

材料力学教学参考丛书

轴对称应力分析

范 钦 珊

高等教育出版社

本书是材料力学教学参考丛书之一,论述轴对称构件(如石油管道、化工压力容器和反应器、热电厂锅炉系统中的汽包、发电机转子、兵器中的炮筒和发射器、核动力工程中的反应堆压力壳等)在轴对称荷载作用下的应力和应变分析问题,是材料力学基本理论在这方面的延伸。

全书共八章。前四章主要讨论回转壳体的薄膜理论以及圆柱壳在轴对称荷载作用下的弯曲问题,并对圆柱壳与其它构件连接时的边界效应作了详细分析,还给出了对这类问题进行计算机分析的基本方法。第五、六两章介绍厚壁圆筒和圆转圆盘的应力应变分析。第七章以小挠度理论为基础,讨论了圆板和圆环板的应力应变分析。最后一章介绍热应力的基本概念和分析方法。

本书既是工科有关专业大学生和非力学专业的研究生在深入学习材料力学有关内容时的参考读物,又是有关专业部门(石油、化工、动力、核能、航空、航天、兵器等)工程技术人员设计这类构件时的参考书。

材料力学教学参考丛书

轴对称应力分析

范钦珊

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京顺义县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 12.125 字数 293,000

1985年11月第1版 1985年11月第1次印刷

印数 00,001—5,200

书号 15010·0638 定价 2.80元

目 录

序	1
第一章 回转壳体应力分析概论	1
§1-1 引言	1
§1-2 回转壳的几何学	1
§1-3 外部荷载	3
§1-4 壳中的内力与应力	4
§1-5 平衡条件	5
第二章 回转壳体的薄膜理论	7
§2-1 引言	7
§2-2 壳体薄膜理论的基本方程	8
2-2-1 一般情形	8
2-2-2 轴对称荷载作用的情形	12
§2-3 薄膜理论基本方程的解	14
§2-4 薄膜位移的确定	16
2-4-1 应变位移间的几何关系	16
2-4-2 物理方程	18
2-4-3 确定薄膜位移的微分方程	19
2-4-4 薄膜的水平位移与转角	20
§2-5 薄膜理论的应用条件	21
§2-6 薄膜理论的应用	22
2-6-1 球壳	22
2-6-2 锥壳	30
2-6-3 椭球壳	32
2-6-4 圆柱壳	35
2-6-5 圆环壳	38
§2-7 薄壁容器承受内压时的强度设计	41

2-7-1	薄膜状态下壳体中的应力和应力状态	41
2-7-2	设计准则—强度理论	43
2-7-3	圆柱壳的壁厚设计公式	43
2-7-4	球形容器的球封头(半球壳)的壁厚设计公式	46
2-7-5	椭球封头的壁厚设计公式	47
2-7-6	锥形封头的壁厚设计公式	48
第三章	轴对称荷载作用下圆柱壳的弯曲理论	53
§3-1	引 言	53
§3-2	圆柱壳弯曲时所产生的内力及其特征	54
§3-3	壳体弯曲理论的静不定性质·基本假定	56
§3-4	圆柱壳弯曲微分方程	57
3-4-1	平衡方程	58
3-4-2	几何方程	60
3-4-3	物理方程	62
3-4-4	平衡、几何、物理方程的综合—圆柱壳位移微分方程	64
§3-5	圆柱壳位移微分方程的解	65
3-5-1	解的一般形式	65
3-5-2	解的边缘荷载形式	66
3-5-3	内力的确定	72
§3-6	圆柱壳弯曲理论应用举例	72
3-6-1	长圆柱壳在沿圆周方向均匀分布的径向力作用下的弯曲解	72
3-6-2	沿长圆柱壳某一段柱面上作用有均布荷载时的弯曲解	75
3-6-3	两端支承并承受内压的圆柱壳的弯曲解	76
3-6-4	短圆柱壳承受沿边缘分布的力或力矩作用时的弯曲解	82
3-6-5	等距离安装有加强环的薄圆管在内压作用下的弯曲解	84
3-6-6	等厚度圆柱形贮液箱的弯曲解	87
§3-7	薄膜理论与弯曲理论的比较	90
第四章	不同壳体连接处的边界效应	92
§4-1	引 言	92
§4-2	两个结构元素在连接处的相互作用	93
§4-3	圆柱壳与厚平板连接时的边界效应	96

