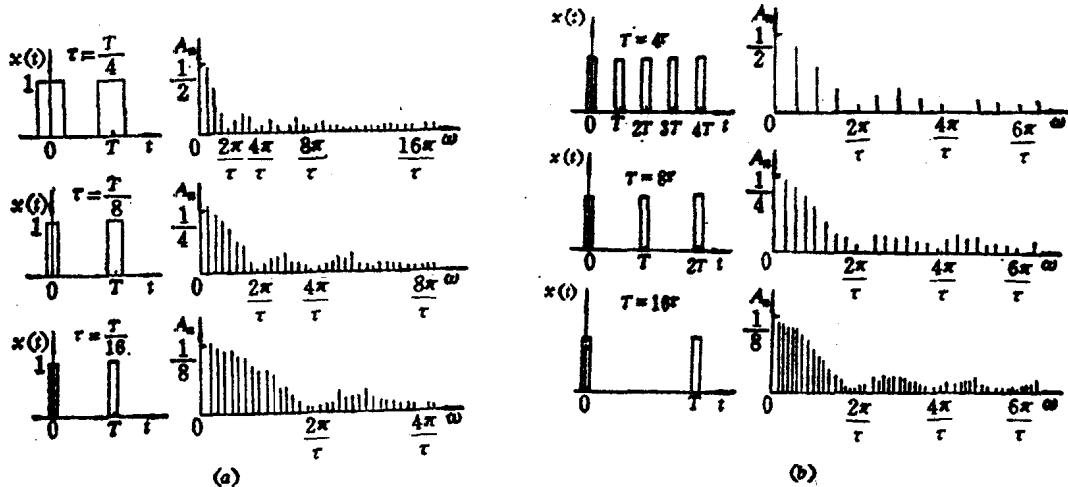


图 2-5 冲击宽度, 冲击周期与频谱的关系

以上将周期信号展开成傅立叶级数的三角函数形式, 然后分析了它的频谱构成及特点。其实也可以展开成复指数函数形式。因为根据欧拉公式^[6]:

$$\cos n\omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{-jn\omega_0 t} + e^{jn\omega_0 t}) \quad (2-7)$$

$$\sin n\omega_0 t = \frac{j}{2} (e^{-jn\omega_0 t} - e^{jn\omega_0 t}) \quad (2-8)$$

因此式(2-3)可改写为:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} (a_n + jb_n) e^{-jn\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_n - jb_n) e^{jn\omega_0 t} \right]$$

若令

$$c_n = \frac{1}{2} (a_n - jb_n) \quad (2-9)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2} (a_n + jb_n) \quad (2-10)$$

$$c_0 = a_0 \quad (2-11)$$

则 $x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_{-n} e^{-jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2-12)$

或 $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2-13)$

这就是周期性信号的傅立叶级数的复指数函数展开式。将式(2-4)代入式(2-9)得：

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2-14)$$

c_n 就是周期信号的频谱函数，一般它是个复数，因此可写成：

$$c_n = c_n R + j c_n I = |c_n| e^{j\varphi_n} \quad (2-15)$$

式中

$$|c_n| = \sqrt{c_n^2 R + c_n^2 I}, \quad (2-16)$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{c_n I}{c_n R}. \quad (2-17)$$

$|c_n|$ 就是 $x(t)$ 的幅值频谱， φ_n 是 $x(t)$ 的相位频谱。在频谱图中，横坐标(即圆频率 ω)是从 $-\infty$ 到 $+\infty$ ，而不是取单边值($0 \sim +\infty$)，因此其幅值为单边频谱的一半，即与式(2-6)比较有 $|c_n| = A_n/2$ 的关系。

(二) 非周期信号的频谱分析

1. 傅立叶变换与频谱函数：非周期性信号实际上是周期 T 趋于无穷大的周期信号。因此仍可用周期信号的复指数函数形式，即将式(2-14)代入式(2-13)得

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] e^{jn\omega_0 t}$$

当周期 T 趋于 ∞ 时，相邻谐波的频率间隔 $\Delta\omega = \omega_0 = 2\pi/T \rightarrow d\omega$ ，离散谱中相邻谱线紧靠在一起， $n\omega_0$ 就变成连续变量 ω ，符号 \sum 就变为了 \int ，求和计算变成积分计算，即

