

# 船舶在波浪上的运动理论

刘应中 缪国平 编

上海交通大学出版社

**船舶在波浪上的运动理论**



上海交通大学出版社出版

(淮海中路1984弄19号)

新华书店上海发行所发行

浙江上虞汤浦印刷厂 排版

江苏启东解放印刷厂 印装

---

开本: 787×1092毫米 1/16 印张 14.75 字数 362000

1987年1月第1版 1987年1月第1次印刷

印数 1—1000册

统一书号: 15324·162

科技书目: 135—255

---

**定价: 2.50元**

## 内 容 简 介

本书着重从理论角度阐述船舶在波浪上运动的力学机理和计算方法，包括船舶运动的线性理论、频域分析、时域分析及非线性二阶波浪力计算等。

本书可作为船舶工程和海洋工程等专业的研究生教材，对从事船舶及海洋工程理论研究和教学的研究人员、教师有相当的实用意义和参考价值，对工程技术人员及大学高年级学生提高理论修养也有助益。

# 序 言

船舶在波浪上运动性能的研究,是船舶耐波性学科赖以建立的基础,与船舶航行安全性和执行使命的有效性密切相关。无论在理论上或实用上,这方面研究的重要程度是不言而喻的。

早在十九世纪,佛汝德和克雷洛夫就分别对船舶横摇和纵向运动提出了古典的运动理论。迄今,船舶运动性能的研究经历了百余年的发展。特别是本世纪五十年代以来,概率统计技术的引进,赋予规则波中船舶运动响应的研究以一种新的现实意义。一旦规则波中船舶运动响应特性已知,即可据此预测船舶在某一实际海况中运动的各种统计特征量。船舶在规则波中的运动响应,可以由水池中模型试验测得,也可以用理论方法估算。随着高速大容量电子计算机的出现和发展,理论研究获得了迅速的进展,各种或简或繁的运动理论和流体动力计算方法相继问世,有些方法(如切片法)已经在船舶设计阶段获得广泛的应用。这中间,除了计算工具不断发展的因素外,理论计算结果能较满意地印证试验或实船结果,以及理论对船舶运动机理的深刻揭示,亦是促使理论工作长足进步的决定因素。

近几十年来,关于船舶运动研究的文献资料浩若烟海。本书则试图从流体动力学的理论角度阐述船舶在规则波中运动的力学机理和计算方法,使读者能够把握住近代船舶运动理论的总体发展趋势和实用计算方法,并在一定程度上跟上这方面研究进展的步伐。鉴于这一设想,一些在历史上起过重要作用的问题,如薄船的运动理论,由于它们不能正确地表达船舶在波浪上的运动特征,已逐渐失去了人们的兴趣,本书中不再予以讨论;一些在实用上十分重要的问题,象非线性横摇阻尼,由于它目前还不能从理论上完善地解决,也只能割爱;在细长体理论中,本书只讨论切片法,尽可能回避匹配渐近展开法,这是因为要讲清匹配渐近展开法在船舶运动理论中应用的主要细节已超出本书的考虑范围,再则,从实用意义上看,切片法基本上已敷应用,且易于理解和接受;在势函数的各种解法中,本书只选择格林函数法作为主要手段,其原因一方面固然是该法在船舶运动理论发展的历史沿革中主线比较清楚,另一方面是因为这一方法亦比较成熟,适应范围比较广泛;船舶运动由规则波向不规则波的推广,主要是随机过程方面的问题,从本书的系统性考虑,这方面内容只能付诸阙如。

本书的原型是编者1982年为研究生讲授船舶在波浪上运动理论时编写的讲义。在嗣后历年的讲授中,考虑到国际上时域计算和二阶非线性波浪力理论的发展和实际应用,陆续补充了这方面的内容。这次趁成书的机会,在内容选择、体例安排等方面作了较大的变动。作为一本理论性的教材,编者不谋求纯数学上的严密性,而注重理论的物理诠释,以使更多的读者理解和掌握。

全书共分九章。其中第一、第二章为船舶运动理论开展的基础知识,包括一些必要的流体力学基础理论、船舶运动的若干总体概念和流体动力问题的一般提法;第三章至第五章在三维意义上阐述船舶所受流体作用力的计算方法及其物理意义;第六章主要是建立船舶在波浪中运动的频域方程;第七章中引入了细长体假定,在三维理论的基础上顺理成章地导出了广泛应用的切片法;第八章和第九章则分别探讨了船舶运动的时域计算和二阶非线性波浪力问题。

编写本书的主要目的,是为船舶和海洋工程专业的研究生提供船舶在波浪上运动方面具

有一定深度的教材。此外,编者也希望本书能对从事理论研究和教学的研究人员、教师有一定的参考价值,并对工程技术人员和大学高年级学生提高理论修养有所裨益。

尽管在成书过程中,编者根据历年的教学和科研实践的经验,对内容、体系等作了认真的考虑和权衡,但限于学识,加上当前理论本身的不断发展和完善,缺漏和不妥之处在所难免。编者愿将拙作求正于海内大方之家。

本书承蒙哈尔滨船舶工程学院王太舒副教授仔细审阅;在编写出版过程中,上海交通大学出版社编辑程锡林同志从各方面提供了帮助,谨在此表示深切的谢意。

编 者

一九八六年二月于

上海交通大学



# 目 录

## 第一章 引论

§ 1.1 船舶在波浪上运动的若干总体概念	( 1 )
§ 1.2 船舶运动理论研究的历史回顾	( 4 )
§ 1.3 均匀、不可压缩理想流体的无旋运动	( 6 )
§ 1.4 拉普拉斯方程解的唯一性	( 8 )
§ 1.5 边界条件和初始条件的初步考察	( 10 )
§ 1.6 格林函数法	( 14 )
附录 I 高斯公式及其推广	( 21 )
附录 II 张量表示法和阶符	( 23 )
参考文献	( 25 )

## 第二章 船舶运动流体动力问题的一般提法

§ 2.1 引言	( 27 )
§ 2.2 坐标系选取和运动量的描述	( 28 )
§ 2.3 角速度与欧拉角的关系	( 31 )
§ 2.4 自由面条件的摄动展开	( 36 )
§ 2.5 物面条件的摄动展开	( 41 )
§ 2.6 线性速度势的分解	( 50 )
附 录 速度势的变换	( 54 )
参考文献	( 55 )

## 第三章 无航速时船舶的微幅摇荡(辐射问题 I)

§ 3.1 简谐振荡时船舶产生的速度势	( 56 )
§ 3.2 辐射势的格林函数解法	( 59 )
§ 3.3 三维脉动源的速度势	( 63 )
§ 3.4 附加质量和阻尼系数	( 71 )
附 录 距离倒数的傅里叶重积分表达式	( 78 )
参考文献	( 80 )

