

# 光 学

原理及发展

程 路 编 著

科 学 出 版 社

1 9 9 0

## 内 容 简 介

本书是作者在多年教学和科研的基础上写成的。它以物理光学原理为线索,对一些基本概念,例如衍射和干涉的区别与联系、干涉条纹的定域、空间相干性与时间相干性、干涉问题中的光程辅助线、虚干涉和虚衍射等,以新的体系或思路作了较为深入、细致的阐述和探讨。书中论述了近代光学的若干课题,如全息术、传递函数、光学变换等,并且结合一些章节介绍作者的研究成果,例如衍射问题的逐步逼近求解方法、随机行走的统计模型在光学中的应用、全息照相信息容量的推算等。

本书可以作为高等院校理、工科光学专业本科生以及研究生的教学用书或参考书,亦可供从事光学工作的教师或研究人员参考。

## 光 学

### 原理及发展

程 路 编 著

责任编辑 陈德义 李 红

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1990年4月第一版 开本:850×1168 1/32

1990年4月第一次印刷 印张:18 3/4

印数:0001—4,520 字数:494 000

ISBN 7-03-001364-6/O·291

定价:18.90元

## 前 言

在光学领域，M. 玻恩和 E. 沃耳夫合著的《光学原理》(上册，杨葭荪等译校，科学出版社，1978；下册，黄乐天、陈熙谋、陈秉乾译校，科学出版社，1981)一书，无疑是一本十分系统且具有权威性的专著。不过，对于从事光学专业工作的大多数科技人员以及教师和研究生，该书的论述略嫌深了一些。目前论述深度比较适中的书籍，当推 F. A. Jenkins 和 H. E. White 的《光学基础》(McGraw-Hill, 2nd ed., 1976) 和 R. W. Ditchburn 的《光》(Academic Press, 3rd ed., 1976)。而国内自己编著的与这一水平相当的光学书籍，还未见到出版。

作者在讲授高等光学课程的几年里，曾以上面提到的三本书和沈寿春教授的《高级光学》讲义为基础编写了《高等光学讲义》。本书就是在这本讲义的基础上进行扩充和整理而写成的。扩充整理中增添了现代光学的一些课题，如传递函数、散斑、光学变换等，也介绍了作者本人和同行的一些研究成果，如“核-带比”法测表面粗糙度、胶片的全息信息容量等，并详述了现有光学书籍中讲得不够清楚的一些问题，如薄膜干涉条纹的定域、衍射与干涉的区别等。作为尝试，作者把自己关于某些概念的理解与提法大胆地写了进去，当然，这些还不够成熟，目的在于抛砖引玉。

本书重点在于阐述光学、特别是物理光学的原理，因此不过多地涉及各个论题的具体应用。同时，限于篇幅和作者的能力，本书也无法涉及光学的所有领域。非线性光学、量子光学等近代光学的重要论题也未讨论。

在此我要向我的老师沈寿春教授表示感谢。正是在 50 年代末我学习了沈先生的高级光学课程，并在毕业后又替他辅导该课，才得以在这一领域入门，并且不断提高。数年前我开始讲授此

课时,也是在沈先生的鼓励下重写讲义的,否则,我不可能完成此书。

白金骏副教授对于本书的编写给予了热情的支持,并且根据他近年来讲授高等光学的经验提出了许多积极的修改意见,对提高本书的质量很有帮助;上海交通大学张幼文教授组织了他所领导的学科组全体同志对本书手稿进行了仔细审阅,纠正了原稿中的错误和疏漏,并提出许多宝贵的建议。在此谨向他们表示衷心的感谢。

