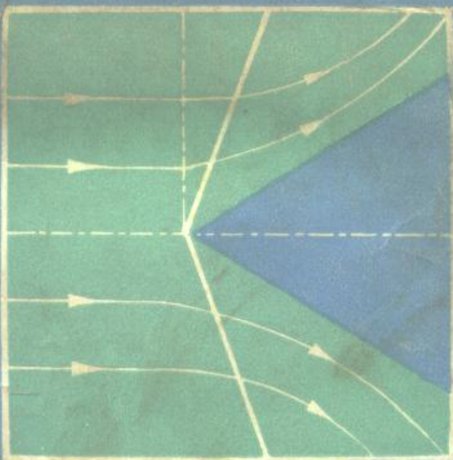
[苏] Л. Д. 朗道 E. M. 栗弗席茨 著

流体力学 上册

孔祥言 徐燕侯 庄礼贤 译

童秉纲 校



高等教育出版社

流 体 力 学

上 册

[苏] Л.Д.朗道 E.M.栗弗席茨 著
孔祥言 徐燕侯 庄礼贤 译
童秉纲 校

高等教育出版社

本书是朗道(Л.Д.Ландау)和栗弗席茨(Е.М.Лифшиц)所著《理论物理学教程》丛书第六卷.它的前身是苏联国家技术理论书籍出版社(ГОСТЕХИЗДАТ)1954年出版的作者所著《连续介质力学》的第一部分《流体动力学》.全书(包括第二部分《弹性理论》)曾由彭旭麟同志分三册译出,由人民教育出版社1958年8月出版.现由中国科技大学近代力学系孔祥言、徐燕侯、庄礼贤同志根据派伽蒙出版公司(Pergamon Press)1975年英文版《Fluid Mechanics》(作者在英文版中,除增写了最后一章外,还添加了一些注释和例题,正文也作了某些补充和修改.)重新译出,经童秉纲教授校阅,分上下两册出版.

本书上册包括七章:理想流体、粘性流体、湍流、边界层、流体中的导热、扩散及表面现象.下册为声音、激波、气体的一维流动、间断面的相交、气体的二维流动、绕有限物体的流动、燃烧的流体动力学、相对论流体动力学、超流体动力学、流体动力学中的涨落等十章.

本书可供高等学校物理系、力学系教师、研究生、大学生及其他有关科研教学人员参考.

流 体 力 学

上 册

[苏] Л.Д.朗道 Е.М.栗弗席茨 著

孔祥言 徐燕侯 庄礼贤 译

童秉纲 校

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷三厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 9.875 字数 234,000

1983年4月第1版 1984年7月第1次印刷

印数 00,001—11,000

书号 13010·0881 定价 1.50 元

中译本序

流体力学，作为力学的一门分支学科，它既有理论物理的一面，又有应用数学的一面．但通常流体力学教程，多侧重数学的推理，稍欠物理的剖析．名著巨作，不乏其例．究其原因，大抵由于当时教材编写，多从应用数学角度出发之故．唯独朗道此书，由于它是作为理论物理教程的一部分编写的，既着重物理观点的阐述，也不放弃数学严格的要求．确属难能可贵、凤毛麟角之作．和兰姆、柯钦等著述，配合参考，互补短长，大师巨匠，各抒灼见，当能相得益彰．中国科技大学近代力学系孔祥言、徐燕侯、庄礼贤老师中译既成，付梓在即，聊志数言，以为之序．

谈镐生于北京中国科学院

一九八二年九月二十日

英文版序

本书论述流体力学，即液体和气体运动的理论.

本书是把流体力学作为理论物理的一个分支来阐述的，这基本上决定了本书的性质，因而它与流体力学的其它教科书大不相同. 我们力求尽可能充分地描述所有物理上有兴趣的问题，为了做到这点，我们尽可能对这些现象及其相互关系给出最清晰的图象. 因此，我们既不讨论流体力学中的近似计算方法，也不讨论缺乏物理意义的经验理论. 另一方面，本书叙述了以下一些通常在流体力学教科书中找不到的课题：流体中的传热和扩散理论、声学、燃烧理论、超流体动力学和相对论流体动力学.

自上次俄文版发行以来的几年中，像流体力学这样得到非常广泛研究的领域，必然会出现一些新的重要成果. 遗憾的是，我们因为忙于其它工作，不能把这些成果写进英文版，只是新增添了一章：关于流体动力学中涨落的一般理论.

萨克斯(J. B. Sykes)博士和雷德(W. H. Reid)博士出色地翻译了本书；而派伽蒙出版公司准备按我们的意愿安排有关出版事宜，对此，我们表示真诚的谢意.

