

介质光波导 及其应用

秦秉坤 孙雨南 编著 ● 北京理工大学出版社



介质光波导 及其应用

秦秉坤 孙雨南 编著
张美敦 审

北京理工大学出版社

(京)新登字149号

内 容 简 介

本书把光波导的基本理论和测试技术及其应用有机地联系起来,力图做到由浅入深,理论联系实际。内容有:介质薄膜波导和带状波导;光纤光波导模式耦合理论及其应用;光纤特性测量;光纤传像理论及其实验;光纤传感器原理;光纤通信;非线性光波导及其应用。每章均留有习题或思考题。书末还附有实验指导书。本书可作为光电技术,光电检测技术,光纤通信,光学仪器等专业本科生的教材,亦可供有关专业的科技人员参考。

DL07/18

介质光波导及其应用

秦秉坤 孙雨南 编著
张美敦 审

*

北京理工大学出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防科工委印刷厂印刷

*

850×1168毫米 32开本 13.625印张 353千字

1991年12月第一版 1991年12月第一次印刷

ISBN7-81013-447-7/TN·29

印数: 1—2000册

定价: 4.40元

前 言

本书是机械电子工业部兵工教材编委会光电技术专业教材编审小组定稿的教材。本教材是在北京理工大学自编教材《集成光学》和《导波光学》的基础上，且根据多年来的讲授经验以及学生的需求编写而成。

本书主要面向从事光电技术（非通信）专业的大学本科生。考虑到目前已有教材大部是光波导的基本理论和有关光纤通信的知识，不能适应光电技术专业学生的需要。所以，本书除介绍光波导的基本理论外，还选入了有关测试技术及其应用的内容。书末附有实验指导书，以提高学生的实验技能。另外，每章均留有习题或思考题，有助读者掌握有关知识。

本书内容分四大部分：（1）光波导的基本理论（第一至三章）；（2）光波导测试技术（第四章）；（3）光波导的应用（第五至八章）；（4）实验指导书。由于本书加强了非通信方面的应用，而现有参考书籍很少。再加上作者的水平有限，错误和不妥之处欢迎广大读者斧正。

作 者

1991年5月

目 录

第一章 介质薄膜波导及带状波导	1
§1-1 用几何光学方法分析平板波导	2
§1-2 用波动光学方法分析平板波导	11
§1-3 平面波导中的泄漏模和消失模	21
§1-4 渐变折射率平面波导	25
§1-5 带状波导	31
习 题	37
参考文献	38
第二章 光纤	39
§2-1 阶跃光纤	40
§2-2 渐变折射率光纤	67
§2-3 多模光纤的色散特性	82
§2-4 单模光纤和单偏振光纤	88
§2-5 光纤损耗特性	107
§2-6 光纤的制造	114
习 题	116
参考文献	116
第三章 光波导模式耦合理论及其应用	118
§3-1 规则波导与波导畸变	118
§3-2 理想波导模式耦合振幅方程	123
§3-3 本地正规模耦合振幅方程	131
§3-4 光波导定向耦合器	134
§3-5 布喇格反射滤波器	140
§3-6 光栅耦合器	147
§3-7 棱镜耦合器	158
§3-8 偏振模耦合理论	170

习题	175
参考文献	176
第四章 光纤特性测量	177
§4-1 光纤折射率分布测量	177
§4-2 光纤损耗测量	198
§4-3 光纤带宽测量	206
§4-4 光纤几何参数和数值孔径测量	215
§4-5 单模光纤模场直径测量	218
§4-6 单模光纤截止波长测量	223
§4-7 单模光纤的双折射及偏振模色散测量	227
习题	232
参考文献	233
第五章 光纤传像理论及其实验	235
§5-1 渐变折射率光纤中图像传输	235
§5-2 自聚焦透镜成像规律	240
§5-3 渐变折射率透镜的像差	249
§5-4 阶跃光纤图像传输系统的本征分析及其恢复方法	260
§5-5 阶跃光纤传像特性和编码复用技术	263
§5-6 光纤传像元件	272
习题	277
参考文献	277
第六章 光纤传感器原理	279
§6-1 光纤传感器概述	279
§6-2 强度调制光纤传感器	283
§6-3 相位调制光纤传感器	292
§6-4 偏振调制光纤传感器	307
§6-5 频率调制光纤传感器	323
§6-6 颜色调制光纤传感器	326
习题	337
参考文献	337
第七章 光纤通信	339
§7-1 光发射端机	339