4-3-1	连接处边缘荷载的确定	96
4-3-2	内力计算	98
4-3-3	应力计算	99
4-3-4	边界效应的影响范围	101
4-3-5	边界效应引起的应力集中系数	102
4-3-6	各种厚度的平板封头与圆筒连接时的应力集中系数	103
§4-4	管子与管板连接处的边界效应	104
§4-5	边界效应的一个特例—圆柱壳与平板封头（或管子与管板）连接处由于轴向温度梯度所引起的热应力	107
4-5-1	变形与受力分析	108
4-5-2	边界条件与挠度方程	110
4-5-3	内力与应力计算	111
§4-6	球封头与圆柱壳连接时的边界效应	113
4-6-1	连接处的变形连续条件—边缘荷载的确定	113
4-6-2	内力和应力的计算	116
§4-7	不连续分析中计算机分析的基本方法	119
4-7-1	引入计算机分析的必要性	119
4-7-2	连接处变形连续条件与解的矩阵形式	122
§4-8	各类应力对壳体结构强度的影响	127
4-8-1	应力分类	127
4-8-2	对各类应力的限制	130
4-8-3	结构强度全面校核的计算步骤	133
第五章	厚壁圆筒的应力分析与强度计算	140
§5-1	引 言	140
5-1-1	关于厚壁圆筒的基本假定	140
5-1-2	厚壁圆筒的应力、变形特点	141
§5-2	厚壁圆筒的基本方程	142
5-2-1	应力微分方程	143
5-2-2	拉梅方程	146
5-2-3	轴向应力	146
5-2-4	径向位移与圆筒尺寸的改变	147

§5-3 拉梅方程的应用	148
5-3-1 在内外压作用下的应力计算公式	149
5-3-2 在内外压作用下的位移计算公式	151
5-3-3 圆筒半径与长度改变量	152
§5-4 拉梅方程的图解分析法	153
§5-5 厚壁与薄壁圆筒应力公式的比较	155
§5-6 组合厚壁圆筒	157
5-6-1 过盈量与压紧力之间的关系	158
5-6-2 组合圆筒的应力计算与应力分布曲线	160
§5-7 缠绕式圆筒应力分析	162
5-7-1 缠绕金属线中的应力与压紧力和预拉力间的关系	163
5-7-2 厚壁圆筒中的应力	165
§5-8 厚壁圆筒的失效准则与强度设计	165
5-8-1 弹性失效准则及相应的强度设计公式	166
5-8-2 塑性失效准则 全屈服压力	169
5-8-3 爆破失效准则简介	171
§5-9 “自紧”式厚壁圆筒简介	172
§5-10 数字计算例题	172
5-10-1 单层厚壁圆筒的应力与变形计算	172
5-10-2 组合厚壁圆筒的计算	179
5-10-3 缠绕式厚壁圆筒应力计算	184
5-10-4 基于弹性失效准则的强度计算	187
5-10-5 屈服压力计算	190
第六章 简单轴对称零部件旋转时的应力分析	195
§6-1 引 言	195
§6-2 最简单的旋转应力问题—薄圆环旋转时的应力	195
§6-3 旋转圆盘的应力分析	197
6-3-1 一般方程	197
6-3-2 等厚度旋转圆盘的一般解	199
§6-4 等厚度旋转圆盘一般解的应用	200
6-4-1 中心无孔的等厚度圆盘	200