Л. Д. 朗道　E. M. 栗弗席茨

于莫斯科 1959

符　　号

ρ　密度

p　压力

T　温度

s　单位质量的熵

ε　单位质量的内能

$w=\varepsilon+p/\rho$　热函数(以后译文中译作"焓")

$\gamma=c_p/c_v$　定压比热和定容比热的比值

η　动力粘性系数

$\nu=\eta/\rho$　运动粘性系数

κ　导热系数

$\chi=\kappa/\rho c_p$　导温系数

R　雷诺数

c　声速

M　流体速度和声速的比值

上 册 目 录

第一章　理想流体

§1. 连续方程

流体动力学研究流体(液体和气体)的运动．因为流体动力学中考察的现象是宏观的，所以把流体看作连续介质．这意味着对流体中的任何小体元，总是假定它大得仍然包含非常大量的分子．因此，当我们谈到无限小体元时，总是指“物理上”的无限小，也就是说，它与所讨论的物体体积相比很小，而与分子间距离相比却很大．对**流体质点**和**流体中的点**这些术语，都应作类似的理解．例如，当我们谈到某流体质点的位移时，我们不是指某一个别分子的位移，而是指包含有许多分子的体元的位移，虽然后者仍旧作为一个点来处理．

可以用一些函数来对运动流体的状态作数学描述．这些函数给出流体的速度分布$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(x, y, z, t)$和流体中任何两个热力学量的分布，例如压力$p(x, y, z, t)$和密度$\rho(x, y, z, t)$．如所周知，只要给定任意两个热力学量的值，同时给定状态方程，所有的热力学量都可由此确定；因此，如果我们给定了五个量，即速度$\boldsymbol{v}$的三个分量、压力p和密度ρ，则运动流体的状态就完全确定了．

一般来说，所有这些量都是坐标x, y, z和时间t的函数．应当强调指出，$\boldsymbol{v}(x, y, z, t)$是在给定时间$t$和空间给定点$(x, y, z)$上的流体速度，也就是说，它是属于空间固定点的，而不是属于流体中特定质点的；后者在时间过程中要经常改变其空间位置．这一说明同样适用于ρ和p．

现在来推导流体动力学的基本方程组，我们从表示物质守恒

的方程开始. 考虑空间的某个体积 V_0，该体积中流体的质量是 $\int\rho dV$，其中，ρ 是流体密度，积分遍及整个体积 V_0. 单位时间内流过体积界面面元 $d\boldsymbol{f}$ 的流体质量是 $\rho\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{f}$；矢量 $d\boldsymbol{f}$ 的大小等于面元的面积，方向则沿面元的法线方向. 按照惯例，我们取 $d\boldsymbol{f}$ 沿外法向. 于是，如果流体流出该体积，则 $\rho\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{f}$ 为正；如果流进该体积，则为负. 所以，单位时间内流出体积 V_0 的流体总质量是

$$\oint\rho\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{f},$$

其中，积分取在包围该体积的整个封闭曲面上.

其次，单位时间内体积 V_0 中减少的流体质量可以写成

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int\rho dV.$$

使上面两个式子相等，得

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\rho dV=-\oint\rho\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{f}. \tag{1.1}$$

利用格林公式，可以将曲面积分变换为体积分：

$$\oint\rho\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{f}=\int\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})dV.$$

于是

$$\int\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})\right]dV=0.$$

因为这个方程必须对任何体积都成立，所以被积函数必须为零，即

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})=0. \tag{1.2}$$

这就是**连续方程**. 把表达式 $\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})$ 展开，我们也可以将(1.2)式写为

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho\nabla\cdot\boldsymbol{v}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla\rho=0. \tag{1.3}$$

矢量

$$\boldsymbol{j}=\rho\boldsymbol{v}$$

称为**质量通量密度**，它的方向就是流体运动的方向，而它的大小等于单位时间内流过与速度垂直的单位面积的流体质量.

§2. 欧拉方程

我们考虑流体中的某个体积，作用在这个体积上的合力等于压力的积分：

$$-\oint p d\boldsymbol{f},$$

其积分域为该体积的界面. 将它变为体积分，有

$$-\oint p d\boldsymbol{f}=-\int \nabla p dV.$$

由此得知，任何体元dV周围的流体作用在该体元上的力为$-dV\nabla p$. 换言之，可以说有等于$-\nabla p$的力作用在单位体积的流体上.