## 第四章 有航速船舶的微幅摇荡(辐射问题 II)

§ 4.1 定解问题和势函数的分解	( 81 )
§ 4.2 有航速时辐射势的格林函数解	( 86 )
§ 4.3 移动脉动源的速度势	( 90 )
§ 4.4 移动脉动源的波形	( 98 )
§ 4.5 一些数值结果	( 102 )
附 录 斯托克斯公式及其推广	( 106 )

参考文献	( 110 )
第五章 绕射问题和波浪力	
§ 5.1 入射波速度势 $\Phi_I$	( 111 )
§ 5.2 遭遇频率和自然频率	( 121 )
§ 5.3 绕射问题的数学提法	( 124 )
§ 5.4 波浪力的表达	( 126 )
参考文献	( 132 )
第六章 船体在波浪上的运动	
§ 6.1 船体运动方程的一般描述	( 133 )
§ 6.2 流体作用力(流体动力和静恢复力)	( 136 )
§ 6.3 运动方程的进一步讨论	( 145 )
参考文献	( 150 )
第七章 切片理论概述	
§ 7.1 引言	( 151 )
§ 7.2 附加质量和阻尼系数的表达	( 152 )
§ 7.3 波浪力的计算	( 157 )
§ 7.4 二维辐射势的求解和剖面流体动力系数	( 161 )
§ 7.5 切片法结果与实验及三维理论比较	( 168 )
参考文献	( 172 )
第八章 船舶在波浪上运动的时域计算	
§ 8.1 引言	( 174 )
§ 8.2 时域问题的提法和格林函数解	( 175 )
§ 8.3 时域格林函数	( 181 )
§ 8.4 速度势的分解	( 186 )
§ 8.5 船体的流体作用力和运动方程	( 190 )
§ 8.6 物体大振幅运动的线性理论	( 196 )
参考文献	( 200 )
第九章 二阶波浪力的理论计算	
§ 9.1 二阶波浪力研究的意义和历史	( 202 )
§ 9.2 二阶力的压力积分法	( 204 )
§ 9.3 二阶速度势的定解问题	( 211 )
§ 9.4 波群的诱导长波	( 216 )
§ 9.5 远场积分法	( 219 )
参考文献	( 226 )



# 第一章 引 论

## § 1.1 船舶在波浪上运动的若干总体概念

海船是在波浪环境中运营的。船舶在某一平均速度前进的运动中迭加有摇荡运动。我们在这里所研究的运动,主要是指摇荡运动。严重的摇荡运动不仅会影响船舶的运营效率,甚至会造成结构毁损或倾覆失事。因此,搞清船舶在波浪上产生摇荡运动的力学机理,为设计耐波性能良好的船舶提供可靠的依据,对保证船舶安全性和运营经济性都具有十分重要的意义。近半个多世纪来,许多研究工作者致力于发展和完善船舶在波浪上的运动理论,其目的也正在于此。

研究船舶在波浪上的摇荡是以下列假定为前提的,即

1. 船舶在静水中是稳定平衡的,亦即船舶的重量与静水浮力平衡,并且这种平衡是静稳定的。
2. 船舶在静水中航行时的定常阻力与螺旋桨(或其他推进装置)产生的推力相互平衡,并且忽略推进装置的动作对周围流场引起的扰动。
3. 船舶摇荡与操纵运动是可以分离的,互相没有干扰。在以后的讨论中我们总认为船舶的平均前进运动是等速直线运动。船在波浪作用下可能产生的曲线运动由操舵的作用补偿,舵的动作对周围流场的干扰也忽略不计。

这样,促使船舶摇荡的外力就只有波浪力和船体摇荡产生的水动作用力,以及因船体偏离平衡位置而产生的静水回复力。

当然,上述假定只是为简化问题而作的。事实上,船舶在波浪中运动时会导致阻力增加及螺旋桨特性和推进因子的变化;操舵对摇荡运动亦有影响,特别是对横摇和首摇。这些问题的研究目前正在发展之中。

在摇荡问题的研究中,船舶一般被看作是具有六个运动自由度的刚体。若选取一个以船体平均前进速度移动的参考坐标系 $o'x'y'z'$ ( $o'x'$ 轴正向为船舶前进方向)和一与船体固结在一起的动坐标系 $oxyz$ ,设两者在没有摇荡运动时互相重合,那么,动坐标系原点 $o$ 在参考坐标系中的纵坐标 $\bar{x}$ 称为纵荡(surge),垂向坐标 $\bar{y}$ 称为垂荡(heave),横坐标 $\bar{z}$ 称为横荡(sway);绕动坐标系三个轴的转动 $\alpha, \beta, \gamma$ 依次为横摇(roll)、首摇(yaw)