潘维济副教授、胡承毅副教授、钟锡华副教授、胡鸿璋教授等曾就光学基本原理的某些内容与作者进行过讨论,在此一并致谢。

由于作者水平有限,书中难免有欠妥和疏误之处,敬请读者指正。

# 目 录

## 前言

第一章 绪论——麦克斯韦方程.....	1
§ 1.1 量子与波.....	2
§ 1.2 麦克斯韦方程.....	4
§ 1.3 标量形式的联立波动方程.....	7
§ 1.4 按标量场处理的条件.....	10
§ 1.5 关于检测和记录.....	11
附录 1.1 (1.3.4)式之推导.....	17
参考文献.....	18
第二章 几种典型的波场.....	19
§ 2.1 波动方程及其复数解.....	19
§ 2.2 平面波.....	23
§ 2.3 球面波、柱面波.....	28
§ 2.4 波动与几何光学完全一致的特例.....	30
§ 2.5 基模激光波.....	34
§ 2.6 基模激光波面族的包络面.....	39
附录 2.1 基模激光波表达式之推导.....	42
参考文献.....	45
第三章 波场的时间和空间傅里叶分解.....	46
§ 3.1 时间变量的一维傅里叶分解.....	46
§ 3.2 准单色光.....	53
§ 3.3 波场的空间频率.....	60
§ 3.4 空间二维傅里叶展开——平面波角谱.....	65
§ 3.5 一种佯谬的解释.....	79
附录 3.1 傅里叶变换及 $\delta$ 函数.....	81
参考文献.....	85
第四章 衍射的理论基础.....	86

§ 4.1	几何光学是 $k \rightarrow \infty$ 时波场的极限情况 .....	86
§ 4.2	惠更斯作图法和惠-菲原理的探究 .....	91
§ 4.3	基尔霍夫衍射积分 .....	101
§ 4.4	在自由空间中基尔霍夫公式是自洽的 .....	109
§ 4.5	圣·维南假设及严格衍射理论 .....	113
§ 4.6	夫琅和费近似与非涅耳近似 .....	118
	参考文献 .....	124
<b>第五章 夫琅和费衍射与傅里叶变换 .....</b>		<b>125</b>
§ 5.1	透镜后焦面上的场值 .....	125
§ 5.2	矩形孔的夫琅和费衍射 .....	131
§ 5.3	圆孔的夫琅和费衍射 .....	134
§ 5.4	几个定理 .....	143
§ 5.5	透镜前后焦面上波场的关系——傅里叶变换 .....	149
§ 5.6	两次傅里叶变换 .....	155
附录 5.1	$I(\mathbf{r}) =  U(\mathbf{r}) ^2$ 之证明 .....	161
附录 5.2	有关傅里叶变换的一些定理 .....	162
	参考文献 .....	166
<b>第六章 菲涅耳衍射 .....</b>		<b>167</b>
§ 6.1	菲涅耳积分·考纽曲线 .....	167
§ 6.2	一维屏的菲涅耳衍射 .....	174
§ 6.3	线绳绕圈模型 .....	181
§ 6.4	菲涅耳波带片 .....	186
	参考文献 .....	192
<b>第七章 传递函数 .....</b>		<b>193</b>
§ 7.1	线性空不变系统·点扩展函数 .....	193
§ 7.2	成像——卷积 .....	197
§ 7.3	调制传递函数和光学传递函数 .....	205
§ 7.4	相干传递函数 .....	211
§ 7.5	像差对传递函数的影响 .....	219
§ 7.6	传递函数与像质评价 .....	223
§ 7.7	传递函数的计算和测量 .....	230
	参考文献 .....	236
<b>第八章 全息术 .....</b>		<b>237</b>

§ 8.1	全息再现原理	237
§ 8.2	全息照相的信息容量	245
§ 8.3	微小形变的测量	252
§ 8.4	双波长全息等高线	257
§ 8.5	空间微分	260
附录 8.1	棱镜因子和透镜因子	266
附录 8.2	关于 $x = 0$ 平面上的共轭场	267
	参考文献	270
第九章	若干变换在光学中的应用	271
§ 9.1	Hadamard 变换	271
§ 9.2	Walsh 变换	279
§ 9.3	Radon 变换	287
	参考文献	293
第十章	干涉的基本概念	294
§ 10.1	纯衍射、纯干涉、干涉衍射混合问题	294
§ 10.2	干涉问题中的光程辅助线 等效光源	296
§ 10.3	关于用子波点源代替元波面的一个佯谬	301
§ 10.4	“虚干涉”——经成像系统后的干涉	303
§ 10.5	最基本的干涉——单色点光源的双波干涉	306
	参考文献	310
第十一章	光栅	311
§ 11.1	正弦式振幅光栅	311
§ 11.2	二元式振幅光栅	314
§ 11.3	相栅	319
§ 11.4	光栅的衍射效率	322
§ 11.5	炫耀光栅	324
§ 11.6	凹面光栅	327
	参考文献	333
第十二章	随机行走在光学中的应用	334
§ 12.1	典型随机行走	334
§ 12.2	散斑的统计性质	337
§ 12.3	弱漫射表面	345
§ 12.4	非相干光源的情况	356

