

力学丛书

非牛顿流体力学

陈文芳 著



科学出版社

52.63
283

力学丛书
非牛顿流体力学

陈文芳 著



科学出版社

1984

√101294

内 容 简 介

本书主要介绍非牛顿流体力学基本原理,包括基本概念、基本问题和理论推演方法;同时还介绍了非牛顿流体力学的实验方法与应用。其中特别讨论了粘度、复粘度和法向应力差的量测,及一些工业上感兴趣的非牛顿流体力学问题。

本书可供从事化工、石油、航空、水利、建筑、冶金、机械、轻工等工作的工程技术人员及高等院校有关专业的师生参考。

力 学 丛 书 非 牛 顿 流 体 力 学

陈文芳 著

责任编辑 陈大宁 谈德颜

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984年9月第一版 开本: 850×1168 1/32

1984年9月第一次印刷 印张: 7 1/3

印数: 精 1—4,800 插页: 精 2

平 1—6,000 字数: 194,000

统一书号: 13031·2649

本社书号: 3649·13—2

定价: 布脊精装 2.10 元

平 装 1.40 元

2F56/23
19

《力学丛书》编委会

主 编：张 维

副主编：钱令希 林同驥 郑哲敏

编 委：(按姓氏笔划为序)

丁 徽	卞荫贵	庄逢甘	朱兆祥
朱照宣	刘延柱	孙训方	李 灏
张涵信	周光炯	欧阳邕	季文美
芮清泉	胡海昌	柳春图	贾有权
钱伟长	徐芝纶	徐华舫	郭仲衡
郭尚平	谈镐生	黄文熙	黄克累
黄克智	程贯一		

序

近三十年来，人们对非牛顿流体的兴趣日益增长。这并不奇怪，因为在工业中经常遇到关于非牛顿流体的问题。其实，早在人类出现以前，非牛顿流体就已存在，因为绝大多数生物流体是非牛顿流体。近年来促使非牛顿流体研究迅速发展的直接动力可能是聚合物工业的发展。

各学科的科学家的，譬如物理学家、化学家、工程师、生物学家等等，都对非牛顿流感兴趣。但不可能在同一书里写出他们都能满足的内容。这部书是为学习力学、物理学和工程学的研究生们而写的。它从连续介质力学的观点出发，介绍非牛顿流体力学的基本原理。假定读者已经具备连续介质力学和张量分析的基础知识，例如象本丛书中郭仲衡的书^[1]里所给出的内容。为了适应有些读者尚不熟悉张量分析和连续介质力学的某些概念这一情况，书末列出四个附录，简要地给出了上述的基础知识，因而本书自成一体。书中所用的术语都是在力学界常用的，所用的张量记号也是标准的。因此，熟悉传统流体力学的读者，阅读本书不会有困难。

本书主要讨论非牛顿流体力学的原理，同时也简要讨论所碰到的非牛顿流体的有关实验问题。本书最后一章是应用特殊的本构方程求解一些流动问题，其中有些问题在工业上具有重要的实际意义。因此希望阅读本书的读者范围，实际上能比上面提及的要更广一些。

这部书是作者在英国雷丁(Reading)大学、坦桑尼亚达累斯萨拉姆(Dar-es-Salaam)大学和中国北京大学的讲稿的基础上写成的。

我荣幸地并且深切地感谢 K. Walters 教授，是他在大约二十

年之前启发了我对非牛顿流体的兴趣，也正是他，在过去的这些年里，通过他的工作和同我的接触，保持了我在这个领域里的兴趣。我还要感谢北京大学领导，他们为我提供了一个宁静的有助于写作的环境。同时，如果没有我的同事朱照宣教授、蔡扶时先生和我以前的学生章凯的帮助、鼓励和合作，这部书是决不可能写出的。他们不仅将英文原稿翻译成中文，而且还提出了一些改进建议。因此这部书是属于我的，同样也是属于他们的。但是这部书中的疏忽、错误和遗漏都应由我负责。如果读者能将所发现的书中的不足之处告诉我，我将是非常感激的。最后我还要感谢出版者的合作。

陈文芳 (C. F. Chan Man Fong)