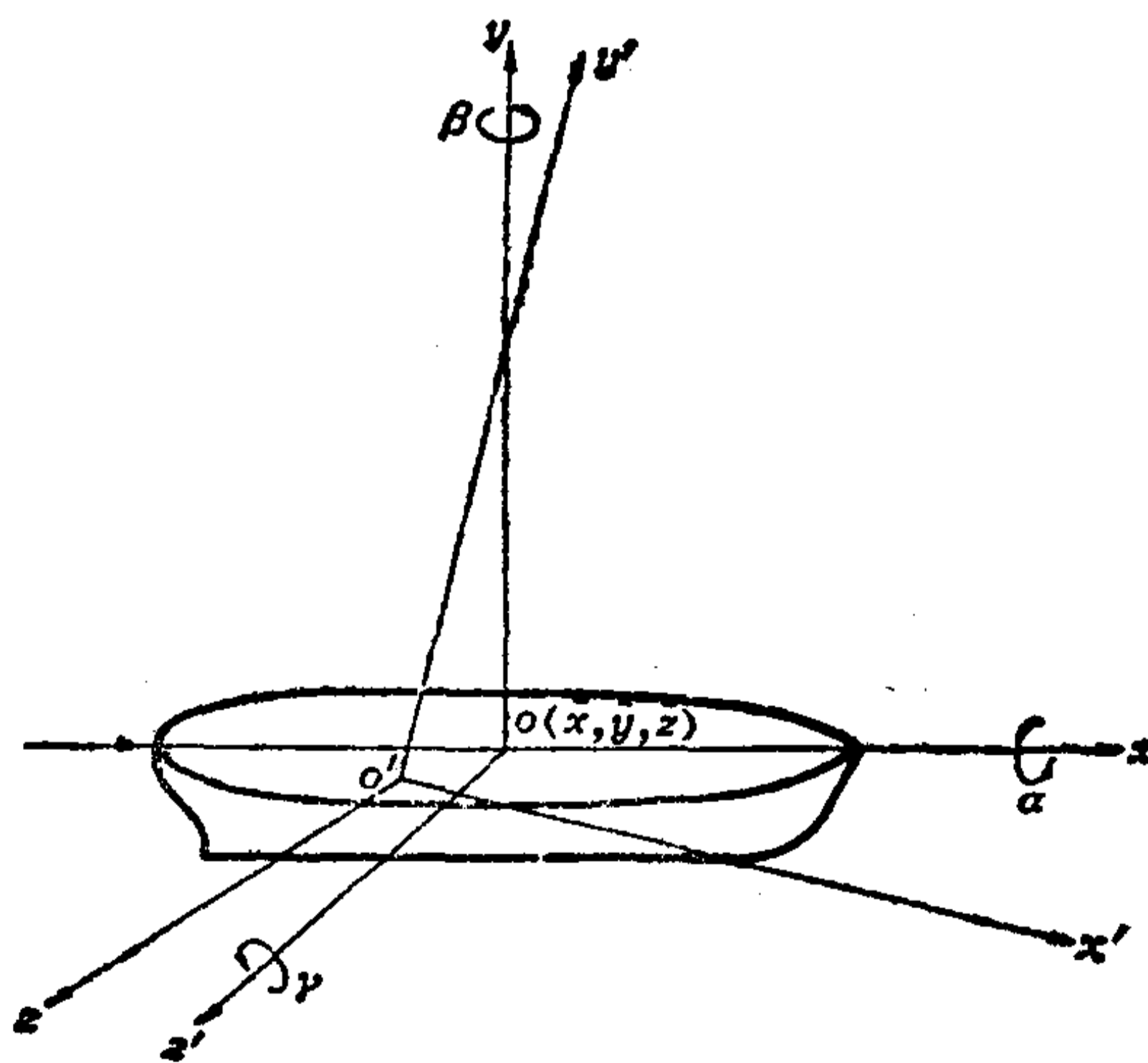


图 1.1 船舶摇荡与坐标系

$\bar{x}$ —纵荡;  $\bar{y}$ —垂荡;  $\bar{z}$ —横荡;  
 $\alpha$ —横摇;  $\beta$ —首摇;  $\gamma$ —纵摇

和纵摇(pitch)(参见图 1.1)。

从动力学意义上说,三个线位移振荡应该指船舶重心的位移,但一般将坐标系原点取在无振荡时的静水面处,这样叙述比较简便。只需经过简单的坐标变换即可得重心的位移量。

如果波浪是微幅波,船舶的摇荡不大,可以采用摄动方法得到一阶近似的线性解,它满足线性的控制方程和边界条件。在线性化假定下,迭加原理成立。因而船舶在规则波中摇荡的流体动力计算可分成辐射问题(radiation problem)和绕射问题(diffraction problem)分别加以处理。在辐射问题中,只考虑船舶在静水中的强迫振荡,不计束波;在绕射问题中,则假定船舶处于平衡位置,没有摇荡运动,但有入射波作用其上。这两类流体动力与船的静水回复力和船舶摇荡的惯性力达到动力平衡,制约着船体在波浪上的摇荡运动。另一方面,不规则的海浪可以分解为各个单向的规则余弦波的线性迭加,从而,在线性化的前提下,船舶运动的研究就在于探讨船舶在规则波(regular waves)作用下的摇荡响应(response),然后利用频谱分析技术得到船舶在不规则波(irregular waves)作用下的运动统计特征量。第一次把频谱分析技术引进船舶力学的是圣·丹尼斯和皮尔逊(St·Denis and Pierson,1953年)[1]。目前,线性的频谱分析方法已成为经典手段,本课程将不予讨论,而着力于船舶在规则波上的运动研究,特别是水动力学方面的理论阐述。对频谱分析有兴趣的读者可参阅文献[2]、[3]和[4]。

船舶六个自由度的运动亦称为六个运动模式或模态(mode),其中垂荡、纵摇和横摇运动模态中存在有静水回复力(或力矩)。

垂荡的静水回复力与水线面面积  $S$  的大小成比例;其自振频率  $\omega_h$  大致上等于回复力系数与船舶质量之比的平方根,有以下的数量级:

$$\omega_h = O\left(\frac{\rho g S}{\rho \Delta}\right)^{1/2} = O\left(\frac{g S T}{\Delta T}\right)^{1/2} = O\left(\frac{g}{T}\right)^{1/2}。$$

式中:  $\rho$  为水的密度;  $g$  为重力加速度;  $\Delta$  为船舶排水体积;  $T$  为船舶吃水。作为量级分析,上式中完全略去了水动力的作用。水动力的效应是增加船的有效质量,从而降低自振频率,但自振频率的量级并不改变。纵摇的静水回复力矩与水线面的纵向惯性矩成比例,其自振频率  $\omega_p$  大致上是此回复力矩系数与船体质量惯性矩之比的平方根,其量级为:

$$\omega_p = O\left(\frac{\rho g L^2 S}{\rho L^2 \Delta}\right)^{1/2} = O\left(\frac{g S}{\Delta}\right)^{1/2} = O\left(\frac{g}{T}\right)^{1/2}。$$

显然,垂荡和纵摇的自振频率是同量级的。在这个意义上,垂荡与纵摇是动力相似的。较大的回复力(矩)的存在,保证了除自振频率附近以外,垂荡和纵摇振幅相对较小。共振时的运动幅度取决于阻尼力和当时激振力的大小。垂荡和纵摇的阻尼主要来源于运动激起的波浪的能量辐射,粘性的作用较小,而波浪能量的传播可用势流理论计算。这是近几十年来纵向运动理论发展较快的一个重要原因。一般说来,垂荡和纵摇的阻尼不算太大,但已足以阻止强烈的共振响应的发生。至于波浪激振力,只在波长  $\lambda$  接近或大于船长  $L$  时才显得重要。对于深水波,频率与波长的关系是  $\omega^2 = 2\pi g/\lambda$ ,所以激振力比较重要时的频率  $\omega_f \leq O(g/L)^{1/2}$ 。一般船舶的船长  $L$  远大于吃水  $T$ ,即  $L \gg T$ ,因此  $\omega_f$  远小于纵向运动的自振频率。这意味着,在自振频率附近,纵向运动响应显著时,激振力较小;反之,当激振力重要时,运动的响应又小了,所以一般不会有明显的共振发生。图1.2是某一艘船在佛汝德数  $F_n = 0$  时的垂荡响应曲线,取自 Newman (1977)[5] 的文章,图中的计算曲线和实验结果都证实了这一点。