§ 12.5	分子散射 .....	364
附录 12.1	概率论预备知识 .....	371
	参考文献 .....	378
<b>第十三章</b>	<b>波场的相干性</b> .....	<b>380</b>
§ 13.1	同地异时——时间相干性 .....	381
§ 13.2	时间相干度举例 .....	387
§ 13.3	傅里叶干涉分光计 .....	391
§ 13.4	同时异地——空间相干性 .....	394
§ 13.5	扩展光源的波场的空间相干性 .....	399
§ 13.6	双星角距离的测定 .....	408
§ 13.7	异时异地——普遍的部分相干性 .....	411
§ 13.8	用杨氏双孔干涉加以小结 .....	418
§ 13.9	干涉条纹的定域 .....	419
附录 13.1	傅里叶余弦变换 .....	427
	参考文献 .....	427
<b>第十四章</b>	<b>电磁场的基本性质</b> .....	<b>428</b>
§ 14.1	边界条件 .....	429
§ 14.2	电磁场的能量定律 .....	431
§ 14.3	单色平面电磁波的最普遍复数表达式 .....	437
§ 14.4	偏振光的矩阵表示 .....	439
§ 14.5	自然光 .....	443
	参考文献 .....	446
<b>第十五章</b>	<b>平面电磁波在平面界面上的反射和折射</b> .....	<b>447</b>
§ 15.1	问题的严格提法 .....	447
§ 15.2	菲涅耳公式的推导 .....	448
§ 15.3	菲涅耳公式的讨论 .....	455
§ 15.4	全反射 .....	461
§ 15.5	多界面问题 .....	470
§ 15.6	金属表面的反射和折射 .....	471
	参考文献 .....	476
<b>第十六章</b>	<b>光波导</b> .....	<b>477</b>
§ 16.1	平板阶梯波导 .....	478
§ 16.2	Goos-Hänchen 效应 .....	483



§ 16.3	自聚焦光纤 .....	490
§ 16.4	模式分析 .....	496
§ 16.5	脉冲的传播 .....	500
§ 16.6	光纤的制造 .....	504
附录 16.1	方程(16.4.14)的解 .....	508
	参考文献 .....	510
第十七章	辐射、吸收和色散的经典理论 .....	511
§ 17.1	偶极子的辐射 .....	511
§ 17.2	光在吸收媒质中的传播·复折射率 .....	516
§ 17.3	色散与吸收的经典理论 .....	517
§ 17.4	几种固有频率 .....	520
§ 17.5	色散公式的讨论·反常色散 .....	522
§ 17.6	振子强度的测量 .....	525
§ 17.7	色散与群速度 .....	530
附录 17.1	电偶极子振荡的辐射场 .....	535
	参考文献 .....	539
第十八章	晶体光学 .....	540
§ 18.1	折射率张量,菲涅耳椭球及折射率椭球 .....	541
§ 18.2	相速度方程 .....	546
§ 18.3	比奥-菲涅耳定律 .....	551
§ 18.4	射线速度方程 .....	553
§ 18.5	射线面、法线面及两类光轴 .....	558
§ 18.6	如何运用相速度和射线速度 .....	565
§ 18.7	双折射相速差公式 .....	569
§ 18.8	等色面 .....	571
§ 18.9	会聚光经晶片后的干涉 .....	577
§ 18.10	应力双折射 .....	582
	参考文献 .....	584
索引	.....	585

## 第一章 绪论——麦克斯韦方程

我们知道,光乃是一定频率范围内的电磁波。现代量子论的观点认为<sup>[1.1,1.2]</sup>,电磁场是由光子系集构成的,光子系集用“态”这个概念来描写。一定的态与一定的波函数相对应,描写光子态的波函数应满足量子化的麦克斯韦方程(以后简称麦氏方程)。