于北京大学

1982 年

目 录

第一章 绪论	1
第二章 变形	14
§ 2.1 运动学	14
§ 2.2 变形梯度	15
§ 2.3 物理解释	16
§ 2.4 Cauchy-Green 张量	17
§ 2.5 物理解释	17
§ 2.6 时间导数	19
§ 2.7 物理解释	21
§ 2.8 分量	23
§ 2.9 例子	26
第三章 本构方程	29
§ 3.1 本构方程的原理	29
§ 3.2 应用	32
§ 3.3 随动坐标系	36
§ 3.4 变换规律	37
§ 3.5 应用	42
§ 3.6 共转坐标系	45
§ 3.7 几种导数的比较	47
第四章 简单流体的定常流动	48
测粘流动	48
§ 4.1 曲线流动	48
§ 4.2 测粘函数的实验确定	52
§ 4.3 误差	68
§ 4.4 实验结果	70
拉伸流动	71
§ 4.5 一般拉伸流动	72
§ 4.6 常拉伸史的运动	77
§ 4.7 近测粘流动和近拉伸流动	82
第五章 近似的本构方程	83

§ 5.1	由简单流体导出的近似方程	83
§ 5.2	线性粘弹性	94
§ 5.3	非线性本构方程	98
§ 5.4	非弹性流体和 Bingham 流体	111
§ 5.5	评论	118
第六章	不定常流动	121
§ 6.1	小振幅振动流动	121
§ 6.2	确定 η^* 的常用方法	125
§ 6.3	新型的流变仪	133
§ 6.4	结果	147
§ 6.5	定常剪切流与振动流叠加的流动	149
§ 6.6	应力的建立过程	158
§ 6.7	应力松弛	163
第七章	应用	164
§ 7.1	边界层流动	164
§ 7.2	蠕变流动近似	171
§ 7.3	润滑	177
§ 7.4	纤维纺制	183
§ 7.5	结束语	191
附录一	张量分析	192
§ A.1	张量代数	192
§ A.2	协变微分法	203
§ A.3	例子	207
§ A.4	张量函数	211
附录二	均衡方程	215
§ B.1	无坐标形式	215
§ B.2	分量形式	217
附录三	无量纲数	219
§ C.1	Reynolds 数	219
§ C.2	Weissenberg 数和 Deborah 数	220
附录四	泛函分析	222
	参考文献	228

第一章 绪 论

本书研究的物质或材料,在通常条件下能够流动,因而可看作为流体,但它们又可能具有某些固体的特性,比如能够反弹。

硅橡胶 (Silly putty) 可能是这类物质最典型的例子。若把它猛地向地板扔去,它将会像弹性球那样反弹回来。但若把它在桌子上放置几小时,就会察觉出它像流体那样,已向四周流动了。从这两个过程可知这种物质松弛时间的大致长短:上述第一个过程进行得很快,以至于应力来不及松弛,回跳就已完成,显现出和弹性物质类似的性能;而第二个过程进行得很慢,但又并非慢得我们一辈子还看不出它的变化,因而使得硅橡胶的流体特性显现出来。

因此我们所研究的物质,在特定条件下具有固体性能,而在一般条件下,则又具有流体的性能。

我们将只限于研究不可压缩流体,因此与一物质微元 P 相关的 Cauchy 应力张量 \mathbf{S} 可写成

$$\mathbf{S} = -p\mathbf{I} + \mathbf{T} \quad (1.1)$$

式中 p 是一个任意标量, \mathbf{I} 是单位张量, \mathbf{T} 是偏应力张量。

牛顿流体是一种具有常粘度 η_0 的流体,这种流体的本构方程可写作

$$\mathbf{T} = 2\eta_0\mathbf{D} \quad (1.2)$$

式中 \mathbf{D} 是应变率张量。

将式 (1.2) 代入运动方程,可以得到著名的 Navier-Stokes 方程。现已证实, Navier-Stokes 方程对描述低分子量的流体(象水和空气)的性能是很合适的。对于描述具有高分子量的流体性能,方程 (1.2) 就不合适了,这类流体有: 聚合物熔体、聚合物溶液、某些生物材料和某些食品等。

凡是流动性能不能用本构方程 (1.2) 来描述的流体,我们称

之为非牛顿流体。故知非牛顿流体的偏应力张量 \mathbf{T} 和应变率张量 \mathbf{D} 之间的关系,可能是非线性的,也可能是具有记忆特性(即弹性特性)的。