然而,当船舶以航速  $U$  航行,与波浪夹角为  $\beta$  时,船所感受到的波浪频率不再是波浪的

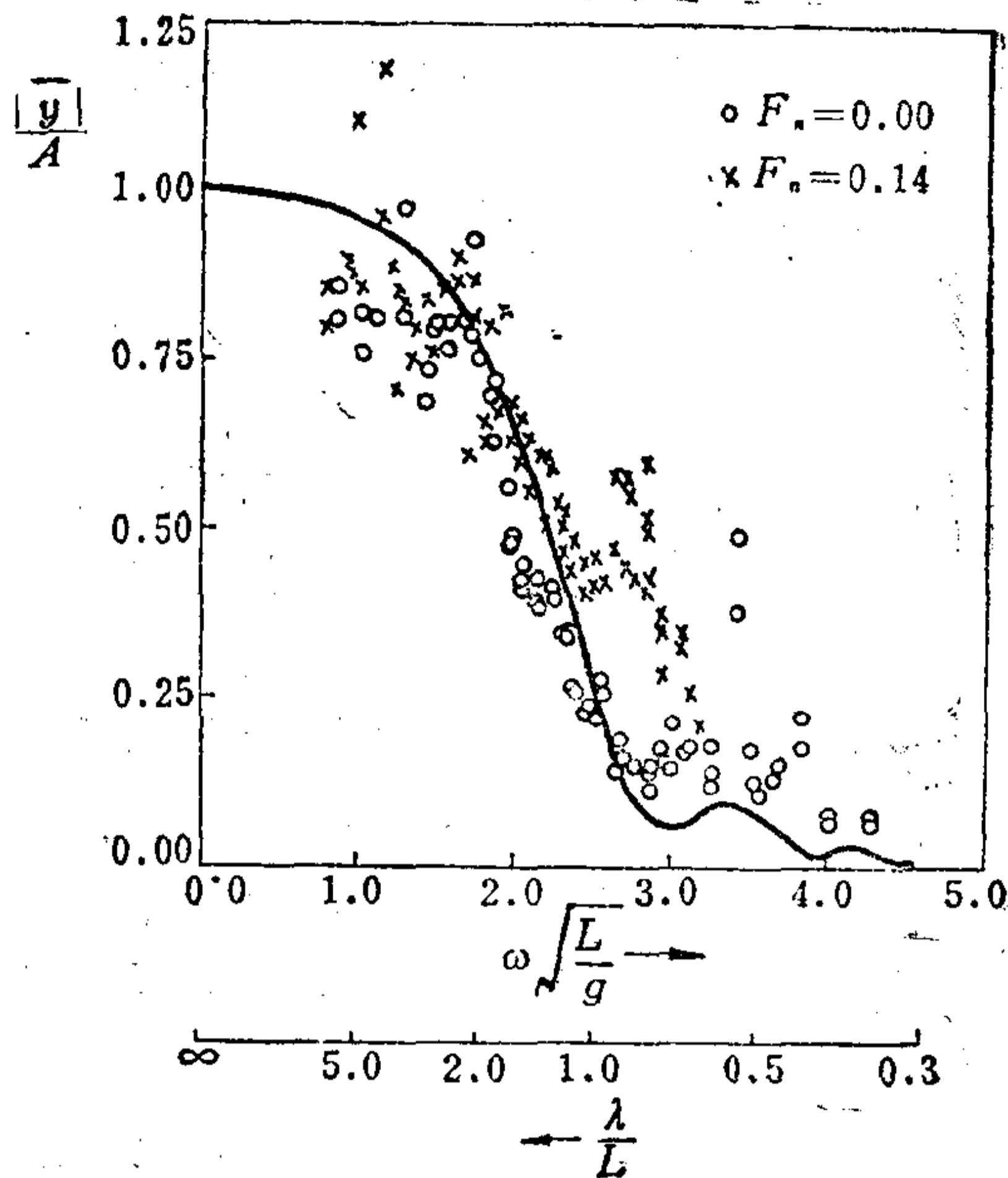


图 1.2 某船的垂荡响应曲线

$|y|$ —垂荡振幅;  $A$ —来波波幅;  $\lambda$ —波长;  
 $F_n$ —佛氏数;  $L$ —船长;  $\omega$ —波频

运动密切相关。

幸运的是,以摇荡振幅小和流体无粘性为条件的线性理论正好可以用来描述这种运动振幅相对较小,惯性效应大的运动模态,从而使理论预测获得了成功。受益最大的要数船舶总纵强度中的外力计算了。原先计算纵强度时是把船静止地放置在与船长等长、波高为  $L/20$  的坦谷波上(若波长大于等于 120m 的话)<sup>[6]</sup>来估算其所受的外力,这种估算尽管经多方修正,也很难认为是合理的。现在,在计算船舶运动时,同时得到了船舶浸湿表面上各点的压力,只要经过适当的运算,就能得到所需要的剪力和弯矩。对不同的波长、浪向和航速都可进行这样的计算。进一步应用谱分析方法,还可预报在给定波谱下的运动、受力的短期和长期统计特性。上述方法实用上虽然还有不少问题有待解决,但其作为一种较为妥善的理论是毋庸置疑的了。

横摇的静回复力矩较小,部分原因是由于船宽较窄,此外,船舶重心的垂向位置往往高出静水面,横倾时由重心产生的力矩(对坐标原点而言)将抵消一部分回复力矩。这样,船舶横摇的自摇周期比较长,即自振频率较低,运动的角加速度也较小。船舶横摇时,源自振荡兴波能量辐射的兴波阻尼很小。这主要是由于船舶横剖面形状近乎半圆,横摇只激起不大的波浪。一旦发生共振,横摇振幅可以很大,并伴随着明

自然频率  $\omega$ ,而是遭遇频率  $\omega_e$ ,两者有关系

$$\omega_e = \omega \left(1 - \frac{U_0 \omega}{g} \cos \beta\right)$$

迎浪时  $\beta = \pi$ ,其遭遇频率

$$\omega_e = \omega \left(1 + \frac{U_0 \omega}{g}\right) = \omega(1 + \tau)$$

其中  $\tau \equiv \frac{U_0 \omega}{g}$ 。随浪时  $\beta = 0$ ,其遭遇频率

$$\omega_e = \omega(1 - \tau)$$

由此可见,迎浪航行时提高了有效频率,从而有可能使得波浪激振力变得重要时的频率范围接近或达到船舶的自振频率,产生强烈的共振(见图 1.3)。共振时,船体的运动幅度、加速度和结构载荷都比较大,会引起一系列严重的问题。比如,运动幅度大,会引起螺旋桨出水,造成飞车;船首出水易导致船首底部拍击(slamming),严重者会损坏首部结构;波浪与首部相对运动剧烈时,会引起首部上浪,冲击甲板上结构或机械设施;如此等等的这些现象都与纵向