6-4-2	中心有孔的旋转圆盘	201
4-3	关于结果的讨论 几点重要的结论	204
§6-5	等强度旋转圆盘	207
§6-6	圆盘边缘有外力作用时的应力分析	209
§6-7	厚壁圆筒与实心圆轴旋转时的应力分析	210
§6-8	旋转圆盘应力分析的数值近似方法	212
6-8-1	圆环内、外边缘应力之间的关系	212
6-8-2	相邻单元交界面上应力之间的关系	214
6-8-3	应力近似值	215
6-8-4	计算过程	216
§6-9	数字计算例题	218
第七章	圆平板的对称弯曲	234
§7-1	引言	234
7-1-1	平板的几何特征以及平板的分类	234
7-1-2	荷载与内力	235
7-1-3	建立小挠度薄板理论的基本假定	235
§7-2	圆平板对称弯曲微分方程	236
7-2-1	平衡条件	236
7-2-2	几何方程	238
7-2-3	物理方程	240
7-2-4	平衡、几何和物理方程的综合—圆板对称弯曲的小挠度微分方程	240
§7-3	承受均布荷载时圆平板的弯曲解	242
7-3-1	周边固支的实心圆平板	244
7-3-2	周边简支的实心圆平板	247
7-3-3	两种支承板的比较	250
7-3-4	剪应力的量级	251
§7-4	实心圆板中心受集中荷载时的弯曲解	252
7-4-1	微分方程解的一般形式	252
7-4-2	周边固支时的解	253
7-4-3	周边简支时的解	255

§7-5 圆环板在对称荷载作用下的弯曲解	257
7-5-1 内、外周边承受均布力矩的圆环板	257
7-5-2 内周边承受均布力的圆环板	260
7-5-3 叠加法在圆环板中的应用	262
7-5-4 工程中常见圆环板的最大应力和最大挠度计算结果	267
§7-6 同心圆荷载作用下圆平板的解	269
7-6-1 周边简支的圆板承受环形荷载时的解	269
7-6-2 周边固支的圆板承受环形荷载时的解	274
7-6-3 任意轴对称均布荷载作用下圆板的解	278
7-6-4 非对称荷载作用下圆板中心的挠度	282
§7-7 圆平板与圆柱壳连接时边缘荷载的确定	283
7-7-1 连接处的变形协调条件	283
7-7-2 变形计算	285
7-7-3 边缘荷载的确定	286
§7-8 轴对称荷载作用下的圆环	289
7-8-1 圆环的截面尺寸与圆环半径相比很小的情形	289
7-8-2 圆环截面尺寸较大的情形	292
7-8-3 圆环与圆柱壳连接时的边缘荷载	295
§7-9 工程中的加固圆平板及其近似计算公式	297
7-9-1 正交栅格加固板	297
7-9-2 圆环肋加固板	299
§7-10 压力容器圆平板零部件的强度设计	301
7-10-1 周边固支的圆平板厚度设计公式	301
7-10-2 周边简支的圆平板厚度设计公式	302
7-10-3 压力容器圆平板零部件厚度设计公式	303
§7-11 应用举例	304
第八章 轴对称热应力分析	322
§8-1 引 言	322
8-1-1 热应力的基本概念	322
8-1-2 最简单的热应力问题	323
8-1-3 热应力的基本特性	327

§8-2 温度对称于中心的薄圆盘	329
8-2-1 热应力公式的一般形式	329
8-2-2 圆盘热应力公式的应用	331
§8-3 圆柱或圆筒形零部件在非均匀温度场中热应力的一般 表达式	332
8-3-1 厚壁圆筒中热应力及变形特点	333
8-3-2 应力解	333
8-3-3 位移解	335
§8-4 在确定的温度分布规律下 厚壁圆筒中的热应力计算式	336
§8-5 薄壁圆筒中的热应力计算式	341
§8-6 实心圆柱体的热应力计算式	345
§8-7 实心 and 空心球体中的热应力	348
8-7-1 热应力的一般方程	348
8-7-2 实心圆球	352
8-7-3 无内热源的空心球体中的热应力	353
§8-8 圆平板中的热应力	355
8-8-1 求解圆平板热应力的位移微分方程	356
8-8-2 周边固支时圆板中的热应力计算式	358
§8-9 关于热应力的几点讨论	360
8-9-1 热应力引起的边界效应	360
8-9-2 对于热应力的限制	362
8-9-3 关于容器壁厚的限制	363
8-9-4 无需考虑热应力的情形	364
§8-10 例 题	365
参考文献	374