非牛顿流体显示出许多在牛顿流体里观察不到的现象,下面描述其中一些。

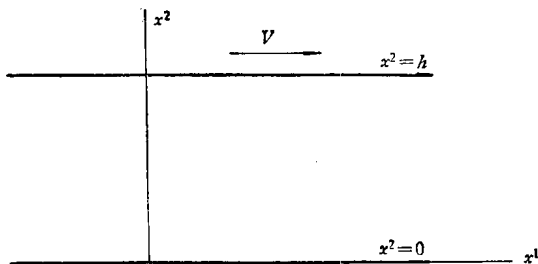


图 1.1

如图 1.1 所示,在笛卡尔直角坐标系 (x^1, x^2, x^3) 中,考虑位于 $x^2 = 0$ 和 $x^2 = h$ 的两平行平板之间的流体流动. 流体的流动是由于两平板的相对运动而引起的. 设下面的平板 ($x^2 = 0$) 不动,而上面的平板 ($x^2 = h$) 以常速 V 向右运动,这时两平板之间的流体运动称为简单剪切流动,其速度分布为

$$v_{(1)} = kx^2, \quad v_{(2)} = 0, \quad v_{(3)} = 0 \quad (1.3)$$

式中 $v_{(i)}$ 为速度的物理分量,而 $k(=V/h)$ 为常量,称为剪切率.

对于牛顿流体,从方程 (1.2) 能够决定偏应力张量,并且可以证明它的分量

$$T_{(12)} = \eta_0 k \quad (1.4)$$

而所有其余分量 $T_{(ij)} = 0$.

因此,对于牛顿流体,知道 $T_{(12)}$ 和 k 后,即可求得 η_0 , 它表征了流体的特性.

但是,对于广泛的非牛顿流体,知道剪切应力 $T_{(12)}$, 仅是事情的三分之一,而且 $T_{(12)}$ 也不一定是 k 的线性函数,我们可写作

$$T_{(12)} = \tau(k) = \eta(k)k \quad (1.5)$$

式中 $\eta(\dot{\kappa})$ 是 $\dot{\kappa}$ 的偶函数, 称为表观粘度. 许多非牛顿流体的 $\eta(\dot{\kappa})$ 是 $\dot{\kappa}$ 的递减函数, 这类流体称为拟塑性物质. 如果 $\eta(\dot{\kappa})$ 随 $\dot{\kappa}$ 的增加而增大, 这类物质称为胀流型物质.

对于非牛顿流体, 各法向应力可能不相等, 通常, 实验工作者分别定义第一和第二法向应力差 ν_1 和 ν_2 为

$$\nu_1(\dot{\kappa}) = T_{(11)} - T_{(22)}, \quad \nu_2(\dot{\kappa}) = T_{(22)} - T_{(33)} \quad (1.6)$$

因此对于简单剪切流动的非牛顿流体, 我们不仅需要知道它的剪切应力 $\tau(\dot{\kappa})$, 而且还要知道它的两个法向应力差 ν_1 和 ν_2 .

对法向应力差的积极研究是从第二次世界大战期间开始的, 在过去四十年里有了显著进步. 现在, 测量法向应力差的仪器已经可以在市场上买到.

早在上个世纪末, 就已知道某些流体的粘度不是常量. 当牛顿流体在常压梯度 f 的作用下, 沿一圆管流动时, 其体积流率

$$Q = \frac{\pi a^4 f}{8\eta_0} \quad (1.7)$$

式中 a 为圆管的半径. 但是, 对于某些流体, 在同样的流动条件下, 并且流动仍然是层流时, 却发现 Q 正比于 f^m (在大多数情况下 $m > 1$), 这就提醒人们去考虑粘度不是常量, 也许就是这种观察导致幂律流体概念的形成.

法向应力差引起许多现象, 其中最著名的也许是 Weissenberg

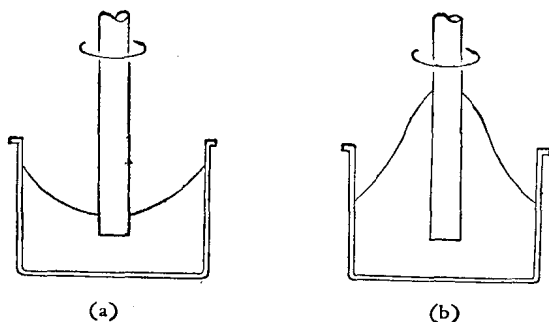


图 1.2

效应,它是不难演示的。在一只盛有粘弹性流体的烧杯里,旋转一根棒,对于牛顿流体,由于离心力的作用,液面将成为凹形,见图 1.2a,但是对于大多数粘弹性流体,液面却是凸形的,见图 1.2b。关于这一效应的首次公开演示,可能是 Weissenberg 于 1944 年在英国伦敦帝国学院作出的。在设计混合器时,就要考虑到 Weissenberg 效应的影响。