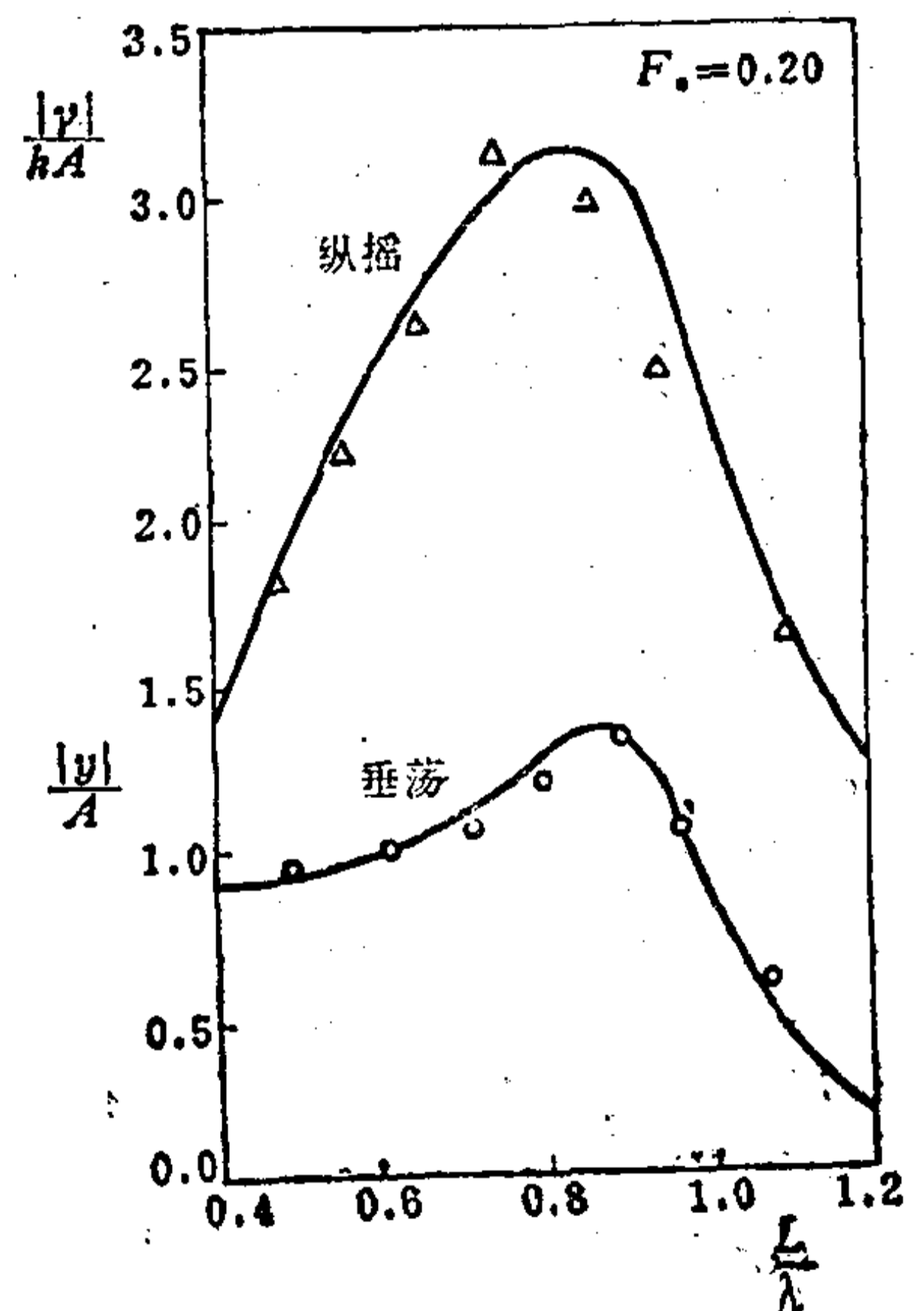


图 1.3 有航速时某船的纵向运动响应

$|y|$ —垂荡振幅;  $|y|$ —纵摇振幅;  
 $A$ —波浪振幅;  $k$ —波数;  
 $\lambda$ —波长;  $L$ —船长

显的非线性效应和粘性影响。非线性效应一方面来自大角度横摇时回复力矩的非线性,另一方面也是由粘性阻尼引起的。粘性阻尼包括因表面摩擦、旋涡生成和舳龙骨产生的阻尼,它们大致与当地流体同船体表面的相对线速度的平方成比例。由于兴波阻尼小,粘性阻尼就显得比较重要。对横摇运动尚无满意的理论计算方法,只能部分地借助于试验。本课程中,为保持理论的一致性,只计及兴波阻尼,实际计算时,尚需补充试验数据或按半经验公式计入粘性阻尼,这方面的有关内容可参见文献[7]和[8]。

其他几个在水平面内的运动模态,即纵荡、横荡和首摇,都不具备回复力或力矩,其运动响应不是共振型的。然而,在低频的随浪情况中可能出现大的运动幅值。与横摇类似,这些运动模态也可能受到非线性和粘性效应的严重影响。人们对它们的了解比横摇还要差得多。

随浪航行是个相当危险的状态。由于波面影响导致水线面的变化,可能明显地降低船舶的横稳性,也可能产生参数共振,在一定条件下,产生很大的横摇幅度,甚至造成倾覆。此外,还会由于运动航向的不稳定,在持续单方向的波浪力的作用下,导致船体横转(broaching),亦容易出现翻沉事故。这些与安全性相关联的重要领域已经引起人们的关注,但离问题的解决还有相当距离。本书不准备讨论它们。

综上所述,本课程的任务就是在势流理论的基础上,着重从理论上讨论船舶在波浪上的摇荡运动,力图阐明产生摇荡运动的力学机理和理论预估方法。

## § 1.2 船舶运动理论研究的历史回顾

尽管人们早就意识到船舶在波浪中运动性能的重要性,并在实践中自觉或不自觉地采取某种手段来降低船舶的摇摆(主要是横摇),但在研究船舶性能的各学科分支中,波浪中船舶运动理论的发展是比较晚的。