第一章 回转壳体应力分析概论

§ 1-1 引言

薄壁容器等化工设备、锅炉、水塔贮水箱、压缩空气或煤气的储气罐、建筑物的圆顶、飞机和火箭的密封仓、舰船的船体等等都可归属于壳体结构。

壳体是被两个相距很近的曲面所限制的物体，它的厚度尺寸比其它两个方向的尺寸小得多。

与壳体两个表面等距离的点所组成的几何面称为“壳体中面”。按照中面的形状，壳体中最常见的有球壳、圆柱壳、锥壳、椭球壳、圆环壳等等。工程实际中的壳体结构物可以是上述单个典型壳体，也可以是两个或两个以上典型壳体的组合。

上述典型壳体的一个重要特征是其中面都是由一根平面几何曲线（直线为其特殊情况）绕一固定轴回转 360° 而成。这种壳体因而称为“回转壳”。

本书不讨论有关回转壳体应力分析完整的理论，只是阐述工程壳体结构分析中经常遇到的有关回转壳体的基础理论，主要包括：回转壳体的薄膜理论、最基本的有矩理论以及两个不同壳体连接处的边缘效应。

§ 1-2 回转壳的几何学

壳体的几何学由壳体中面形状和壳体每点处的厚度所确定。若壳体中面为一般曲面，则描述壳体的形状时，需要提供曲面的某些几何参数，这就需要曲面理论，这些是张量分析和微分几何学的

任务。

回转壳体的中面是由一平面曲线绕着该曲线平面内的某一轴线回转而得到的。这一曲线称为子午线(或经线), 它所在的平面称为子午面。垂直于回转轴的平面与中面的交线为相互平行的圆, 称为平行圆(或纬线), 如图 1-1 所示。

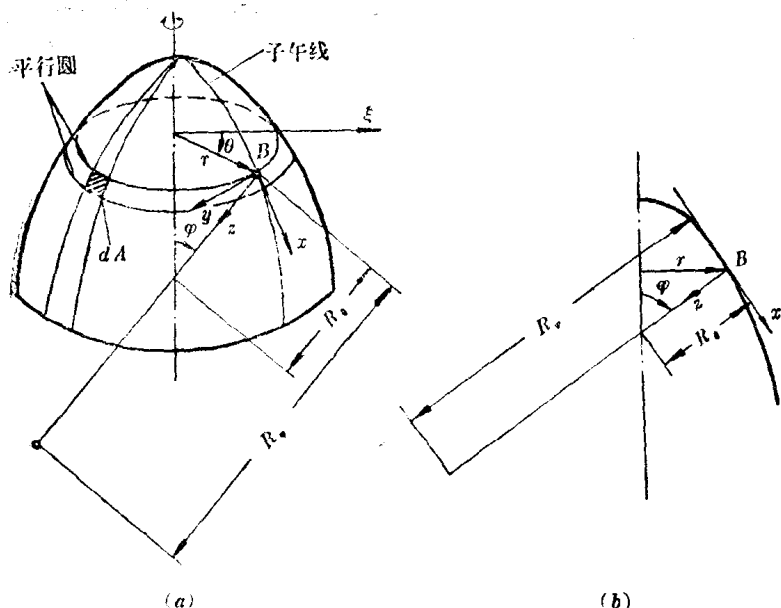


图 1-1 回转壳体的几何学

从图中可以看出: θ 和 φ 角是确定中面上所考察的任意一点 B 的位置的两个坐标。其中:

θ —— r 与任意定义的直线 ξ 间的夹角;

φ —— 壳体轴线与壳体中面在所考察点处法线间的夹角。

图中: R_1 、 R_2 和 r 为关于回转壳的曲率半径, 其中

R_1 —— 子午线的曲率半径, 亦即曲面的第一主曲率半径;