但是光学,特别是当它作为应用物理学科的一个分支时,其大部分内容还是建立在经典电磁理论基础之上的,就是说,从经典麦氏方程出发,可以研究包括近代光学在内的光学的一些主要方面,涉及辐射与物质相互作用的某些领域,例如激光器物质的工作机制、原子或分子光谱学中涉及的一些问题则是需要运用量子观点的,但这只须采用半量子、半经典的模型;又如近代用信息论观点讨论图像的形成及恢复,涉及到光子、光子自由度等概念(参看文献[1.3]),也只是用到半经典模型。直至今今天,运用“彻底”的量子场论来处理实际光学问题,还未曾见到。

我们还知道,麦氏方程所描写的电磁场是矢量场,就是说,电磁波是横波,存在偏振的问题。不过,光学中有相当一部分基本内容可以不必考虑偏振便能进行研究,对于这样的情况,麦氏方程可代之以标量的波动方程。本书虽在第一章即引进麦氏方程,但直至第十三章都是用标量场进行讨论;第十四章以后,因为涉及到偏振,才开始用麦氏方程来处理矢量场。

因此,作为开始的一章,在引进麦氏方程的同时,简括地叙述一下上面提到的这些概念,以便提醒读者注意本书处理问题的范围,以及是在什么前提下来研究问题的。在本章的最后一节还指明,光的各种检测器和记录媒质所直接检测和记录的是什么物理量。

## § 1.1 量子与波

在量子理论中,光子态的波函数是以空、时坐标  $x, y, z, t$  为自变量的函数  $\psi(x, y, z; t)$ , 它一般为复值, 并满足一定的偏微分方程. 这个方程在特殊情况下(例如在自由空间中或不涉及高速运动物体时)与经典麦氏方程是一致的. 但是波函数  $\psi$  的含义却与经典意义下的波有原则的不同. 量子理论赋予波函数以下述概率意义, 即复值函数  $\psi$  的模平方

$$|\psi(x, y, z; t)|^2 \equiv \psi(x, y, z; t)\psi^*(x, y, z; t) \quad (1.1.1)$$

正比于  $t$  时刻在  $(x, y, z)$  点出现光子的概率密度, 换言之,  $t$  时刻在体元  $dV = dx dy dz$  [它包含点  $(x, y, z)$ ] 内出现光子的概率正比于  $|\psi(x, y, z; t)|^2 dV$ . 为简明起见, 我们来讨论单色场, 即

$$\psi = \phi(x, y, z)e^{i\omega t} \quad (1.1.2)$$

这时(1.1.1)式仅为空间坐标的函数:

$$|\psi|^2 = |\phi(x, y, z)|^2 = \phi\phi^* \quad (1.1.3)$$

并可把  $\psi, \phi$  取为归一化函数, 即

$$\iiint_{\text{全空间}} |\psi|^2 dx dy dz = \iiint_{\text{全空间}} |\phi|^2 dx dy dz = 1 \quad (1.1.4)$$

于是(1.1.1)式的意义可以更确切地叙述为: 若系集仅由 1 个光子组成, 则在空间各处  $(x, y, z)$  光子出现的概率密度分布就是  $|\psi|^2$ . 那么, 若系集由  $N$  个光子组成, 则在体元  $\Delta V$  内出现光子的数目  $n$  的统计平均值(亦称期望值)

$$\bar{n} = N|\phi|^2 \Delta V \quad (1.1.5)$$

该式既为期望值, 那就不能代表某次具体实验的真正值. 就是说, 各次实验的真值(即令不考虑测量装置的随机误差)相对于期望值是有随机偏离的. 总之, 光子密度的真实分布是随机的,  $|\phi|^2$  (因而  $\psi$  本身)只是描述了它的统计平均性质. 于是可将以上论点理解为, 对于一个宏观上随时间稳定的光场, 若在空间某处于不同时刻

进行足够多次的重复测量或作足够长时间的积分测量，则仪器（暂不考虑它本身的误差）读数的平均值或积分值可以无限接近(1.1.5)式所对应的值；而单次测量或时间甚短的积分测量，其读数原则上是有随机偏差的。