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} d\omega \end{aligned} \quad (2-18)$$

上式中括号内积分后仅是 ω 的函数，用 $X(j\omega)$ 表示之，即

$$X(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2-19)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2-20)$$

式(2-19)中的 $X(j\omega)$ 称为非周期性信号的傅立叶正变换(或傅立叶积分)，式(2-20)中的 $x(t)$ 称为 $X(j\omega)$ 的傅立叶反变换(或傅立叶逆变换)。 $x(t)$ 原是时间域函数，经傅立叶正变换后变为频率域函数。所以傅立叶正变换是将一个时间域函数变为频率域函数，故 $X(j\omega)$ 又称为 $x(t)$ 的频谱密度函数或频谱函数。而傅立叶逆变换是将一个频率域函数再变换到时间域函数， $x(t)$ 称为 $X(j\omega)$ 的原函数。

如果将上述变换中的自变量圆频率 ω 改为频率 f ，因 $\omega = 2\pi f$ ，所以(2-19)的 $X(j\omega)$ 变为 $X(if)$ 或 $X(f)$ ，即

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (2-21)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df \quad (2-22)$$

$$X(f) = 2\pi X(j\omega) \quad (2-23)$$

在一般情况下， $X(j\omega)$ 或 $X(f)$ 是个复数，所以又可用下式表示之：

$$X(j\omega) = |X(j\omega)| e^{j\theta(\omega)} \quad (2-24)$$

或

$$X(f) = |X(f)| e^{j\theta(f)} \quad (2-25)$$

式中 $|X(f)|$ 就是非周期信号的幅值频谱， $\theta(f)$ 就是非周期信号的相位频谱。在形式上 $|X(f)|$ 与周期信号的幅值频谱 $|C_n|$ 很相似，但是此时的圆频率 ω 或频率 f 是个连续变量，所以非周期信号的频谱是个连续频谱。此外，量纲也不同，因式(2-19)或式(2-21)等号右边积分后分子是幅值，而分母是圆频率 ω 或频率 f ，所以 $|X(j\omega)|$ 或 $|X(f)|$ 的量纲是单位频宽上的幅值，故 $|X(j\omega)|$ 或 $|X(f)|$ 又称为非周期性信号的幅值谱密度， $\theta(\omega)$ 或 $\theta(f)$ 称为非周期性信号的相位谱密度。

例 2-2 求非周期冲击过程的频谱，其时域波形如图 2-6(a)所示，它的时域表达式为：

$$x(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & 0 > t, t > \tau \end{cases}$$

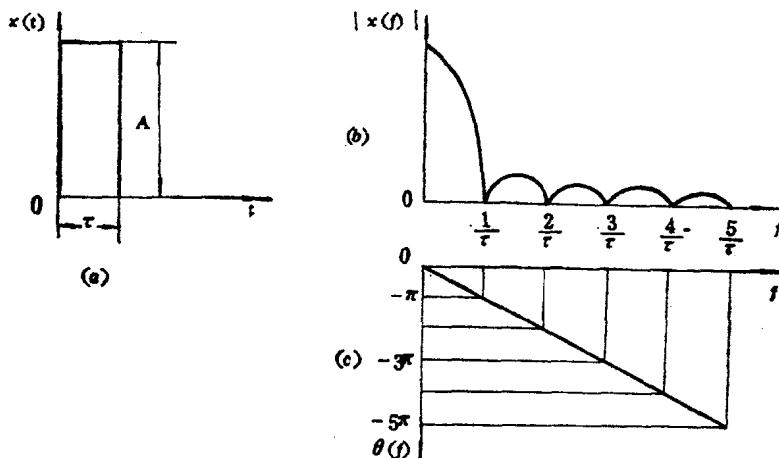


图 2-6 非周期信号及其频谱
a—冲击波形 b—幅频图 c—相频图

解 它的频谱函数为：

$$\begin{aligned} X(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt = \int_0^{\tau} A e^{-j2\pi f t} dt \\ &= \frac{jA}{2\pi f} (e^{-j2\pi f \tau} - 1) = \frac{A\tau}{\pi f \tau} \sin \pi f \tau e^{-j\pi f \tau} \end{aligned}$$