用法向应力差能作出部分解释的另一现象是射流胀大。如果非牛顿流体被迫从一个大容器流进一根毛细管,再从毛细管流出时,将会发现射流的直径比毛细管的直径大,如图 1.3 所示。薄片胀大率(射流直径与毛细管直径之比)是流动速率与毛细管长度的函数。

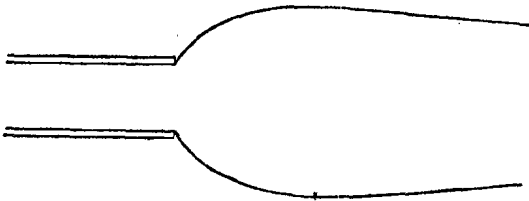


图 1.3

射流胀大这种现象的另一部分解释是用流体的记忆特性来表述的。流体微元原先盛在一个大容器里,被迫沿着毛细管流动一个短时间,因而它刚流出毛细管时,将趋于恢复它原先的状态,从而出现胀大。毛细管越长,胀大越小,因为这类流体没有一个完好

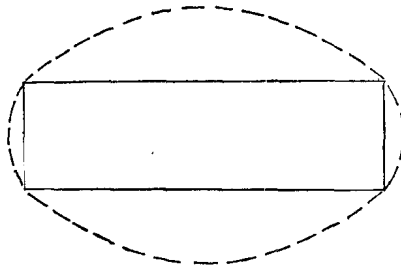


图 1.4

的记忆,而只有一个衰退的记忆。因此,它要忘记原先的形状,并且它在毛细管内呆得愈久,它愈是记不起原先的形状,从而胀大越小。

在口模设计中,模片胀大现象是十分重要的。聚合物熔体从一根矩形截面的管口流出时,管截面长边处的胀大比短边处的胀大更加显著,在管截面的长边中央胀得最大,见图 1.4。因此,如果要求产品的截面是矩形的,口模的形状就不能是矩形,而必须是象图 1.5 所示的那种形状。

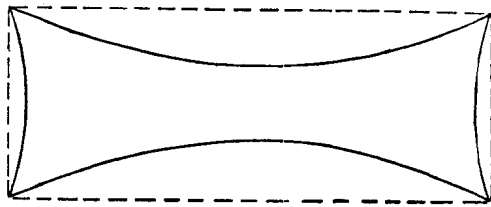


图 1.5

这种射流胀大现象也叫 Barus 效应或 Merrington 效应。

由于法向应力差的存在,还可能在流场里引起二次流动和反向流动。已经知道,对于某些非牛顿流体,在一个常压梯度作用下,通过椭圆形截面的管子流动时,不可能是直线流动,实验和理论两方面都已证明,存在如图 1.6 所示的关于椭圆两轴线对称的

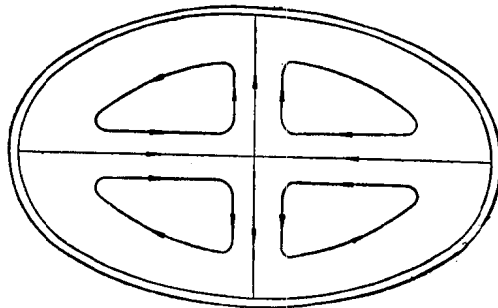


图 1.6

环流。二次流动是否会出现，取决于第二法向应力差 ν_2 ，当 $\nu_2 = 0$ ，不会产生二次流动；但当 $\nu_2 \neq 0$ ，并不一定就存在二次流动。

在有二次流动时，由于它比较弱，因而体积流率不会受到很大的影响。但是在表征热传导特性时，二次流动引起的变化可能是不小的。在锥板流变仪里，当锥和板间的缝隙不很小时，将存在二次流动。对于牛顿流体，在转动锥面处流线向外，而在固定的平板处，流线向内。对于非牛顿流体，其流动图形更加复杂，流线方向可能与牛顿流体的相反，如图 1.7。