十九世纪中叶,随着蒸汽机船的出现,帆逐渐减小以至取消,原先用来降低横摇的帆的空气阻尼不复存在,横摇运动的严重性突出地表现出来。这促使人们力图对横摇运动的机理作出理论解释,以寻求有效的减摇措施。最早见诸于文献的应推佛汝德(Froude, 1861年)<sup>[9]</sup>关于横摇运动的研究。此后,随着船舶主机功率和船舶航速的增加,纵摇和垂荡运动及其影响也逐渐引起了人们的重视。俄国海军军官克雷洛夫(Krylov, 1896年)<sup>[10]</sup>曾对此作过研究。

在他们这些早期研究中,只考虑入射波浪对船体诱导的干扰力,不考虑船体的存在和运动对流场的影响。这部分仅由入射波引起的波浪干扰力现今即被称作佛汝德-克雷洛夫力。佛汝德和克雷洛夫的这些经典研究成为十九世纪末到本世纪四十年代船舶摇摆运动研究的理论基础。

从四十年代起,人们开始致力于船舶摇荡流体动力理论的建立,试图通过速度势的线性边值问题的建立和求解,把船舶的存在和运动对入射波流场的流体动力影响考虑进去,从而更加合理地来描述船舶的摇荡运动。其中值得一提的是哈斯金特(Haskind)的研究<sup>[11]、[12]</sup>,他应用格林定理构造由于船体存在和运动引起的扰动速度势,并推导了点源格林函数的表达式。按边界条件的提法,最终得到求解速度势的积分方程,并用窄船假定进一步解出此方程。哈斯金特的一个主要贡献是首次在线性理论范围内把流场中的扰动速度势分成绕射速度势和辐射速度势分别求解。前一部分只考虑固定的船体的存在对入射波流场的干扰(波的绕射),后者则考

虑以不同的运动模式摇荡的船体对静水流场的扰动,两者的线性迭加即为流场中总的扰动速度势。这一分解直到目前仍是处理摇荡问题中线性扰动势的典范的处理方法。差不多与此同时,海夫洛克(Havelock)、厄塞尔(Ursell)等人也对速度势边值问题的求解进行了研究。厄塞尔用多极展开法(Multipole expansion method)求得了在静水中简谐强迫振荡的圆柱体所受的流体作用力[13]。

这些先驱的工作尽管在形式上很优美,但无论是窄船假定或圆柱体,与实际船舶的形状都相去甚远,故而这些方法只能从现象上或定性的方面对船舶摇荡加以描述。对这些理论的进一步发展和改进是五十年代以后的事情。

到五十年代,船舶在波浪上运动的研究在两个方面取得了有意义的突破性进展。第一个进展是频谱分析方法的引入。1953年圣·丹尼斯和皮尔逊将以往在通信理论中发展起来的处理噪声的理论应用到波浪及船舶摇荡的研究中去,提出了不规则海浪中船舶运动计算的理论方法[1]。根据这一理论,船舶摇荡运动不再被认为是一种确定性过程,而是一种随机过程,与海浪的随机性或不规则性联系在一起,从而使人们能够在统计意义上从量的角度考察不规则海浪中船舶的摇荡运动。按随机理论,不规则波中船舶的摇荡响应与规则波中船舶摇荡响应之间存在一个简单的关系式,因此,这一理论的引入不但没有否定到当时为止建立在规则波假定上的船舶摇荡运动理论,反而赋予它一种新的实际意义,使得规则波中船舶运动的研究不再是学院式的。进一步完善规则波中船舶运动理论变得更加迫切和重要。在这一背景下,船舶运动理论有了迅速的发展。第二个进展是切片理论(strip theory)在船舶摇荡问题中的应用。1955年科文-克劳科夫斯基(Korvin-kroukovsky)应用空气动力学中的细长体概念首次提出了处理摇荡问题的切片理论[14]。这一理论假定船体是细长的,可沿纵向(船长方向)将船体分成若干段,各段上截面形状相同,对各截面来说,流动可近似认为是二维的;按二维流动求得各横截面遭受的流体作用力后,沿长度方向积分以求得船体上总的流体作用力。辅以若干物理直观的考虑,理论中还计入了前进速度的影响。1957年科文-克劳科夫斯基和雅可布斯(Korvin-kroukovsky and Jacobs)[15]对该理论作了进一步的修正,并与实验结果作了广泛的比较。事实上,切片理论在船舶力学研究中提出还要早些,刘易斯(Lewis)在1929年就率先用切片的概念来研究船体结构高频振动时的水动力影响问题[16],并提出了以宽度、吃水、剖面积等简单的剖面参数定义的剖面系列(刘易斯剖面),然而切片理论在船舶摇荡问题中的应用和真正引起普遍的重视和兴趣则始于科文-克劳科夫斯基的工作。

由于当时切片法更多地建筑在物理直观的基础上,缺乏系统和合理的推导,因此理论研究者对切片理论的价值认识过程是缓慢的。尽管如此,由于切片理论计算的相对简便和与实验结果的吻合程度(特别对迎浪中船舶的纵摇和垂荡),为工程实际问题的研究和解决提供了现实的手段,故而该理论还是受到造船工程师们的认可和欢迎。这以后,有许多研究者对切片理论的实验验证作了进一步的大量工作。同时,切片理论本身亦得到了迅速的发展和改进。这些发展大致表现在以下三个方面。一是切片法赖以建立的理论基础的合理化和严密化[17],由于基础假定的某些差异,出现了多种切片方法,如新切片法[18]、合理切片法[19]、STF法[20]等等。其次一个发展是二维剖面流体动力计算,出现了多参数保角变换法[8]和密切拟合法(close-fit method)[21],可以在线性的势流理论基础上严格地求解船形剖面的流体作用力,无须以近似的剖面(如刘易斯剖面)来代替真正的船形剖面。最后一个发展是切片理论在斜浪中船舶运动计算中的推广,这时不仅船舶有纵摇、垂荡等纵向运动,还有横摇、横荡、首摇等横

向运动。按切片理论还能计算船体某一横剖面处所受的剪力和弯矩。到目前为止,切片理论的发展可以说已经相当成熟,有不少经过考验的计算机软件系统可资利用。

切片理论之所以在五十年代以后得到迅速的发展,主要是因为该方法提供了具有一定精度并与当时的计算工具相适应的经济实用的计算手段,迎合了船舶工程发展的需要。这一现实决不意味着船舶运动流体动力计算的三维理论在当时不为人们所知,事实恰恰相反,求解流场振荡速度势的格林函数法早为人们所熟悉,在四十年代末五十年代初,哈斯金特[22]、海夫洛克[23]、约翰(John)[24]等人就已经得出了三维脉动点源格林函数的解析表达式,但当时和以后的一段时期内,由于缺乏大容量、高速度的电子计算机,三维计算没有实现的可能性。

