数学与数学家的故事

[illegible]编　　河北教育出版社

数学与数学家的故事

乐嗣康 编

河 北 教 育 出 版 社

数学与数学家的故事

乐嗣康 编

河北教育出版社出版（石家庄市北马路45号）
深泽县印刷厂印刷　　河北省新华书店发行

787×1092毫米 1/32 5.25印张 104,000字 印数：1—2,400 1987年8月第1版
1987年8月第1次印刷　　统一书号：7509·16　　定价：0.82元

前　言

本书是中学生的课外读物。它主要介绍了历史上一些著名的、有趣的数学故事和某些数学家的小故事。该书具有三个特点：

趣味性：阅读了这些小故事，可以引起读者对数学学习的兴趣。

知识性：该书内容联系了中学数学知识，这些包含数学内容的小故事，可以提高解题和证题的能力。

教育性：学习优秀数学家为科学、为真理而奋斗的精神，培养读者刻苦钻研数学，勇于攀登数学高峰的革命精神，立志为祖国实现四个现代化而贡献力量。

本书共计32短篇，按时代先后和内容异同依次排列。篇与篇之间基本上保持独立性，但也有少数篇节之间有较大联系。

根据本书的内容和特点还可作为中学数学教师的教学参考资料。

由于水平所限，不妥之处，请读者批评指正。

编　者

1986年3月

·目录·

数学故事

数学家的故事

▲数学故事▲

1. 无理数是怎样发现的?

——希派斯*发现无理数的故事

公元前6世纪古希腊数学家、天文学家、哲学家毕达哥拉斯**生于萨摩斯，他是当时著名科学家、哲学家泰勒斯***的学生，曾游学埃及，最后定居于克罗多尼城．在这里形成了毕达哥拉斯学派，对数学和天文学的发展起过巨大影响。

毕达哥拉斯在数学上面，在西方首次发现并证明了直角三角形各边的平方关系，即直角三角形的斜边平方等于两直角边的平方和．后人就称之为毕达哥拉斯定理，也就是勾股定理．这是毕达哥拉斯在数学上最大的贡献之一．可是毕达哥拉斯及其学派的哲学主张却是唯心主义的．他们把数的概念绝对化、神秘化，并断言“凡物皆数”，把数和物质的东西分割开来，把数的关系当作事物的原型，构成宇宙的“秩序”，甚至他们荒谬地主张：“自然中一切都可度量，一切都受数的支配，一切事物的本质是数，……，数就是一切．事物的本质和基础不是物质而是数．”他们所说的数，当然是指

* 希派斯(*Hippasus*)

** 毕达哥拉斯(*Pythagoras*,公元前572年～公元前497年)

*** 泰勒斯(*Thal es* 约公元前624～公元前547年)

他们当时所认识的自然数和分数。

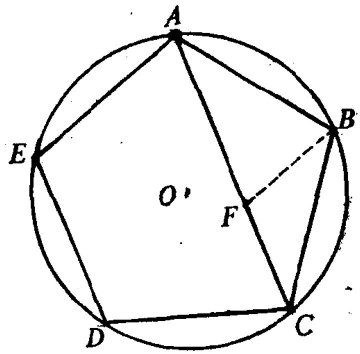
毕达哥拉斯学派认为，整数是上帝创造的，分数是两个整数的比，世界上除此而外，不可能再有其他什么数了。可是随着社会实践活动的发展，人们的认识不会停止在原有水平上。在数一数、量一量的活动中，如果仅以实用为目的，那么只能认识到分数，如果进一步加以研究，进行理论的认识，那么无理数的发现就势在必行。也就是说，不可公度线段的发现势在必行。

在历史上关于正方形边长与其对角线的关系****，正五边形边长与其对角线的关系的发现是经过一番曲折和斗争的。

毕达哥拉斯学派中有一名年轻的成员叫希派斯。他在研究正五边形边长与其对角线长的关系时，发现这两个线段是不可公度的。

有一正五边形 $ABCDE$，它有一外接圆 O，AC 为其对角线，则 AB 与 AC 是不可公度的线段。

希派斯以正五边形一边 AB 去度量正五边形一条对角线 AC，在 AC 上截取 $AF=AB$，连接 BF，如图(1-1)。



图(1-1)