§7-2 光接收端机	359
§7-3 光纤无源器件	368
§7-4 传输链路的设计	380
习 题	388
参考文献	388
第八章 非线性光波导及其应用	390
§8-1 非线性极化和非线性介质中光的传输概念	390
§8-2 非线性光波导基本理论	392
§8-3 光纤放大器	399
§8-4 光学双稳器件	404
§8-5 光电混合双稳器件	409
习 题	413
参考文献	414
实验指导书	415
实验一 棱镜耦合测量平板波导折射率和膜厚	415
实验二 切片法测量光纤折射率分布	417
实验三 光纤谱损耗测量	418
实验四 脉冲法测量多模光纤带宽	419
实验五 阶跃光纤一维传像特性的实验	420
实验六 光纤微弯传感器	421
实验七 光纤与光纤耦合	422
实验八 光纤通信发射端机	424
实验九 光纤通信接收端机	425

第一章 介质薄膜波导 及带状波导

介质光波导一般指三种基本形状的波导，它们是介质薄膜波导(以下简称薄膜波导)、介质带状波导和介质圆波导(即光纤)。本章仅讨论薄膜波导和带状波导，而将光纤留待下一章讨论。薄膜波导属于一维问题，数学形式较简单，讨论起来较为方便，因而容易建立起有关光波导的概念，同时也有助于光纤圆波导的讨论。用薄膜波导可以构成各种光波导器件，如耦合器、调制器等，所以它又是集成光学的基础。为此，我们首先从薄膜波导开始讨论。

图 1-1 示出了薄膜波导的剖面结构，它由三层组成，中间层为波导薄膜，其折射率为 n_1 ，厚度 d 在 $1\sim 10\mu\text{m}$ 左右。下层为衬底，折射率为 n_2 。上层为包层或称复盖层，折射率为 n_3 。如果 $n_2 = n_3$ ，则称为对称波导，显然若 $n_2 \neq n_3$ ，称为非对称波导，此时它们的关系是 $n_1 > n_2 > n_3$ 。由于 n_1 是三者中最大者，因而光波被限制在波导薄膜中，并沿 Z 方向传播。若薄膜层折射率 n_1 是均匀不变的，称为阶跃折射率波导，或

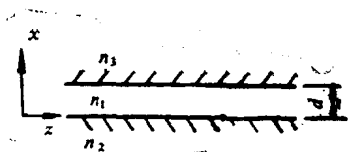


图1-1 薄膜波导结构示意图

称平板波导，若 n_1 随 x 坐标缓慢变化，则称渐变折射率薄膜波导。薄膜波导的横向(y 方向)宽度一般在 $10\sim 20\text{mm}$ ，与波长 ($1\mu\text{m}$) 相比可视为无限

宽，即光波在 y 方向不受限制。而其厚度与波长量级相同，所以在 x 方向光波是受限制的。因此在讨论薄膜波导时只须分析 x 方

向的变化, 常称为一维问题, 薄膜波导又称为平面波导。

对大多数光波导(单模波导除外)都可以采用两种方法来分析, 一种是几何光学方法, 或称射线光学方法, 另一种是波动光学方法, 或称电磁场理论方法。几何光学方法的优点是简单直观, 在分析较复杂的问题时可以给出现象概念, 对简单问题的分析也与波动理论一致。对于较复杂的问题, 几何光学法则不能给出较满意的结果而略显粗糙, 必须用波动光学方法才能得到全面、正确的解析或数值结果。本章在讨论平板波导, 渐变折射率薄膜波导时都是先采用几何光学法, 然后再采用波动光学法。