所以它的幅值频谱为：

$$|X(f)| = \frac{A\tau}{\pi f \tau} |\sin \pi f \tau|$$

它的相位频谱为：

$$\theta(f) = -\pi f \tau$$

又因

$$\lim_{f \rightarrow 0} \frac{A\tau}{\pi f \tau} \sin \pi f \tau = A\tau,$$

所以

$$|X(0)| = A\tau$$

其幅值频谱和相位频谱如图 2-6(b),(c)所示。

综上所述，非周期性信号的频谱是连续的，各次谐波的幅值随其频率的增加而迅速衰减，即与周期性信号相比具有更快的收敛性，各次谐波的频率是连续变化的。

信号的频谱分析目的在于了解信号的时域描述和频域描述之间存在着一一对应关系，了解信号的频率结构，从而正确地选择测试仪器或测试系统，也可以预估被激励构件的动态响应量值，并在锻压设备的设计中为正确地确定输入信号（激励）和系统与输出三者之间的关系，以期为达到最佳耦合奠定科学基础。

2. 傅立叶变换的主要性质：如上所述，通过傅立叶变换可以求得一个时域函数的频谱函数。所以了解傅立叶变换的主要性质^[5]，对于今后分析信号和测试装置的特性都是十分重要的。

(1) 奇偶虚实性：频谱函数 $X(f)$ 一般是实变量 f 的复变函数，它可表示为实部 $\text{Re}X(f)$ 和虚部 $j\text{Im}X(f)$ ，即：

$$\begin{aligned} X(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \\ &= \text{Re}X(f) - j\text{Im}X(f) \end{aligned} \quad (2-26)$$

$$\text{Re}X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos 2\pi f t dt \quad (2-27)$$

$$\text{Im}X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sin 2\pi f t dt \quad (2-28)$$

所以，如果 $x(t)$ 为实偶函数，则 $\text{Im}X(f) = 0$ ， $X(f)$ 将是实偶函数，即 $X(f) = \text{Re}X(f)$ ；如果 $x(t)$ 是实奇函数，则 $\text{Re}X(f) = 0$ ， $X(f)$ 将是虚奇函数，即 $X(f) = -j\text{Im}X(f)$ 。

(2) 叠加特性：如果 a, b 为常数，时域信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的傅立叶变换分别为 $X_1(f)$ 和 $X_2(f)$ ，则有：

$$ax_1(t) + bx_2(t) \Leftrightarrow aX_1(f) + bX_2(f) \quad (2-29)$$

(3) 对称性：如果时域信号 $x(t)$ 的频谱函数为 $X(f)$ ，则时域函数 $x(t)$ 的频谱函数为 $x(-f)$ ，即若

$$x(t) \Leftrightarrow X(f)$$

则

$$X(t) \Leftrightarrow x(-f) \quad (2-30)$$

应用这个性质，若已知傅立叶变换的正变换对，可迅速求出其逆变换对。

(4) 时移和频移特性：若已知时域信号的频谱函数，当时域信号沿时间轴平移一时间常值 t_0 时，则有：

$$x(t \pm t_0) \Leftrightarrow X(f) e^{\pm j2\pi f t_0} \quad (2-31)$$

当频谱函数沿频率轴平移一频率常值 f_0 时，则有：

$$x(t) e^{\pm j2\pi f_0 t} \Leftrightarrow X(f \mp f_0) \quad (2-32)$$

(5) 卷积特性：两个任意函数 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的卷积定义为 $\int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_2(t - \tau) d\tau$ ，并记为 $x_1(t) * x_2(t)$ 。两个函数卷积的傅立叶变换等于两个函数各自傅立叶变换的乘积，即

$$x_1(t) \Leftrightarrow X_1(f)$$