下面用一个具体例子来估计一下这种偏差的大小。由统计学可知，若在某段时间间隔内射入仪器的平均光子数为  $\bar{n}$ ，则随机偏差  $\Delta n = n - \bar{n}$  的均方根值等于  $\sqrt{\bar{n}}$ 。设有一光源发出波长为  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  的光，光功率为  $W = 1 \text{ W}$ ，则此光源每秒钟发出的光子数为

$$\begin{aligned} N &= \frac{W}{h\nu} = \frac{\lambda W}{hc} \\ &= \frac{(0.5 \times 10^{-6} \text{ m})(1 \text{ J/s})}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2.5 \times 10^{18} / \text{s} \end{aligned}$$

设光源  $S$  (图 1.1) 朝  $4\pi$  立体角的发光强度是均匀的。今于距  $S$  为  $R$  处放置仪器测量光强；仪器透光孔径之半径为  $r$ ，单次测量的持续时间为  $\delta t$ ，则单次测量所接收的平均光子数为

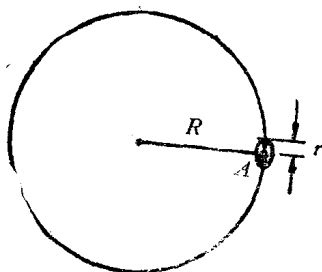


图 1.1

$$\bar{n} = \left( \frac{1}{4\pi} \frac{\pi r^2}{R^2} \delta t \right) N$$

设  $R = 1 \text{ m}$ ,  $r = 1 \text{ mm}$ ,  $\delta t = 1 \mu\text{s}$ ，则  $\bar{n} = 6.25 \times 10^5$ ，因而信号 ( $\bar{n}$ ) 与噪声 ( $\sqrt{\bar{n}}$ ) 之比为

$$\text{SNR} = \frac{\bar{n}}{\sqrt{\bar{n}}} = \sqrt{\bar{n}} \approx 790$$

即相对随机误差约为八分之一。如果这样的误差在实用中可以

忽略,则可认为仪器读数就是(1.1.5)式所对应的值.若设  $R = 100\text{m}$  而其它条件不变,则得

$$\text{SNR} \approx 7.9$$

即相对误差约为八分之一;这一般是不能容忍的.就是说,这时必须考虑到单次实测值与  $|\phi|^2$  所对应的值并不一致.

经典理论认为电磁场不是量子化而是连续的,从而不考虑上述随机起伏.因此我们说,经典理论所描写的规律乃是电磁场足够强(亦即光子密度足够大)时光子系集的行为<sup>1)</sup>.

任何检测器(例如光电池或光电倍增管)或记录媒质(例如感光胶片),其本身也必然都有噪声.由以上所述可知,只有当被测的光不太弱时,方可认为噪声主要是由检测装置造成的;而对于很微弱的光,光子起伏和检测器本身的起伏均须加以考虑.

在实验室条件下遇到的光,弱到必须考虑光子密度起伏的情况是不常见的.但在近代某些遥感或天文测量中,比如由航天装置可以测得来自遥远天体的极其微弱的信号,对这种信号进行处理和预测时,就应将光子密度起伏的统计性质加以考虑.对此有兴趣的读者可参阅本章末尾所列文献[1.3]和[1.4].而在本书中我们假定所处理的光强都不太弱,因而可以运用经典连续场的模型——即麦氏方程处理问题.

## § 1.2 麦克斯韦方程

电磁场的规律可以总结为几个以积分形式表示的方程式.设媒质(真空为其特例)的介电常数为  $\epsilon$ ,磁导率为  $\mu$ ,电导率为  $\sigma$ .以  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{H}$  分别表示电场强度矢量、电位移矢量、磁感应强度矢量和磁场强度矢量,则对于空间中任一个面域  $S$  (图 1.2),安培感应定律可以写为

---

1) 这只是指电磁场传播的非微观行为而言;若论及基本粒子(光子为其中一种)相互作用的微观过程,则只能用量子理论来处理,经典理论对此是无能为力的.