R_2 —— 壳体中面上所考察点沿法线至回转轴之间的长度, 亦即曲面的第二主曲率半径;

r —— 平行圆的半径。

r 与 R_θ 、 R_φ 不是完全独立的, 从图 1-1b 中可以得到:

$$r = R_\theta \sin \varphi$$

壳体微元($dA = R_\varphi d\varphi r d\theta$) 由两根相邻的子午线和两个相邻的平行圆所截得。

§ 1-3 外部荷载

外部荷载包括: 作用在壳体微元上的体力(例如自重)以及作用在壳体微元内、外表面上的面力(如气压、液压等)。

所有作用在壳体上所考察的任意一点上的荷载, 都可以分解为沿 x 、 y 、 z 三个方向的分量。其中 x 为平行于该点子午线的切线方向; y 为平行于过该点平行圆的切线方向; z 为与壳体中面正交的方向。

例如, 对于一回转壳, 自重 p (单位面积壳体的重量) 可以分解为如图 1-2a 所示之 x 、 y 、 z 三个方向上的分量, 它们分别为:

$$p_x = p \sin \varphi, \quad p_y = 0, \quad p_z = p \cos \varphi$$

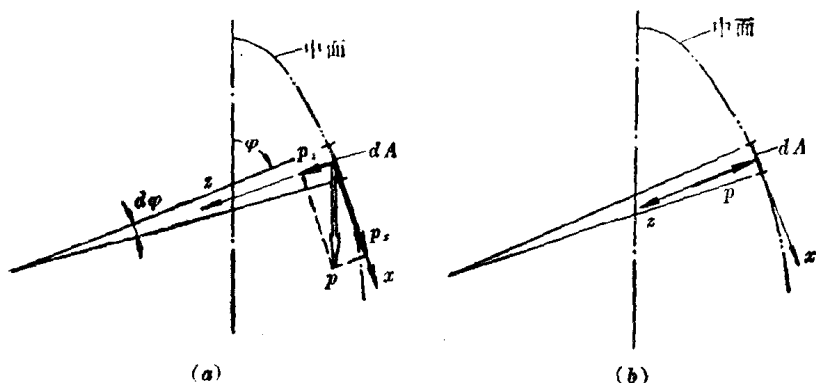


图 1-2 外部荷载分量

又如, 对于承受均匀内压的回转壳体, 作用在 x 、 y 、 z 三个方向上荷载分量分别为

$$p_x = p_y = 0, \quad p_z = -p$$

荷载方向与坐标正方向一致者为正, 反之为负。

§ 1-4 壳中的内力与应力

象所有承载的弹性变形体一样, 在承载壳体内部, 由于变形将产生应力, 这些应力组成壳中的内力。

在一般情形下, 壳体微元的四个截面存在以下内力分量:

一、作用在壳体曲面内的薄膜力 N_φ 、 N_θ 、 $N_{\varphi\theta}$ 、 $N_{\theta\varphi}$, 如图 1-3a 和 b 所示。

其中

N_φ 、 N_θ ——面内法向力(力/单位长度);