§1-1 用几何光学法分析平板波导

一、平板波导的一般分析

众所周知, 均匀介质中不同形式的电磁波可以分解成许多均匀平面波, 这些均匀平面波就是构成电磁波的元波。在非均匀介质中, 可以把光波近似看成本地平面波, 即波前很小或局限在小范围里的平面波。均匀平面波的波前是无限大的, 其电场强度 E 和磁场强度 H 的振幅和相位都是相等的。平面波又是时间的简谐函数, 在任意点 r 处的电场和磁场可表达为

$$E(r) = E_0 \exp[j(\omega t - k \cdot r)] \quad (1-1)$$

$$H(r) = H_0 \exp[j(\omega t - k \cdot r)] \quad (1-2)$$

式中 E_0 和 H_0 是常矢量, k 是波矢, $k = nk_0$, n 为介质折射率,

$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为真空中波数, ω 为圆频率。在直角坐标系中, k 可以分

解成 k_x 、 k_y 、 k_z 三个分量

$$k = k_x i_x + k_y i_y + k_z i_z \quad (1-3)$$

$$|k|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 n^2 \quad (1-4)$$

(1-4)式称平面波的本征方程或色散方程。

坡印廷矢量 $S = E \times H$ 是平面波的能流密度, S 的方向即为

能流方向。在各向同性介质中，波矢 $\mathbf{k}$ 的方向与 $\mathbf{S}$ 方向相同， $\mathbf{k} \perp \mathbf{E}$ ， $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$ 。在各向异性介质中， $\mathbf{k} \perp \mathbf{D}$ ($\mathbf{D}$ 为电位移矢量)， $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ ($\mathbf{B}$ 为磁感应强度)，因而 $\mathbf{k}$ 与 $\mathbf{S}$ 方向不同。

用几何光学分析光波导，就是把光线看作极端情况下的特殊平面波，它的波长 $\lambda \rightarrow 0$ ，几何宽度 $\rightarrow 0$ ，即无限细；它的方向为能流方向即坡印廷矢量 $\mathbf{S}$ 的方向；它的几何波前是由电场强度 $\mathbf{E}$ 和磁场强度 $\mathbf{H}$ 构成的，因此总是与光线正交。

在平板波导中，薄膜、衬底和包层均为均匀的各向同性介质，光的传播轨迹为直线，波矢 $\mathbf{k}$ 的方向就是坡印廷矢量 $\mathbf{S}$ 的方向，也就是光线的方向。光线在薄膜层中行进，遇到两种介质的交界面时便发生反射，于是光平面波就在薄膜层里来回反射，呈“锯齿形”轨迹向 z 方向连续传播，如图1-2所示。为清楚起见，图中只画了一条射线。由于各层

介质的折射率间有如下关系： $n_1 > n_2 > n_3$ ，所以在薄膜—衬底界面（以下简称下界面）和薄膜—包层界面（以下简称上界面）

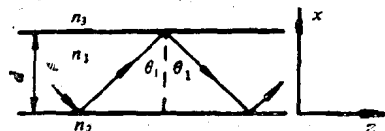


图1-2 薄膜波导中光的传输

处光线有可能发生全反射。在上、下界面处的全反射临界角分别为

$$\theta_{c13} = \arcsin \frac{n_3}{n_1} \quad (1-5)$$

$$\theta_{c12} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (1-6)$$

当光线对上、下界面的入射角 θ_i 取不同值时，波导中的光线将会出现不同的传输模式：

(1) 当 $\theta_{c12} < \theta_i < \pi/2$ 时，必然有 $\theta_i > \theta_{c13}$ ，即光线在上、下界面都发生全反射的情况。这样，电磁波将被限制在薄膜层中，把这种波型称为导波或导模。

由于薄膜波导可视为 y 方向无限大，电磁波沿 y 方向无变化，即 $\partial/\partial y = 0$ ， $k_y = 0$ 。根据(1-1)式，略去 $\exp(j\omega t)$ 项，波导