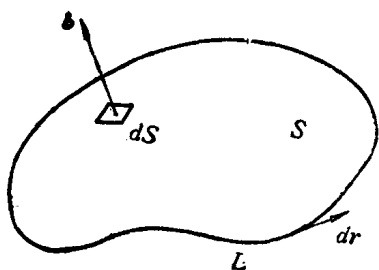


图 1.2

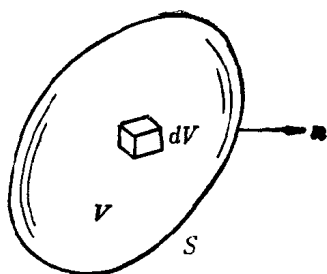


图 1.3

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\mathbf{D} + \mathbf{j}) \cdot \mathbf{b} dS \quad (1.2.1)$$

式中  $\mathbf{j}$  为电流密度矢量。

法拉第定律可以写为

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = - \iint_S \dot{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{b} dS \quad (1.2.2)$$

以上二式中  $L$  为面域  $S$  的周边,  $d\mathbf{r}$  为沿  $L$  的切向元矢,  $\mathbf{b}$  为面元  $dS$  的法向单位矢量;  $d\mathbf{r}$  与  $\mathbf{b}$  的指向呈右手定则关系。变量上面的“ $\cdot$ ”表示  $\partial/\partial t$ 。

对于空间的任何个体域  $V$  (图 1.3), 高斯定理可以写为

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dS = \iiint_V \rho dV \quad (1.2.3)$$

式中  $\rho$  为电荷密度。

磁感应强度为无源场这一性质可写为

$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (1.2.4)$$

以上二式中  $S$  为体域  $V$  的表面,  $\mathbf{n}$  为  $S$  的外法线单位矢量。

当  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  在某一空间区域  $G$  中连续变化, 使旋度  $\nabla \times \mathbf{E}$  和  $\nabla \times \mathbf{H}$  处处存在时, 应用 Stokes 定理

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{b} dS = \oint_L \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$$

可将(1.2.1)式和(1.2.2)式分别写成

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{b} dS = \iint_S (\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{j}) \cdot \mathbf{b} dS \quad (1.2.5)$$

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{b} dS = - \iint_S \dot{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{b} dS \quad (1.2.6)$$

由于此二式对于任何面域  $S$  均应成立, 所以每式两端的被积函数必须相等, 即

$$\nabla \times \mathbf{H} - \dot{\mathbf{D}} = \mathbf{j} \quad (1.2.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0 \quad (1.2.8)$$

与此类似, 当散度  $\nabla \cdot \mathbf{D}$  和  $\nabla \cdot \mathbf{B}$  处处存在时, 运用奥斯特罗格拉得斯基-高斯定理

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{A} dV = \oiint_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS$$

可将(1.2.3)式和(1.2.4)式写成

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{D} dV = \iiint_V \rho dV \quad (1.2.9)$$

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{B} dV = 0 \quad (1.2.10)$$

由于此二式对于任何体域  $V$  皆应成立, 故

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.2.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.2.12)$$

方程(1.2.7)、(1.2.8)、(1.2.11)和(1.2.12)即为麦氏方程。

此外, 电磁场还应满足下列方程:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1.2.13)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.2.14)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.2.15)$$

以上三式称为物质方程。

以上这些方程是采用国际单位制 (SI 制) 写出的, 而在有些

书籍中用的是高斯单位制<sup>1)</sup>。本书一律采用国际单位制。关于电磁学中不同的单位制以及它们之间的关系,可参看文献[1.5]。

当讨论到电磁波在含有若干种媒质的空间中传播的行为时,严格说来还需要利用边界条件方可求解。关于边界条件我们推迟到第十三章再来讨论。现在首先研究自由空间或均匀无限大媒质中的电磁波。

这里还需要指出以下几点:

1. 表征媒质物理性质的参数  $\epsilon$  和  $\mu$  可以随电磁场的频率而变,这将导致色散(见第十七章)。

2.  $\epsilon$  在简单情况下是标量,但对于晶体(即各向异性媒质,见第十八章), $\epsilon$  可以是张量。这时  $\epsilon$  用九个分量来描写, $\epsilon$  与  $\mathbf{E}$  的运算成为矩阵相乘,从而  $\mathbf{D}$  与  $\mathbf{E}$  不再是同方向的。当然  $\mu$  也可以是张量,不过在光学中很少遇到这种情况。