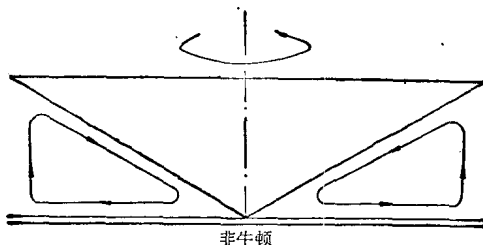


图 1.7

由于粘弹性流体具有记忆特性，可以预料，在非定常流动时，其流动特性与牛顿流体的情形有明显的差别。

考虑一个小振幅振动的剪切流动，它在笛卡尔直角坐标系 $Ox^1x^2x^3$ 里的速度分布是

$$v_{(1)} = x^2 \varepsilon \omega \cos \omega t, \quad v_{(2)} = 0, \quad v_{(3)} = 0 \quad (1.8)$$

假定式中振幅 ε 很小。为方便起见，我们将式 (1.8) 写作

$$v_{(1)} = \operatorname{Re}(x^2 \varepsilon \omega e^{i\omega t}), \quad v_{(2)} = 0, \quad v_{(3)} = 0 \quad (1.9)$$

式中记号 Re 代表取后面括号里复数的实部，并且 $i = \sqrt{-1}$ 。从而剪切率 k 为

$$k = \operatorname{Re}(\varepsilon \omega e^{i\omega t}) \quad (1.10)$$

对于牛顿流体，由式 (1.2) 得到剪切应力 τ 为

$$\tau = \operatorname{Re}(\eta_0 \varepsilon \omega e^{i\omega t}) \quad (1.11)$$

从 (1.10)，(1.11) 两式可以看出，对于牛顿流体，剪切应力 τ

与剪切率 k 是同位相的。但是对于非牛顿流体，剪切应力与剪切率将是不同位相的。我们可以认为粘弹性流体具有粘性和弹性两重特性。对于粘性物质，象刚才已见到的，剪切应力与剪切率是同位相的。但是对于弹性物质，剪切应力是与剪切应变成比例，而不是与剪切率成比例。由于剪切率与剪切应变的位相相差 $\pi/2$ ，可知对于弹性物质，剪切应力与剪切率的位相差为 $\pi/2$ 。所以对于粘弹性流体，剪切应力与剪切率之间的位相差将取决于表征这一物质的粘性和弹性两部分的参数大小。

在粘弹性流体的小振幅流动里，我们用复粘度 $\eta^*(=\eta' - i\eta'')$ 代替粘度 η_0 。因而，剪切应力可写作

$$\begin{aligned}\tau &= \operatorname{Re}(\eta^* \varepsilon \omega e^{i\omega t}) \\ &= \varepsilon \omega (\eta' \cos \omega t + \eta'' \sin \omega t) \\ &= \varepsilon \omega \eta \cos(\omega t - \delta)\end{aligned}\quad (1.12)$$

式中 $\eta' = \eta \cos \delta$ ， $\eta'' = \eta \sin \delta$ 。

比较式 (1.12) 与式 (1.11)，可知 k 与 τ 之间的位相差为 δ ，并且有

$$\operatorname{tg} \delta = \eta''/\eta' \quad (1.13)$$

与粘度 η_0 不同，复粘度 η^* 是频率 ω 的函数。复粘度 η^* 的实部 η' 表示物质的粘性部分，称为动态粘度，而 $\omega\eta''$ 与物质的弹性部分相联系，称为动态刚度。

如果惯性项能够忽略的话，则式 (1.8) 给出的速度分布与运动方程是协调的(详见第六章)。

在上述简单剪切流动里，如果在 $t < 0$ 粘弹性流体完全静止，而在 $t = 0$ 时突然加上一个如式 (1.3) 给出的速度分布，则式 (1.5) 和式 (1.6) 所给出的各个定常应力分布不是立刻可以达到的。比如剪切应力不是单调地达到它的定常值 ($=k\eta(k)$)，而是先趋向一个最大值 $\tau_m(>k\eta(k))$ ，然后再减少至它的定常值。此外还知道在某些情形下， τ 在趋向定常值之前，将在定常值 ($=k \times \eta(k)$) 上下振荡若干次。这种现象称为应力过量。法向应力也已发现有应力过量现象。

如果将粘弹性流体置于式 (1.3) 给出的速度分布的作用下足够长时间, 使得定常状况已持续一段时间, 然后突然让速度趋于零, 那么各个偏应力不会立即趋于零, 它们要经过一有限时间之后才衰减到零。

在湍流流动里, 粘弹性的效应是最引人注目的。已经观察到, 如果在牛顿流体里加入少量的聚合物, 则在给定的速率下, 可以看到显著的压差降。在图 1.8 里画出了各种不同浓度的聚乙烯的氧