中电场可写成

$$E_i = E_{0i} \exp[-j(k_{ix} \cdot x + k_{iz} \cdot z)] \quad (1-7)$$

其中 $i=1, 2, 3$, 分别表示薄膜层、衬底和包层中的量。在薄膜层中有

$$k_{iz} = \beta = k_0 n_1 \sin \theta_1 \quad (1-8)$$

习惯上把 β 叫做沿 z 方向的传播常数。由于 $\theta_{c13} < \theta_{c12} < \theta_1 < \pi/2$, $\sin \theta_{c12} = n_2/n_1$, $\sin \theta_{c13} = n_3/n_1$, 所以有

$$n_2 k_0 < \beta < n_1 k_0 \quad (1-9)$$

在衬底中, $k_{iz} = k_0 n_1 \sin \theta_1$, 由折射定律 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$, 可得 $k_{iz} = k_0 n_2 \sin \theta_2 = \beta$ 。同理, 在包层中可得到 $k_{iz} = \beta$ 。实际上由电磁波在界面处的连续性亦可预见三层中光线在 z 方向的传播常数应相同。

另一方面, 在衬底和包层中有

$$k_{ix}^2 = n_i^2 k_0^2 - \beta^2 < 0 \quad (1-10)$$

$$k_{ix}^2 = n_i^2 k_0^2 - \beta^2 < 0 \quad (1-11)$$

显然 k_{ix} 和 k_{iz} 都是虚数。由 (1-7) 式可以看出, 虚数代表在衬底和包层中沿 x 轴向外作指数衰减, 这说明光能量被限制在薄膜层及其表面附近, 沿 z 轴传播。因而导波是表面波。令

$$p^2 = -k_{ix}^2 = \beta^2 - n_i^2 k_0^2 \quad (1-12)$$

$$q^2 = -k_{iz}^2 = \beta^2 - n_i^2 k_0^2 \quad (1-13)$$

p 和 q 分别称为衬底和包层中的衰减系数。

(2) 当 $\theta_{c13} < \theta_1 < \theta_{c12}$ 时, 光线在上界面上发生全反射, 而在下界面只能部分反射, 这样势必有一部分能量辐射到衬底中去, 因此把它称为衬底辐射模。可以看出, 此时的传播常数应满足

$$n_3 k_0 < \beta = n_1 k_0 \sin \theta_1 < n_2 k_0 \quad (1-14)$$

这样, 在衬底和包层中有

$$k_{ix}^2 = n_i^2 k_0^2 - \beta^2 > 0 \quad (1-15)$$

$$k_{iz}^2 = n_i^2 k_0^2 - \beta^2 < 0 \quad (1-16)$$

k_{ix} 仍为虚数, 它表示在包层中沿 x 轴仍作指数衰减。而 k_{iz} 为实

数, 表示在衬底里沿 x 轴有相移, 即沿 x 方向也有传播(行波), 如图1-3(a)所示。

(3) 当 $\theta_1 < \theta_{c12} < \theta_{c13}$ 时, 光线在上、下界面都得不到全反射, 只有部分反射, 此时有一部分能量将同时辐射到衬底和包层中去, 称为包层辐射模。同样可以得到

$$\beta = n_1 k_0 \sin \theta_1 < n_2 k_0 < n_3 k_0 \quad (1-17)$$

$$k_{2z}^2 = n_2^2 k_0^2 - \beta^2 > 0 \quad (1-18)$$

$$k_{3z}^2 = n_3^2 k_0^2 - \beta^2 > 0 \quad (1-19)$$

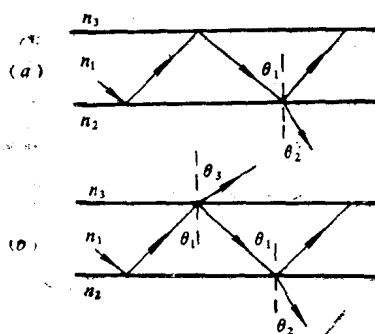


图1-3 薄膜波导中的辐射模

(a) 衬底辐射模 (b) 包层辐射模

显然 k_{2z} 、 k_{3z} 均为实数, 它们表示在衬底和包层中都沿 x 方向传播, 如图1-3(b)所示。

(4) 当 $\theta_1 = \pi/2$ 时, 光线将沿 z 轴传播, $\beta = n_1 k_0$, 是可能的最大传播常数。因而 $\beta > n_1 k_0$ 是禁区, 代表在该区域内不存在模式。

总之, 当入射波为均匀平面波时, 因入射角的不同而使平板波导中产生两种类型的波——导模和辐射模。当入射波为非均匀平面波时还会产生 k_z 为复数或虚数的情况, 它们分别对应泄漏模和消失模, 这将在后面讨论。