由于 $FC<AB$，于是接着以 FC 之长去度量 AB。即以 FC 之长在 AB 上继续截取，由

于 $AB=BC$，所以也可以用 FC 之长在 BC 上继续截取．至此，他发现用这种方法可以截之无穷，也就是永远没有终了的时候．

事实上，$\because \angle BAC=36°$．

$\therefore \quad \angle AFB=\angle ABF=\frac{1}{2}(180°-36°)=72°$，

$\therefore \quad \angle BFC=180°-72°=108°$．

但 $\quad \angle BCF=36°$，

$\therefore \quad \angle FBC=180°-108°-36°=36°$，

$\therefore \quad \angle BCF=\angle FBC=36°$．

这就是说，$\triangle BCF$ 为一等腰三角形，且其底角为 36°．而今 $\triangle ABC$ 亦为一等腰三角形，其底角亦为 36°，所以说，$\triangle ABC \backsim \triangle BFC$．

希派斯第一次用 AB 之长在 AC 上截取，也就是用等腰三角形的一腰去度量其底．第二次他必须以等腰三角形的一腰 FC 去度量其底 BC，而今等腰三角形 $ABC \backsim$ 等腰三角形 BFC．所以这样度量，即不断用腰长去截取底边长，将是无穷的，在理论上可以永远度量下去．这就意味着线段 AB 与 AC 是没有公度．也就是说，AB 与 AC 是无公度线段．

于是希派斯就自然地得到了一个结论：

正五边形的边长与其对角线是两条不可公度的线段．若令正五边形一边之长为 1，则其对角线之长度无法用数（指当时人们认识的数即整数、分数，或者说有理数）来表示．（现在可用无理数来表示．）

希派斯发现了“无理数”存在的真理后，他一则以喜一则

以忧。忧的是，他想到当时学派的哲学观点是“自然中一切都可以度量”。“一切事物的本质是数”。现在这个正五边形的对角线是无法度量(指有公度)，不是失去了本质吗？对角线是不能存在于世界之中吗？但正五边形的对角线明明画在图上，它是存在的。正确的结论与哲学观点发生了不可调和的对立。所以他很担心

希派斯把自己发现无理数的真理，偷偷地告诉了他的知己好友。并请他们绝密，但是好友还有好友，一传二，二传三，希派斯发现的真理不断地在学派的内部扩散出去，最后终于被学派的反动统治者所知道。他们深感这种说法将从根本上动摇毕达哥拉斯学派的哲学基础，从而分崩离析，动摇他们整个反动派的统治阶级。于是在惊惶失措中作出决定，把希派斯的发现作为邪说，并且要杀害他。过去列宁说过：“难怪有人早就说过，如果数学上的定理一旦触犯了人们的利益(触犯了本阶级的利益)，这些定理也会遭到强烈的反对”。

希派斯的好友把统治者要置希派斯于死地的绝密消息偷偷地告诉了他。据说，那天夜里希派斯一人奔向海边，乘小船而去。但反动的统治者蜂踊而至，搭乘了大船猛追。最后终于追上了小船。把第一个发现无理数的年轻伟大数学家希派斯推入大海之中。但是人们知道，历史是无情的，真理总是滚滚向前，没有多久，希派斯发现无理数的巨大意义传遍了世界各地。

今天初中学生已经学到了无理数的概念。在学习无理数时，应该纪念这位在真理面前不畏强暴，坚持宣传自己观点

的数学家希派斯。

····正方形的边长与其对角线长的关系。

设正方形 $ABCD$，连结对角线 AC，则$\triangle ABC$为一等腰直角三角形。今以正方形的一边 AB 之长在 AC 上截取一段 AE，使$AE=AB$，连结 BE。过 E作$EF\perp AC$，交 BC 于 F。如图(1-2)。

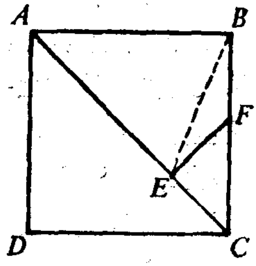


图 (1-2)