$N_{\varphi\theta}$ 、 $N_{\theta\varphi}$ ——面内剪力(力/单位长度)。

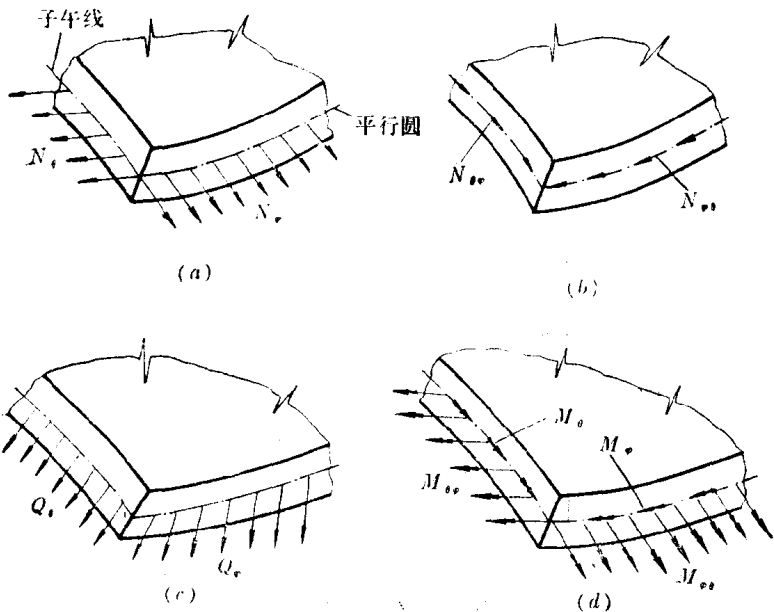


图 1-3 壳中的内力分量

这些力沿着子午线方向或平行圆方向可能是变化的。

二、单位长度上的横向剪力 Q_r, Q_θ (力/长度), 如图 1-3c 所示。

三、单位长度上的弯矩 M_r, M_θ 与扭矩 $M_{r\theta}, M_{\theta r}$ (力 $\times$ 长度/长度), 示于图 1-3d 中。

以上各内力, 凡与图 1-3 中所示的方向相同者为正, 反之为负。

对于回转壳, 若承受轴对称荷载, 则其变形及内部亦必然是轴对称的, 因而上述内力分量中有一些变为零, 即

$$N_{r\theta} = N_{\theta r} = Q_r = Q_\theta = M_{r\theta} = M_{\theta r} = 0$$

这就使得某些问题大为简化。

§ 1-5 平衡条件

作用在壳体微元上的外部荷载与内力分量, 组成一平衡力系, 使壳体微元处于平衡状态。考察壳体上的某个微元, 根据平衡条件即可得到各个内力分量 (或者其微分量与增量) 与荷载关系的方程, 称为“平衡微分方程”。

作用在壳体微元上未知内力分量的个数与考察微元平衡可能提供的平衡方程数目, 有可能相等, 也有可能前者多于后者, 这就决定了壳体问题的基本性质, 以及解题的难易程度。

设从加载壳体上取出的壳体微元作用着一般情形下的全部 10 个内力分量:

$$N_r, N_\theta, N_{r\theta}, N_{\theta r}, Q_r, Q_\theta, M_r, M_\theta, M_{r\theta}, M_{\theta r}$$

它们与作用在微元上的外部荷载平衡。为了确定这些分量, 根据空间力系的平衡条件, 只能提供 6 个独立的平衡方程:

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma M_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0, \quad \Sigma M_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0, \quad \Sigma M_z = 0$$

其中 $\Sigma F_i = 0 (i = x, y, z)$ 是所有力在 i 方向上投影的代数和; $\Sigma M_i = 0$ 为所有力对 i 轴的矩的代数和。未知内力分量个数与平衡方程数目相差四个, 故这时的壳体内力分析问题是一个四次静不定问题。

如果壳体厚度很薄, 而且又满足合适的边界条件与加载方式, 使其不致发生弯曲, 这时壳体中的某些内力分量便变为零, 即

$$M_\varphi = M_\theta = Q_\varphi = Q_\theta = M_{\varphi\theta} = M_{\theta\varphi} = 0$$

剩下的不为零的分量为

$$N_\varphi, N_\theta, N_{\varphi\theta}, N_{\theta\varphi}$$

共四个。而这时所能提供的独立平衡方程为

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0, \quad \Sigma M_z = 0$$

正好也是四个。因此, 这时的壳体应力分析问题便变为静定的。这就是下一章中所要讨论的壳体的薄膜理论。

第二章 回转壳体的薄膜理论

§ 2-1 引言

通过第一章的分析可以看到,在一般情形下,壳体微元上存在着 10 个未知的内力分量。在壳体计算中,如果考虑上述全部内力分量,不仅导致问题的静不定性质,而且势必要建立复杂的微分方程。求解这种微分方程,即使对于比较简单的问题,在数学上也会遇到很大的困难。