二、导波的横向谐振特性和特征方程

波导中的导模具有许多特性, 横截面上的谐振特性仅是其中之一, 而且它是导模的重要特征。所谓谐振性, 是指波导中入射波与反射波相迭加, 它们的相位满足相长干涉条件, 在横截面坐标上形成驻波,

图 1-4 是构成导波平面波的示意图。图中用两条射线 AB 和 $A'C'$ 代表薄膜上表面的入射波，用另两条射线 BC 和 $C'D'$ 代表反射波， BB' 和 CC' 则代表入射平面波的两个波阵面（即等相面）。可以看出，若未经反射的入射波（射线 $B'C'$ ）和经上、下界面两次反射的反射波（ BC 段射线）之间的相位差为 2π 的整数倍时，满足相长干涉条件，也就是谐振条件。由图中几何关系可得，

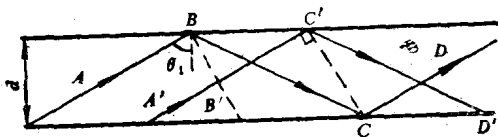


图1-4 薄膜波导中的谐振特性

$$\overline{BC'} = d \tan \theta_1 - \frac{d}{\tan \theta_1}$$

$$\overline{B'C'} = \overline{BC'} \sin \theta_1 = d (\tan \theta_1 - \cot \theta_1) \sin \theta_1$$

$$\overline{BC} = \frac{d}{\cos \theta_1}$$

假设平面波在上下界面反射时引起的相位移分别为 $-2\phi_{12}$ 和 $-2\phi_{13}$ ，那么入射波与反射波的相位差为

$$k n_1 (\overline{BC} - \overline{B'C'}) - 2\phi_{12} - 2\phi_{13} = \nu \pi, \quad \nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

代入前面所述关系，则有

$$2k n_1 d \cos \theta_1 - 2\phi_{12} - 2\phi_{13} = 2\nu \pi \quad (1-20)$$

式中的全反射相移 $-2\phi_{12}$ 和 $-2\phi_{13}$ 可由菲涅耳反射率公式求得。

下节中将会看到在薄膜波导中存在两种基本模式（波型）——只存在 E_z 和 H_x 、 H_z 分量的 TE 偏振模（或称 H 波），以及只存在 H_z 和 E_x 、 E_z 分量的 TM 偏振模（或称 E 波）。由菲涅耳反射公式可导出在下界面上 TE 和 TM 模的反射率 R

$$R_{TE} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} = |R_{TE}| \exp[j2\phi_{12}^{TE}] \quad (1-21)$$

$$R_{TM} = \frac{n_1 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} = |R_{TM}| \exp[j2\phi_{12}^{TM}] \quad (1-22)$$

在导波情况下入射角 θ_1 应满足全反射条件,即 $\theta_1 > \theta_c = \arcsin(n_2/n_1)$,由折射定律, $\cos \theta_2$ 应写成

$$\begin{aligned} \cos \theta_2 &= \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_1} \\ &= \pm j \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_1 - 1} \end{aligned}$$

此时根号内为正数。考虑到根号前的“+”号不满足无穷远处的边界条件,所以只取“-”号,代入(1-21)和(1-22)式则可得

$$\begin{aligned} \phi_{12}^{TE} &= \arctg \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - (n_2/n_1)^2}}{\cos \theta_1} \\ &= \arctg \frac{\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2}}{k_0 n_1 \cos \theta_1} = \arctg \left(\frac{p}{h} \right) \end{aligned} \quad (1-23)$$

$$\begin{aligned} \phi_{12}^{TM} &= \arctg \frac{(n_1/n_2)^2 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (n_2/n_1)^2}}{\cos \theta_1} \\ &= \arctg \left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \frac{p}{h} \right] \end{aligned} \quad (1-24)$$