$\because \angle BAC=\angle ACB=45^\circ$，而$\angle CEF=90^\circ$，$\therefore \angle CFE=45^\circ$，$\therefore \triangle CEF$为等腰三角形。$\therefore EC=EF$。又$\because AB=AE$，$\therefore \angle AEB=\angle ABE$，但$\angle ABC=\angle AEF=90^\circ$，$\therefore \angle BEF=\angle EBF$，$\therefore BF=EF$。$\therefore EC=BF$。这就是说，用 AB 去截 AC，得到的剩余 EC。今再以 EC 去截 AB，但$AB=BC$。故也可以用 EC 去截 BC，得交点 F。至此，又得到一个等腰直角三角形 CEF。若继续截取，则又变成一个等腰直角三角形中用直角边去截斜边一样了。于是可以得出结论即正方形的对角线与其一边是不可公度线段。若令正方形一边之长为1，则其对角线之长度无法用有理数来表示。这就证明了无理数的存在。

2. 世界上谁是第一个发现不定方程的？

——介绍我国古代两个著名的不定方程应用题

在西方数学史里，人们常常把世界上最早研究不定方程的功绩归于古希腊数学家丢番都*。

有关丢番都的情况现在已很少知道，他可能是从亚历山

* 丢番都(*Diophantus* 大约公元 250 年间)

大来到希腊，其生平不详。丢番都写了一部《算术》，但后来保存下来的只有其中的6本(原共13本)。这是世界上最早的系统的数学论文之一。丢番都在数学上的贡献确实很大。但是世界历史上最早提出不定方程却是我国的《九章算术》。

《九章算术》是我国古代最早也是最完整的一部数学著作.(是我国汉朝以后三国时代，陆续完成的一部数学巨著)，它内分九章。其中第八章称为"方程"。在方程章中有这样一个题目：

"今有五家共井，甲二绠不足如乙一绠；乙三绠不足如丙一绠；丙四绠不足如丁一绠；戊六绠不足如甲一绠；各得所不足一绠皆逮。问井深绠长各几何？

(答曰：井深七丈二尺一寸，甲绠长二丈六尺五寸，乙绠长一丈九尺一寸，丙绠长一丈四尺八寸，丁绠长一丈二尺九寸，戊绠长七尺六寸)

这个题目的意思就是说，有五家共用一口水井，甲用汲水绳子去量井深，绳子的二倍还不够，所不足部分刚好等于乙家的绳长；乙用绳子的三倍去量井深，还不够，所不足部分刚好等于丙家的绳长；丙用绳子的四倍去量井深，还不够，所不足部分刚好等于丁家的绳长；丁用绳子的五倍去量井深，还不够，所不足部分刚好等于戊家的绳长；戊用绳子的六倍去量井深，还不够，所不足部分刚好等于甲家的绳长……，求井深和各家绳长.

这个题目就是属于五元一次不定方程组。用今天代数方法来解，可设甲家、乙家、丙家、丁家、戊家各家的绳长分别为x、y、z、w、和u。则可得到方程：

$$2x+y=3y+z=4z+w=5w+u=6u+x.$$

若 K 为井深则可写为

$$\begin{cases} 2x+y=k; \\ 3y+z=k; \\ 4z+w=k; \\ 5w+u=k; \\ 6u+x=k. \end{cases}$$

很明显，我们若把井深 k 当作一个未知数，则上述的方程组实为一个六元一次不定方程组。联立解之，可得：

$$x=\frac{1}{2}(k-y),$$

$$y=\frac{1}{3}(k-z),$$

$$z=\frac{1}{4}(k-w),$$

$$w=\frac{1}{5}(k-u),$$

$$\mu=\frac{1}{6}(k-x).$$

若把后面四式依次先后代入第一式中，则可得

$$x=\frac{1}{2}k-\frac{1}{6}(k-z)=\frac{k}{2}-\frac{k}{6}+\frac{z}{6}=\frac{k}{3}+\frac{z}{6}=\frac{k}{3}+\frac{1}{6}\cdot$$

$$\frac{1}{4}(k-w)=\frac{k}{3}+\frac{k}{24}-\frac{w}{24}=\frac{3}{8}k-\frac{w}{24}$$ [illegible]

$$(k-\mu)=\frac{3}{8}k-\frac{k}{120}+\frac{\mu}{120}=\frac{11}{30}k+\frac{\mu}{120}=$$ [illegible]

$$(k-x)=\frac{11}{30}k+\frac{k}{720}-\frac{x}{720}=\frac{265}{720}k-\frac{x}{720}.$$