实际上,上述 10 个内力分量有着主次之分。在很多情况下,可以根据问题本身的性质,作出某种近似,略去其中某些次要的量,从而使问题简化,使所建立的微分方程及其求解过程变得简单。例如,按照壳体的几何形状、荷载状况以及约束性质,有时可以假定作用在壳体上的横向剪力和力矩(弯矩和扭矩)所产生的应力比面内力所产生的小得多,这时,就可以近似地认为横向力和力矩均为零,即

$$M_{\varphi} = M_{\theta} = M_{\varphi\theta} = M_{\theta\varphi} = 0, Q_{\varphi} = Q_{\theta} = 0$$

在这种近似下,便产生了所谓“壳体的薄膜理论”,或称“无矩理论”。

壳体的薄膜理论在实际壳体结构分析中占有重要的地位。一方面确实有一些壳体受力后处于“薄膜应力状态”,只要这些壳体的子午线为光滑曲线,壳体厚度远小于其最小的主曲率半径,施加在壳体上的荷载不发生突变(如集中力),在支承处只提供沿子午线切线方向的约束力。另一方面,有一些壳体虽然不完全满足上述“薄膜应力状态”条件,局部区域不属于薄膜理论的范围,但是除

此之外的大部分区域, 薄膜理论依然是适用的。

薄壁容器以及与此类似的薄壳结构的应力分析和强度设计都是以薄膜理论为基础的。此外, 在确定两个壳体连接处局部非薄膜状态的应力分析中也不能没有薄膜理论, 这一点将在第四章中加以详述。

§ 2-2 壳体薄膜理论的基本方程

2-2-1 一般情形

在假定横向剪力和力矩为零的情况下, 壳体微元上便只有四个面内力, 即 N_φ 、 N_θ 、 $N_{\varphi\theta}$ 、 $N_{\theta\varphi}$, 它们均为 θ 和 φ 的函数, 如图 2-1 所示。图中只标出了两个面上的薄膜力, 在相对的面上, 由于 θ 、 φ 增加了微量, 因而对应的薄膜力也都有相应的增量。

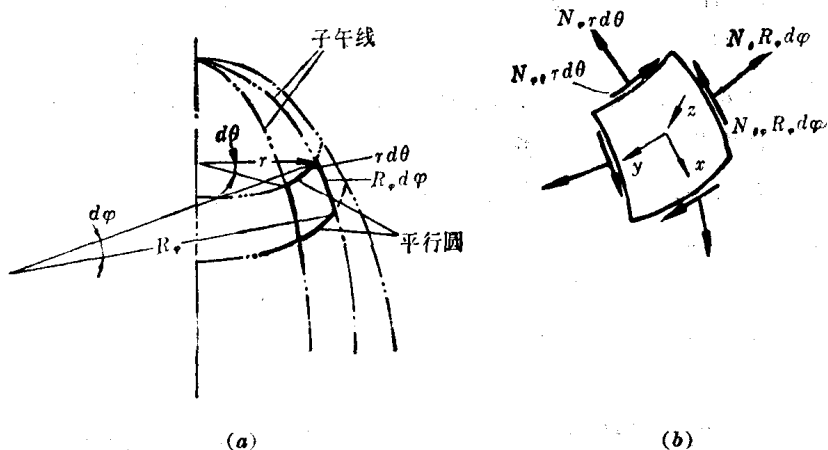


图 2-1 一般情形下的薄膜力

在 θ 增加的方向上:

$$N_\theta R_\varphi d\varphi \text{ 变为 } N_\theta R_\varphi d\varphi + \frac{\partial}{\partial \theta} (N_\theta R_\varphi d\varphi) d\theta,$$

$$N_{\theta\varphi} R_\varphi d\varphi \text{ 变为 } N_{\theta\varphi} R_\varphi d\varphi + \frac{\partial}{\partial \theta} (N_{\theta\varphi} R_\varphi d\varphi) d\theta.$$