同理可得上界面的全反射相移为

$$\begin{aligned} \phi_{13}^{TE} &= \arctg \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - (n_3/n_1)^2}}{\cos \theta_1} \\ &= \arctg \frac{\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_3^2}}{k_0 n_1 \cos \theta_1} = \arctg \left(\frac{q}{h} \right) \end{aligned} \quad (1-25)$$

$$\begin{aligned} \phi_{13}^{TM} &= \arctg \frac{(n_1/n_3)^2 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (n_3/n_1)^2}}{\cos \theta_1} \\ &= \arctg \left[\left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2 \frac{q}{h} \right] \end{aligned} \quad (1-26)$$

其中 h 为平板波导中波矢量的 x 分量, 即

$$h = k_{1x} = k_0 n_1 \cos \theta_1 \quad (1-27)$$

(1-20) 式可改写为

$$2hd - 2\phi_{12} - 2\phi_{13} = 2\nu\pi \quad (1-28)$$

式中 hd 为平板波导中横过薄膜的横向相位变化, $-2\phi_{12}$ 和 $-2\phi_{13}$ 为上下界面全反射相移。(1-20) 和 (1-18) 式左边表示了平板波导中光波沿横向往复一次的总相移, 它应该是 2π 的整数倍, 这就是说以上两式表示了平板波导的横向谐振特性, 因而称为平板波导导波特征方程, 或称色散方程。

当给定波导参数 (n_1, n_2, n_3 和 d) 以及工作波长时, 由特征方程可求出 θ_1 值。当 ν 取 0, 1, 2, ... 不同值时将得到不同的 θ_1 值。换句话说, 并非满足了全反射条件 $\theta_1 > \theta_c$ 的光波都能成为导波, 而只有满足特征方程的那些 θ_1 才能使光波成为导波。这样, θ_1 是一系列分立值而不是连续值。当 ν 取不同整数时得到了不同的 θ_1 值, 它代表了不同的导波模式。波导传输 TE 波或 TM 波时, 也就是特征方程中取 ϕ_{12}^{TE} 、 ϕ_{13}^{TE} 和 ϕ_{12}^{TM} 、 ϕ_{13}^{TM} 时, 它的导模分别用 TE _{ν} 和 TM _{ν} 表示。

对每一个确定的导模, 可以用几个参数来表示, 传播常数 $\beta = k_{1x} = k_0 n_1 \sin \theta_1$, 薄膜中的横向相位常数 $h = k_{1x} = k_0 n_1 \cos \theta_1$, 衬底中的衰减系数 $p = jk_{2x} = \sqrt{\beta^2 - n_2^2 k_0^2}$, 以及包层中的衰减系数 $q = jk_{3x} = \sqrt{\beta^2 - n_3^2 k_0^2}$ 。可以看出, 由特征方程确定 θ_1 后即可得到这些参数, 反过来, 这些参数也确定了导模在薄膜、衬底及包层中的传输特性。显然, 导模的 β 、 h 及 p 、 q 也应该是分立值。

由特征方程还可以看出, 当给定波导参数和工作波长时, 模阶数 ν 越大则 θ_1 越小, 因而 β 越小。在所有导模中, 最低阶模 TE₀、TM₀ 的 β 值最大。对于给定的模式, β 值是随工作波长 λ (或角频率 ω) 而变的。由特征方程可见, 当 ν 给定时, 工作波长 λ 越长, k_0 越小, θ_1 越小, 因而 β 也越小。所以, 特征方程实际上给出了 β 与 λ (或 ω) 的关系, 从这个意义上讲, 又把它称为色

散方程。图1-5给出了几个较低模式的 β - ω 曲线，它表明了 β 的变化范围和变化规律。

特征方程中 ϕ_{12} 、 ϕ_{13} 都是反正切函数，其中均含有未知量 $\sin \theta_1$ 和 $\cos \theta_1$ (或 p 、 q 、 h)，所以特征方程(1-20)和(1-28)式没有解析解，一般都采用数值法和图解法求解。