即
$$x=\frac{265}{720}k-\frac{x}{720}.$$

所以
$$x=\frac{265}{721}k$$

为了使 x 能成为整正数，则可令 $k=721$，分别代入可得：

$$x=265,\quad \mu=76,\quad w=129,\quad z=148,\quad y=191.$$

即
$$\begin{cases} k=721, \\ x=265, \\ y=191, \\ z=148, \\ w=129, \\ \mu=76. \end{cases}$$

我们若根据实际情况，即可知道，

井深为7丈2尺1寸，

甲家绳长为2丈6尺5寸，

乙家绳长为1丈9尺1寸，

丙家绳长为1丈4尺8寸，

丁家绳长为1丈2尺9寸，

戊家绳长为7尺6寸。

很明显，这就是一组正整数的解。它与《九章算术》中所指出的答案完全一致。

我们若再求出几组答案来也是可以的，只要令 $k=2\times721=1442$，依次代入即可得另一组正整数解。

《九章算术》是在公元前后的书册，而丢番都的《算术》却在公元后250年间的著作。所以，我国提出不定方程问题比古希腊丢番都早，是世界第一的。

我国到第六世纪，即北魏时代也有一本数学书《张邱建算经》。在这本书里也谈到不定方程问题。如：

“今有鸡翁一值钱五，鸡母一值钱三，鸡雏三值钱一。凡百钱买鸡百只，问鸡翁、母、雏各几只。”

这个题目又称百鸡百钱问题，它的意思是：

今有公鸡每只价为5钱，母鸡每只价为3钱，小鸡每3只价为1钱。今有钱100，买得公鸡、母鸡、小鸡共100只，问公鸡、母鸡、小鸡各买几只？

《张邱建算经》中说：“鸡翁增四，鸡母减七，鸡雏增三。”此外就没有提及它的解法。张邱建说的12个字的意思就是“公鸡增加4只，母鸡减少7只，小鸡增加3只。”

我们对照研究，不难知道，这种“百鸡百钱”问题（不定方程组）原来可以转化为“鸡兔共笼”问题（可用算术解，也可以用代数中的二元一次联立方程组来解），然后再根据张邱建指出的“12字”去进行增减，便可求得各正整数解。

“鸡兔共笼”问题是属于二元一次方程组，而“百鸡百钱”则是三元一次不定方程组。亦即后者有三个未知数，但却只能列出二个独立方程。于是我们若假定这三个元（即三种鸡）中有一元（一种鸡）是零，则可转化为二元一次方程组。现假定公鸡数为零，也就是假定只买母鸡和小鸡。共买100只，付钱100，而母鸡价每只仍为3钱，小鸡每3只为1钱。问各买几只？

设可买母鸡 y 只，小鸡 z 只，则可得方程组：

$$\begin{cases} y+z=100 \\ 3y+\frac{1}{3}z=100, \end{cases}$$

解之，可得

$y=25$（只）即母鸡 25 只，

$z=75$（只）即小鸡 75 只。

显然，这时公鸡为零。如果根据张邱建的“12字”予以增减，那么鸡翁增四，母鸡减七，鸡雏增三。”

于是我们得到第一组正整数解：

$$\begin{cases} \text{鸡翁（公鸡）0 只}+4\text{ 只}=4\text{ 只}, \\ \text{鸡母（母鸡）25 只}-7\text{ 只}=18\text{ 只}, \\ \text{鸡雏（小鸡）75 只}+3\text{ 只}=78\text{ 只}. \end{cases}$$

若继续以这“12字”予以增减，即可得第二组、第三组正整数解：

$$\begin{cases} \text{鸡翁（公鸡）4 只}+4\text{ 只}=8\text{ 只}, \\ \text{鸡母（母鸡）18 只}-7\text{ 只}=11\text{ 只}, \\ \text{鸡雏（小鸡）78 只}+4\text{ 只}=81\text{ 只}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{鸡翁（公鸡）8 只}+4\text{ 只}=12\text{ 只}, \\ \text{鸡母（母鸡）11 只}-7\text{ 只}=4\text{ 只}, \\ \text{鸡雏（小鸡）81 只}+3\text{ 只}=84\text{ 只}. \end{cases}$$

若在第三组解的基础上予以增减，则将出现负数。即所买母鸡的只数为负数。显然，这是不合实际情况的。以下都是如此。所以不必再继续予以“增减”。因此，本题只有三组正整数解。