现在，我们使作用力$-\nabla p$等于单位体积的质量(ρ)与加速度$d\boldsymbol{v}/dt$的乘积，就可以写出流体体元的运动方程

$$\rho\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=-\nabla p. \tag{2.1}$$

这里出现的导数$d\boldsymbol{v}/dt$，并不是空间固定点上流体速度的变化率，而是一个给定的流体质点当它在空间中运动时的速度变化率. 但这个导数应当用在空间固定点上给定的量来表示. 为此，应当提及，一个给定流体质点在时间间隔dt中的速度变化$d\boldsymbol{v}$由两部分组成，就是空间一固定点上的速度经过时间dt后的变化和相距为$d\boldsymbol{r}$的两点(在同一瞬时)的速度差，其中，$d\boldsymbol{r}$是给定流体质点经过时间dt所移动的距离. 第一部分为$(\partial\boldsymbol{v}/\partial t)dt$，这里的偏导数$\partial\boldsymbol{v}/\partial t$是对不变的$x, y, z$，即在空间给定点上取的. 第二部分是

$$dx\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial x}+dy\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial y}+dz\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial z}=(d\boldsymbol{r}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}.$$

于是，

$$d\boldsymbol{v}=\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}\right)dt+(d\boldsymbol{r}\cdot\nabla)\boldsymbol{v},$$

或者，两边同除以 dt，有

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}. \tag{2.2}$$

将它代入(2.1)式，我们得到

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=-\frac{1}{\rho}\nabla p. \tag{2.3}$$

这就是所要求的流体运动方程，它是由欧拉在1755年首先得到的，称为**欧拉方程**，是流体动力学基本方程之一.

如果流体处于重力场中，则有附加力 $\rho\boldsymbol{g}$ 作用在任何一个单位体积上，其中 $\boldsymbol{g}$ 是重力加速度. 这个力必须加在方程(2.1)的右边. 这样，方程(2.3)就取下列形式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\boldsymbol{g}. \tag{2.4}$$

在推导运动方程时，我们没有考虑能量耗散过程. 在运动流体中，由于流体的内摩擦(粘性)和流体不同部分之间的热交换，会发生这种过程. 所以，本章的这一节以及以后各节的全部讨论，只适用于导热和粘性都不起重要作用的流体运动，这种流体称为**理想流体**.

流体各部分之间(当然，还包括流体和相邻物体之间)没有热交换，这意味着整个流体中发生的运动都是绝热的. 因此，理想流体的运动必须假设为绝热的.

在绝热运动中，当任何质点在空间改变其位置时，它的熵保持不变. 单位质量的熵记为 s，我们可以将绝热运动条件表示为

$$\frac{ds}{dt}=0, \tag{2.5}$$

这里和(2.1)式一样，对时间的全导数表示一个给定流体质点在运动中的熵变化率．这一条件也可以写为

$$\frac{\partial s}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla s=0. \tag{2.6}$$

这是描述理想流体绝热运动的普遍方程．应用(1.2)式，我们可以把它写成熵的“连续方程”：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s)+\nabla\cdot(\rho s\boldsymbol{v})=0, \tag{2.7}$$

乘积 $\rho s\boldsymbol{v}$ 为“熵通量密度”．

必须记住，绝热方程通常取一种更简单的形式．如果像经常遇到的那样，在某个初始时刻流体整个体积中的熵为一常数，则在所有时刻，并且对于任何后续运动，熵将到处保持为同一常数．在这种情况下，我们就可以将绝热方程简单地写为

$$s=\text{常数}. \tag{2.8}$$

后面，我们将经常这样用．这样一种运动称为**等熵运动**．

我们可以利用等熵运动这一事实，把运动方程(2.3)写成稍许不同的形式．为此，我们运用熟悉的热力学关系

$$dw=Tds+Vdp,$$

其中 w 是单位质量流体的焓，$V=1/\rho$ 是比容，T 是温度．因为 $s=$ 常数，就有

$$dw=Vdp=\frac{dp}{\rho},$$

从而，

$$\frac{\nabla p}{\rho}=\nabla w.$$

因此，方程(2.3)可以写成如下形式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=-\nabla w. \tag{2.9}$$

还应提及欧拉方程的另一种形式，其中仅仅包含速度．应用矢量分析中的熟知公式

$$\frac{1}{2}\nabla v^2=\boldsymbol{v}\times(\nabla\times\boldsymbol{v})+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v},$$

可以把(2.9)式写成

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+\frac{1}{2}\nabla v^2-\boldsymbol{v}\times(\nabla\times\boldsymbol{v})=-\nabla w. \tag{2.10}$$

如果在方程两边取旋度，就得到

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\boldsymbol{v})=\nabla\times[\boldsymbol{v}\times(\nabla\times\boldsymbol{v})], \tag{2.11}$$