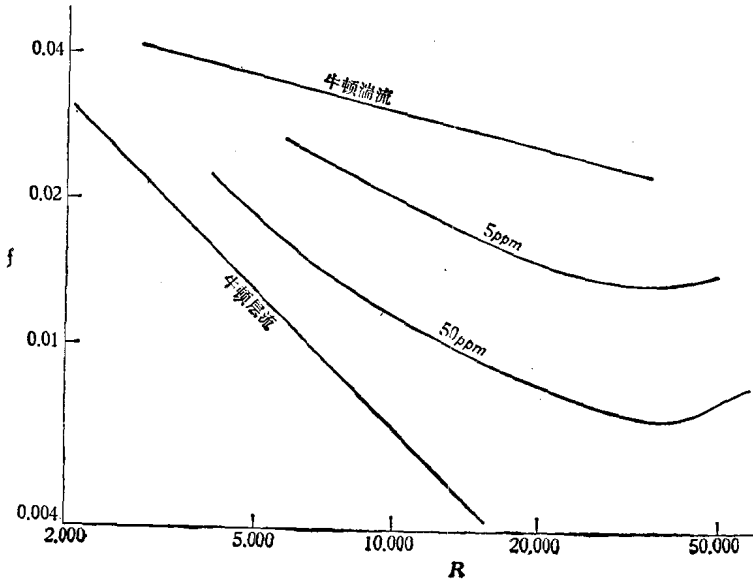


图 1.8

化物溶液的管摩擦系数 f 对于 Reynolds 数 R 的关系曲线 (这里 $f = 2D\rho V^2 \bar{P}$, 式中 D 表示管子直径, ρ 为流体的密度, V 是流体的平均速度, \bar{P} 是压力梯度。而 $R = \rho VD/\eta_0$, 式中 η_0 是溶液的粘度)。

在层流流动状态下, 溶剂和溶液两者的粘度与密度几乎类似。然而在湍流流动时, 在同样的流动速率下, 溶液里的阻力比溶剂里的阻力要低得多, 同时发现随着浓度趋于某个确定的浓度值, 阻力

降一直是增加的,但是一旦超过该浓度范围之后,阻力降就不再继续增加了。观察还表明,直到壁面剪切应力已经达到某个临界值时,才会产生阻力减少,并且阻力减少开始发生的水平并不依赖于溶液的浓度和圆管的半径。

现有的关于减阻的资料大多数是直管方面的。对于弯曲管道也曾做过某些实验,并且发现在弯曲管道里的减阻不如直管里的大。如果弯曲管道的曲率足够大,则观察不到减阻现象,也就是说这时在同样的流动速率下,溶剂和溶液二者的阻力大小几乎是相同的。

利用粗糙管做过的一些关于减阻的实验,表明管子的粗糙度影响减阻的效果,管子的粗糙度对减阻来说是不利的。

湍流里的减阻现象,不只是在聚合物溶液里才有,已经发现,在纤维素悬浮液湍流流动中,也同样存在减阻现象。减阻现象有许多实际应用,由于聚合物溶液的退化比起纤维素悬浮液的退化更早和更容易,所以后者更有一些。

减阻现象也叫 Toms 效应。1948 年, Toms 在首届国际流变学大会上报告说,对于一氯甲烷里的聚甲基丙烯酸甲酯溶液,在湍流流动时所需的压力梯度较在溶剂(一氯甲烷)里,产生同样流动速率所要的为低。以后减阻现象就同 Toms 的名字联系在一起。实际上,减阻现象早就为人们所知,并在第二次世界大战期间,已经做过大量研究工作,只不过是战争条件下,不允许发表这些结果罢了。White^[2] 给出了关于减阻现象的综合性的文献目录。

与湍流里的高分子溶液的减阻现象相反,当粘弹性流体流过孔隙介质(渗流)时,阻力将增加。图 1.9 里画出了各种不同浓度的溶液流经孔隙介质时,摩擦系数 f 对于 Reynolds 数 R 的关系曲线(这里 $f = \rho \Delta P D \epsilon^3 / M^2 L (1 - \epsilon)$, 式中 ρ 表示溶液密度, ΔP 为流经 L 长度的压差, D 为颗粒直径, ϵ 为孔隙度, M 为单位面积上的质量流率; 而 $R = DM / \eta (1 - \epsilon)$, 式中 η 为流体的粘度), 可以看到阻力随浓度的增大而增加,但是存在一个最大的浓度值,