严格意义上的船舶摇荡三维流体动力计算出现在七十年代。高速的大型电子计算机相继问世和异乎寻常的迅猛发展,为三维计算的实现创造了条件。对无航速的船舶(包括海洋工程结构物)的流体动力和运动的研究比较多,如有福汀森和密恰尔森(Faltinsen and Michelsen)[25]、张和卞(Chang and Pien)[26]、盖里逊(Garrison)[27]等人的工作。对有航速的船舶,由于计算更加繁复和费时,迄今为止仅有张(Chang)[28]以及英格列斯和帕莱斯(Inglis and Price)[32][33]对此作过实际的计算。船舶摇荡的三维计算方法目前正在进一步向现实性和经济性方向发展,包括引入有限元素法、各种杂交法等计算流体力学手段。

近年来,船舶在波浪上运动的非线性现象受到人们极大的关注。如船舶和海洋工程结构物遭受的二阶定常波浪漂移力和缓变波浪漂移力(second order steady and slowly varying wave drifting forces)和由此而来的二阶运动在最近一二十年中成为一个重要的研究方向[29]。在时间域中讨论船舶运动(线性的或非线性的)的计算方法自1979年由范·奥塔默森(van Oortmerssen)[30]实现以来,亦受到人们普遍的关注和重视,取得了不少进展。关于这些领域的研究发展概况在本书的有关章节中还将有所介绍。

总之,尽管相对来说船舶在波浪上运动理论研究的历史不算长,但它的发展是相当迅速和成功的。目前,用理论计算方法预估某一船舶在指定海况中的运动特征已具有相当的可靠性。特别是对某些重要的船舶设计,在方案比较阶段用理论手段对其耐波性能进行比较和选择,已经成为设计部门的常规顺序。可以说,在船舶运动性能研究的各领域中,船舶在波浪中运动的理论计算预测最为成功和鼓舞人心。但是,应该指出,目前的理论计算方法还没有达到完全取代模型试验的程度,最后常需用模型试验的结果进行校核;另外,在非线性的运动计算、预测及其机理的解释等方面还存在不少理论上的困难。然而,可以预料,随着工程上对船舶运动性能预测的要求日益增高,必将促进船舶在波浪上运动的理论研究进一步发展;同时,目前计算机工业的迅速发展和伴之而来的新的计算技术和方法的不断涌现,为理论研究向纵深发展开拓了现实的可能性和光明的前景。

### § 1.3 均匀、不可压缩理想流体的无旋运动

在波浪与船体相互作用的研究中,流体介质(即水)在绝大部分情况下都可认为是均匀、不可压缩和无粘性的理想流体。事实上,当我们研究船舶在波浪上的运动时,认为船的特征尺度 $L$ 与波长 $\lambda$ 是属于同一量级的,即 $L/\lambda = O(1)$ ;而且,波幅 $A$ 远小于特征尺度 $L$ ,即 $A/L \ll 1$ 。这时,粘性影响和船体曲率剧变处的旋涡分离是次要的或是局部的,相对来说,绕射影响较为突出。另外,在有工程实际意义的时空尺度上,水密度的变化和可压缩性的变化通常

是微不足道的。因此,均匀、不可压缩和无粘性的理想流体假定,就成为对实际问题的一个合理的简化和近似。对理想流体的流动来说,如果在起始时刻流动是无旋的,则在以后所有的时刻流动都是无旋的。这样,我们可进而认为船舶所处的流场的流动始终是无旋运动。

在这些前提下,船舶运动的流体动力问题就可以在势流理论的基础上加以处理。亦正是这些理想化的近似,使得船舶在波浪上的运动理论得以建立和迅速发展。

在均匀、不可压缩理想流体的流场中,基本守恒定律由如下的连续性方程和欧拉(Euler)运动方程表述,即

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1.1)$$

和

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) \vec{v} = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} + gy \right). \quad (1.2)$$

其中:  $\vec{v}(x, y, z, t)$  为速度矢量;  $p(x, y, z, t)$  为压力;  $\rho$  为流体密度;  $g$  为重力加速度;  $y$  为垂向坐标。这里我们已经认为重力是唯一的质量力。

若应用向量关系

$$\nabla \left( \frac{v^2}{2} \right) = \nabla \left( \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{2} \right) = (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v}),$$

则欧拉方程(1.2)可改写为

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \left( \frac{v^2}{2} \right) - \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v}) = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} + gy \right). \quad (1.3)$$

该式称为兰姆方程(Lamb's equation)。

上述的连续性方程(1.1)和欧拉方程(1.2)是理想流体力学中最基本的控制方程。对均匀、不可压缩的理想流体,从这四个方程式(欧拉方程有三个分量式)中,原则上可以求出四个未知数,即速度  $\vec{v}$  的三个分量和压力  $p$ , 方程式是自封闭的。但由于欧拉运动方程的非线性性质,求解相当困难。

如果流动是无旋的,则问题在很大程度上得到简化。无旋运动意味着流场中旋度或涡量  $\vec{\Omega}$  为零,即

$$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{v} = 0. \quad (1.4)$$

在基础流体力学教程中已知无旋运动有势,即存在势函数  $\phi(x, y, z, t)$ , 且有关系式

$$\vec{v} = \nabla \phi(x, y, z, t). \quad (1.5)$$

将上式直接代入欧拉运动方程可知势函数满足无旋条件(1.4)。式(1.5)把速度  $\vec{v}$  的三个未知分量与一个标量函数  $\phi(x, y, z, t)$  联系起来,一旦流场中的速度势  $\phi$  已知,速度  $\vec{v}$  可通过求  $\phi$  的坐标偏导数得到。很明显,速度势的存在仅与无旋性有关,与流体是否可压缩、流动是否定常无关。

回到连续性方程(1.1)可知,速度势  $\phi(x, y, z, t)$  必须满足控制方程

$$\nabla^2 \phi(x, y, z, t) = 0. \quad (1.6)$$

这就是熟知的拉普拉斯(Laplace)方程,它在直角坐标系中的表达式为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (1.7)$$

将无旋条件(1.4)及速度与速度势的关系式(1.5)代入兰姆方程(1.3)中即得

$$\nabla \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gy \right) = 0.$$

积分此式,即有所谓的拉格朗日(Lagrange)积分:

$$\frac{p}{\rho} + gy + \frac{v^2}{2} + \frac{\partial \phi}{\partial t} = C(t). \quad (1.8)$$