上式仅仅包含速度．

有了运动方程，还需补充列出在流体界面上必须满足的边界条件．对于理想流体，边界条件显然指流体不能穿透固体表面．这意味着，如果界面处于静止，垂直于界面的流体速度分量必须为零，即

$$v_n=0. \tag{2.12}$$

在运动界面的一般情形下，v_n必须等于界面速度的相应分量．

在两种互不混合的流体之间的边界上，边界条件为两种流体的压力和垂直于分界面的速度分量必须相同，并且每个垂直速度分量都必须等于界面速度的相应分量．

正如在§1的开头就说过的，运动流体的状态被五个量——速度 $\boldsymbol{v}$ 的三个分量，以及，譬如说，压力 p 和密度 ρ ——确定．因此，流体动力学完备方程组的方程数必须是五个．对于理想流体，这些方程就是欧拉方程、连续方程和绝热方程．

问　　题

写出关于变数 a、t 的理想流体一维运动方程，其中 a（称为**拉格朗日变**

量[①])是流体质点在某一时刻 $t=t_0$ 的 x 坐标.

解: 在这些变数下,任一质点在任何时刻的 x 坐标可看作 t 和它的初始时刻坐标 a 的函数: $x=x(a, t)$. 于是,在流体元的运动过程中,质量守恒条件(连续方程)可写为 $\rho dx=\rho_0 da$, 或者

$$\rho\left(\frac{\partial x}{\partial a}\right)_t=\rho_0,$$

$\rho_0(a)$ 是给定的初始密度分布. 根据定义, 流体质点的速度是 $v=(\partial x/\partial t)_a$, 而导数 $(\partial v/\partial t)_a$ 给出质点在运动过程中的速度变化率. 欧拉方程变为

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_a=-\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial p}{\partial a}\right)_t,$$

绝热方程则是

$$\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)_a=0.$$

§ 3. 流体静力学

对于均匀重力场中的静止流体,欧拉方程(2.4)的形式为

$$\nabla p=\rho \boldsymbol{g}, \tag{3.1}$$

这个方程描述了流体的力学平衡.(如果不存在外力,平衡方程就是 $\nabla p=0$, 即 $p=$ 常数;流体中每一点的压力相同.)

如果可以假设流体的密度在整个体积中不变,也就是说,如果在外力作用下流体没有显著压缩,方程(3.1)就能直接积分. 取 z 轴垂直向上, 我们有

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial p}{\partial y}=0, \qquad \frac{\partial p}{\partial z}=-\rho g.$$

因此

$$p=-\rho g z+\text{常数}.$$

如果静止流体在高度 h 上有一自由面, 在自由面的每一点上作用

---

① 必须说明, 虽然这些变量通常称为拉格朗日变量, 但是, 欧拉在得出方程(2.3)的同时,已第一次得出这些变量下的运动方程.

相同的外压力 p_0，则该自由面必为水平平面 $z=h$. 根据 $z=h$ 时 $p=p_0$ 的条件，我们求得常数为 $p_0+\rho gh$, 所以

$$p=p_0+\rho g(h-z). \tag{3.2}$$

对于非常大的液体团以及对于气体，密度 ρ 一般不能假定为常数；这一点特别适用于气体(例如大气). 让我们假设流体不仅处于力学平衡而且也处于热平衡，于是，各点上的温度都相同. 方程(3.1)可按下列步骤积分. 利用熟知的热力学关系

$$d\Phi=-sdT+Vdp,$$

其中，Φ 是单位质量流体的热力学势. 当温度不变时，

$$d\Phi=Vdp=\frac{dp}{\rho}.$$

由此看出，在这种情况下表达式 $\nabla p/\rho$ 可以写成 $\nabla\Phi$, 从而平衡方程(3.1)有下列形式:

$$\nabla\Phi=\boldsymbol{g}.$$

当 $\boldsymbol{g}$ 是沿负 z 轴方向的一个常矢量时，我们有

$$\boldsymbol{g}\equiv-\nabla(gz).$$

于是

$$\nabla(\Phi+gz)=0,$$

由此，我们得出在整个流体中有

$$\Phi+gz=\text{常数}; \tag{3.3}$$

gz 是单位质量流体在重力场中的势能. 由统计物理可知，条件(3.3)即为处于外力场中的体系达到热力学平衡的条件.

这里，我们可以指出方程(3.1)的另一个简单结论. 如果流体(如大气)在重力场中处于力学平衡，它的压力可以仅为高度 z 的函数(因为，如果同一高度不同点上的压力不同，则将引起运动). 于是，从(3.1)式得出密度

$$\rho=-\frac{1}{g}\frac{dp}{dz} \tag{3.4}$$