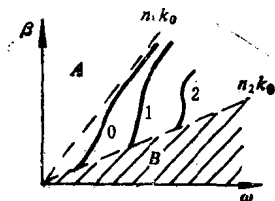


图1-5 薄膜波导的 β - ω 曲线

A—禁区 B—辐射模

三、导模的截止和传输模式数

如前所述，当 $\theta_1 \leq \theta_c$ 时，波导中不再存在导模而成为辐射模。当 $\theta_1 = \theta_{c12}$ 时，则是导模和衬底模的临界状态，称为导模截止条件，此时有 $\cos \theta_1 = \cos \theta_{c12} = (\sqrt{n_1^2 - n_2^2})/n_1$ 。因而不论 TE 模还是 TM 模都有 $\phi_{12} = 0$ ，所以，

$$\phi_{13}^{\text{TE}} = \arctg \sqrt{\frac{n_2^2 - n_3^2}{n_1^2 - n_2^2}} = \arctg \sqrt{a_{\text{TE}}} \quad (1-29)$$

$$\phi_{13}^{\text{TM}} = \arctg \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2 \sqrt{\frac{n_2^2 - n_3^2}{n_1^2 - n_2^2}} = \arctg \sqrt{a_{\text{TM}}} \quad (1-30)$$

式中 $a_{\text{TE}} = \frac{n_2^2 - n_3^2}{n_1^2 - n_2^2}$ ， $a_{\text{TM}} = \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^4 \frac{n_2^2 - n_3^2}{n_1^2 - n_2^2}$ ，称为波导的非对称参

数。对 TE 导模的特征方程可变为

$$\frac{2\pi}{\lambda} d \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \nu\pi + \arctg \sqrt{a_{\text{TE}}} \quad (1-31)$$

(1-31) 式代表导模截止时的特征方程。由方程可以看出导波截止是由两方面条件决定的，一是传输光波的波长和模式数，二是波导参数：膜厚 d 及折射率 n_1, n_2, n_3 。

由(1-31)式可求出 TE 模的截止波长 λ_c 。

$$\lambda_c = \frac{2\pi d \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{\nu\pi + \arctg \sqrt{a_{\text{TE}}}} \quad (1-32)$$

可见截止波长 λ_c 是由波导参数 d 和 n_1, n_2, n_3 决定的。对一个给定的平板波导,当工作波长小于截止波长 λ_c 时,导模将不存在而出现辐射模。从中还可看出不同模式有不同的截止波长,模阶数越高,截止波长越短,TE₀和TM₀模的截止波长最长。用 a_{TM} 代替 a_{TE} 可得到TM模的截止波长。可以看出,模阶数 ν 相同时,TE模的截止波长比TM模的要长。所以TE₀模的截止波长在所有导模中是最长的,故把TE₀模称为基模。

由(1-31)式可以求出平板波导的截止厚度为

$$d_c = \frac{\lambda \left(\nu + \frac{1}{\pi} \arctg \sqrt{a_{TE}} \right)}{2\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \quad (1-33)$$

当给定传输波长及波导折射率参数 n_1, n_2, n_3 ,且薄膜厚度 d 小于 d^* 时,TE₀模将截止。基模TE₀的截止厚度为

$$d_c^{TE_0} = - \frac{\lambda \arctg \sqrt{a_{TE}}}{2\pi \sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \quad (1-34)$$

它表明非对称波导的膜厚 $d \leq d_c^{TE_0}$ 时将不会有任何导模传输。用 a_{TM} 代替 a_{TE} 可得到TM模的截止厚度为。

由(1-31)式还可以求出波导有可能传输的导模的数量

$$\nu = \text{Int} \left\{ \frac{2}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} - \frac{1}{\pi} \arctg \sqrt{a_{TE}} \right\} \quad (1-35)$$

式中Int表示只取整数部分当满足(1-35)式时,TE₀模截止,而TE₀, TE₁, ..., TE _{$\nu-1$} 模都能在波导中传输,即波导能够传输的TE模式数为 ν 。用 a_{TM} 代替 a_{TE} 可得到波导能够传输的TM模式数 μ 。如果波导中同时存在TE和TM模,则传输的模式总数为 $M = \nu + \mu$ 。可以看出 d 越大, λ 越短, n_1 和 n_2 的差越大,波导中传输的模式数就越多。

实际应用中往往希望波导只传输单模,这就要求设计合理的波导结构并选择适当的波长,以保证波导只传输基模TE₀,而使其它模式截止,这就要求 $\lambda_c^{TM_0} < \lambda < \lambda_c^{TE_0}$,或 $d_c^{TE_0} < d < d_c^{TM_0}$ 。因