3. 物质方程(1.2.13)–(1.2.15)是基于下述假定而建立的,即  $\mathbf{D}$  与  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  与  $\mathbf{H}$ , 以及  $\mathbf{j}$  与  $\mathbf{E}$  均呈线性关系。对于一般媒质,当辐射场不太强时,这种线性关系实际上是满足的。但是,对于很强的光(如激光,特别是强脉冲激光), $\mathbf{D}$  与  $\mathbf{E}$  不再是线性关系,即(1.2.13)式右端还含有  $E$  的高次项:

$$\mathbf{D} = \epsilon_1 \mathbf{E} + \epsilon_2 E^2 + \dots$$

(原则上  $\mathbf{B}$  与  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{j}$  与  $\mathbf{E}$  的关系亦含  $E$  的高次项,不过实际遇到的大多是  $\mathbf{D}$  与  $\mathbf{E}$  的非线性关系。)这种关系将导致非线性光学效应。在本书中我们不讨论这种效应,有兴趣的读者可参阅文献[1.6]。

### § 1.3 标量形式的联立波动方程

我们讨论上节所述的线性情况,并且限定只考察  $\rho = 0$  且  $\epsilon$ 、

1) 高斯单位制下表氏方程写为

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{1}{c} \dot{\mathbf{D}} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \dot{\mathbf{B}} = 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

物质方程的形式仍为

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$



$\mu$  不随时间而变的问题,这是因为,一般光学问题中都不存在自由电荷,并且  $\varepsilon$ 、 $\mu$  随时间而变的问题也不常遇到。但是  $\varepsilon$ 、 $\mu$  随空间位置而异的情况却并不罕见,所以一般说来,应假定  $\varepsilon$ 、 $\mu$  [因而折射率  $n = \sqrt{(\varepsilon/\varepsilon_0)(\mu/\mu_0)}$ , 其中  $\varepsilon_0$ 、 $\mu_0$  为真空的  $\varepsilon$ 、 $\mu$  值] 是空间坐标  $x, y, z$  的函数。

我们进而限于讨论真空或电介质中的场,即导电率  $\sigma = 0$  (从而  $\mathbf{j} = 0$ )。这时,将物质方程 (1.2.14) 中的  $\mathbf{B}$  代入麦氏方程 (1.2.8),而后除以  $\mu$ , 再取旋度,得

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \right) + \nabla \times \dot{\mathbf{H}} = 0 \quad (1.3.1)$$

然后将物质方程 (1.2.13) 的  $\mathbf{D}$  代入麦氏方程 (1.2.7),并对时间求偏导,得

$$\nabla \times \dot{\mathbf{H}} - \varepsilon \ddot{\mathbf{E}} = 0 \quad (1.3.2)$$

将以上二式联立消去  $\nabla \times \dot{\mathbf{H}}$ , 得到

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \right) + \varepsilon \ddot{\mathbf{E}} = 0 \quad (1.3.3)$$

由麦氏方程 (1.2.11) 和物质方程 (1.2.13) 又得

$$\nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{E}) = 0$$

利用场论中的一些运算公式,可以导出(见附录 1.1)

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon \mu \ddot{\mathbf{E}} + [\nabla(\ln \mu)] \times (\nabla \times \mathbf{E}) \\ + \nabla[\mathbf{E} \cdot \nabla(\ln \varepsilon)] = 0 \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

用类似步骤亦可导出与此并行的只含  $\mathbf{H}$  的方程如下:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon \mu \dot{\mathbf{H}} + [\nabla(\ln \varepsilon)] \times (\nabla \times \mathbf{H}) \\ + \nabla[\mathbf{H} \cdot \nabla(\ln \mu)] = 0 \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

其中  $\nabla^2$  为拉普拉斯算符,即

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

(1.3.4) 和 (1.3.5) 式就是一般非均匀介质中电磁场应该满足的较为普遍的方程。

下面我们来讨论均匀介质的简单情况,即  $\varepsilon$  和  $\mu$  不随位置而

• • •