式中  $C(t)$  为待定的时间  $t$  的函数,须根据问题给出的条件来决定。若流动是定常的,上式变为

$$\frac{p}{\rho} + gy + \frac{v^2}{2} = C. \quad (1.9)$$

其中  $C$  为通用常数,在整个流场中处处适用。事实上,式(1.8)右端的  $C(t)$  可吸收进  $\phi$  中去而使右端为零。

综上所述,对均匀、不可压缩理想流体的无旋运动,制约流动的基本方程即为拉普拉斯方程(1.6)和拉格朗日积分式(1.8)。前一方程决定流场中的速度分布,后一方程决定流场中的压力分布。通常在无自由面存在的情况中,这两个方程并不耦合。这样,把原来求解欧拉方程与连续性方程的耦合方程组的问题变成拉普拉斯方程的求解问题。容易看出,原先的控制方程(指欧拉方程)是非线性的,而现在的控制方程则是线性的拉普拉斯方程。求解困难的欧拉方程已化成积分后的形式,虽然其中仍含有非线性项  $(\vec{v} \cdot \vec{v})$ ,但因该式独立于拉普拉斯方程,故从解拉普拉斯方程本身来讲,问题已大为简化。拉普拉斯方程作为椭圆型方程中最简单和最典范的形式,在数学上已有许多详尽的研究,它的求解有许多很好的数学方法。

显然,只要求出场内速度势  $\phi$ ,按拉格朗日积分式(1.8)或(1.9)就可求得整个流场(包括船体表面)的压力分布,从而确定船舶所受到的流体作用力,建立起船舶运动的微分方程。

需要说明,本章中使用的  $x, y, z$  系指空间固定坐标系中的坐标变量。在有自由表面的船舶运动问题中,通常令空间固定坐标系  $o_0 x_0 y_0 z_0$  的  $o_0 y_0$  轴垂直向上,  $o_0 x_0 z_0$  坐标平面与无扰动时的静水面重合。

## § 1.4 拉普拉斯方程解的唯一性

由以上的讨论可知,在无旋条件下,制约均匀、不可压缩理想流体流动的基本方程就是拉普拉斯方程。实际问题是千变万化的,因而遵守同一拉普拉斯方程的流动也可以有种种不同的形式。这些实际问题的差别,在数学上由所谓的边界条件和初始条件所规定,它们通称为定解条件。相应地,在给定的定解条件下求解控制微分方程的数学问题称为定解问题。

对于确定性的现象来说,一个基本上正确地(但总是近似地)描述所考察的物理模型的微分方程定解问题,其解应该是存在的、唯一的并稳定的,即要满足解的存在性、唯一性和对定解条件的连续依赖性。这三者统称为定解问题的适定性。对适定性进行一定的考察,有助于我们初步判定所抽象的定解问题是否合理,附加的定解条件是否恰当,对求解能起一定的指导作用。关于适定性方面的严格论述,可参见有关的数理方程专著。本节中仅讨论拉普拉斯方程



解的唯一性问题,考察在何种定解条件下,拉普拉斯方程的解才是唯一的。

在给定的均匀、不可压缩理想流体无旋流的流场中,流体总动能可表示为

$$E = \frac{\rho}{2} \iiint_{\tau} v^2 d\tau,$$

式中  $\tau$  为所研究的流域。在本书讨论的范围内,我们可认为流域是单连通域,速度势是单值的。按关系式

$$v^2 = \nabla\phi \cdot \nabla\phi = \nabla \cdot (\phi \nabla\phi) - \nabla^2\phi = \nabla \cdot (\phi \nabla\phi)$$

和高斯(Gauss)公式(参见本章附录),流体动能可写成

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}\rho \iiint_{\tau} \nabla \cdot (\phi \nabla\phi) d\tau = -\frac{\rho}{2} \iint_S \phi \nabla\phi \cdot \vec{n} dS \\ &= \frac{1}{2}\rho \iint_S \phi \frac{\partial\phi}{\partial n} dS. \end{aligned} \quad (1.10)$$

式中:  $S$  为流域的所有边界;  $\vec{n}$  为流体边界上的单位外法线矢量。由此可见,边界上的速度势  $\phi$  及其法向导数  $\frac{\partial\phi}{\partial n}$  值决定了流场内流体的运动。

设在流场中存在两个势函数,分别记以  $\phi_1$  和  $\phi_2$ , 它们均满足拉普拉斯方程。现构造一个新的速度势  $\Phi = \phi_1 - \phi_2$ , 它必然也满足拉普拉斯方程, 代表一种新的流动, 其速度场为  $\nabla\Phi$ 。按式(1.10), 这个新流场的动能应该是

$$E_{\Phi} = \frac{1}{2}\rho \iint_S (\phi_1 - \phi_2) \left( \frac{\partial\phi_1}{\partial n} - \frac{\partial\phi_2}{\partial n} \right) dS. \quad (1.11)$$

显然, 只有当  $E_{\Phi} \equiv 0$  时, 才能说  $\Phi$  代表的是静止流场, 场中流体速度处处为零; 也就是说  $\phi_1$  与  $\phi_2$  代表的是同一流动。这时, 或则  $\phi_1 = \phi_2$ , 或则两者之间差一常数, 但即使属于后一种情况, 由于常数对速度场没有影响, 可以略去不计。因此, 可以认为只有在  $E_{\Phi} \equiv 0$  时, 场内速度势  $\phi$  的解是唯一的。从式(1.11)可见, 下列三种情况可使  $E_{\Phi} \equiv 0$ 。

1. 在整个边界上给定  $\phi_1 = \phi_2 = \phi$ 。这种情况叫做第一类边值问题或狄利希莱 (Dirichlet) 问题;

2. 在整个边界上给定  $\frac{\partial\phi_1}{\partial n} = \frac{\partial\phi_2}{\partial n} = \frac{\partial\phi}{\partial n}$ 。这时叫做第二类边值问题或诺埃曼 (Neumann) 问题;

3. 在部分边界上给出  $\phi_1 = \phi_2 = \phi$ , 在余下部分的边界上给出  $\frac{\partial\phi_1}{\partial n} = \frac{\partial\phi_2}{\partial n} = \frac{\partial\phi}{\partial n}$ 。此谓混合边值问题 (mixed boundary problem)。

需要指出的是, 边界系指所有的流场边界。在无界流场中应包括无限远处的辐射条件。若遗漏某些边界, 则不能保证解的唯一性。当全部边界上的  $\phi$  (或  $\frac{\partial\phi}{\partial n}$ ) 给定后, 整个流场中的速度势就唯一地确定下来, 从而在边界上  $\frac{\partial\phi}{\partial n}$  (或  $\phi$ ) 也是确定的, 因此,  $\phi$  和  $\frac{\partial\phi}{\partial n}$  不能在边界的