

常微分方程青年论文专辑

秦元勋 主编

科学出版社

常微分方程青年论文专辑

秦元勋 主编

科学出版社

1991

内 容 简 介

本书为1991年在北京召开的全国青年常微分方程学术讨论会的优秀论文专辑。内容包括：1.常微分方程的定性、稳定性、振动性理论和初边值问题；2.泛函微分方程的稳定性、振动性和周期解；3.动力系统与分支等非线性现象的研究；4.微分方程在控制论、生物、物理和力学等方面的应用。

本书可供大学数学、物理、力学、控制论、生物等专业的大学生、研究生、教师和有关的科研人员参考。

常微分方程青年论文专辑

秦元勋 主编

责任编辑 吕 虹

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100707

北京市京东印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1991年7月第一版 开本：850×1168 1/32

1991年7月第一次印刷 印张：15 3/4

印数：0001—2000 字数：411000

ISBN 7-03-002473-7/O·475

定 价：14.60元

《常微分方程青年论文专辑》编委会

主 编: 秦元勋

副主编: 王 联 俞元洪

编 委: 余澍祥 王慕秋 张锁春

冯贝叶 赵怀忠 赵晓强

张 毅

编者的话

对青年人的培养是我国科技发展战略的一件大事。为积极支持有利于青年人成长的活动，应用数学研究所决定发起组织“全国青年常微分方程学术讨论会”，此项倡议得到了数学研究所的大力支持。据此我们成立了由主任：张锁春，副主任：赵怀忠、赵晓强，委员：秦元勋、王联、俞元洪、欧阳定武、张毅组成的会议筹备委员会，并联合向中国科学院教育局提交申请报告，获得了教育局的批准和会议经费，决定于1991年8月在北京召开“全国青年常微分方程学术讨论会”。

为了便于交流，汇集优秀的研究成果，决定出版此次会议论文集。本论文集的出版得到了科学出版社的大力支持和有关编辑的热心相助，也得到了参加征文的广大作者们的鼎力合作，从而使文集能在开会之时与作者见面。

本次会议的征文对象是年龄在35岁以下的硕士、博士和从事常微分方程有关领域研究的青年工作者。为了保证文集的质量和学术水平，每篇文章除了要求必须有教授推荐外，会议筹备组还聘请了有关专家进行评审，并由应用数学研究所和数学研究所有关的同志组成了编委会，对收到的近130篇论文逐一进行认真的审查，同时又对超过三千字的论文进行了压缩和修改，并对全稿进行了分类和加工。在此，编委会对付出辛勤劳动的同志们表示衷心的感谢！

我们相信，本次会议的召开和本文集的出版，必将有力地推动我国常微分方程研究的发展。我们衷心希望有志于我国科学事业发展的青年们，发扬为国争光、献身科学的精神，勤奋求实、开拓创新，在科学探索的征途上顽强拼搏，取得更丰硕的成果！

序

常微分方程是一门既古老又富有青春活力的学科。这是因为自Newton解决二体问题算起，至今已有三百多年的历史；另外，由于科学技术的不断发展，在工程技术、物理、化学、力学、生物学等学科领域中提出了大量急需解决的新问题，比如登月遇到的三体（地、月、飞船）问题，自动控制中的运动稳定性和控制问题，无线电技术中的非线性振动问题，生物种群的繁殖和捕食问题等等，都极大地推动常微分方程的理论和方法不断地向前发展。

常微分方程的研究从Newton的实域初等解析解到Cauchy的复域级数形式的解；从寻找初等解析解到证明解的存在性、唯一性；从用摄动理论寻找近似解到利用电子计算机得到数值解和推导公式；从Poincaré的实域曲线形式的定性研究到今日开展的复域曲面形式的定性研究；从有微分方程的Birkhoff动力系统研究到一般的动力系统的研究；从带有时滞的常微分方程研究到一般的泛函微分方程的研究；从微分方程的确定解研究到微分方程混沌解的研究等等，充分反映了这门学科的发展进程和丰富多彩的内容。很显然，这门学科的发展既来自实际的需要，又来自数学内部其它学科的推动（比如拓扑学、泛函分析、复变函数、计算数学等），尤其是现代高速电子计算机的发展，给这门古老的学科灌注了新的活力。现在该学科显得更加生气勃勃，生机盎然。

值得一提的是，对常微分方程进行深入的研究将会遇到极大的困难。众所周知，三体问题至今没有找到初等解析解；1841年Liouville就证明了最简单的非线性常微分方程——Riccati方程——一般不存在初等解析解；Hilbert第16问题尚未彻底解决等等，这就需要有志者前仆后继、坚持不懈地耕耘。

青年是祖国未来的希望所在，十分可喜的是近年来我国的常微分方程学术界，涌现出一大批新生力量。他们崭露头角，朝气蓬勃，年青有为。全国青年常微分方程学术交流会的召开，为青年人提供交流成果的场所。本论文集是他们最新研究成果的汇集。本人为之喜悦万分，特乐于为之作序。我深信，在现有良好的基础上，坚持下去，中国人必将在这一领域中对世界作出应有的贡献。

秦元勋

1991.1.1.于美国佛罗里达大学

目 录

一、常微分方程

一类三维多项式系统的强有根定理·····	赵晓强 (1)
复域上具复系数的微分方程的 Hopf 分支·····	赵怀忠 (8)
平面 n 次多项式系统指数为 1 的有限远奇点上界 ·····	韩莉 田景黄 (15)
一类具有退化代数轨线的 E_λ 系统的定性分析 ·····	殷先军 (19)
共振下 Liénard 型方程的 2π 周期解·····	黄先开 (25)
n 维动力系统周期轨道的存在性定理·····	高占海 (32)
常微分方程导算子的单调性质·····	张丽清 (37)
关于 Liénard 方程 $\ddot{x} + f(x)\dot{x} + x = 0$ 周期解的存在性 ·····	张寄洲 (43)
大系统的弱概周期解存在性·····	袁 荣 (49)
平面动力系统的无穷远性态·····	李 林 (54)
n 维非自治系统周期解的存在唯一性定理·····	陈宽民 (60)
关于一类大系统的周期解·····	王怡民 (66)
一类高阶非线性微分方程解的有界性·····	孟凡伟 (72)
非自治微分方程组稳定性定理的推广·····	郑春山 (79)
关于 Liapunov 第一定理及其推广·····	景 岩 (86)
一类三阶非线性系统全局稳定性的 Liapunov 函数构造 ·····	李 清 (89)
离散大系统解的有界性·····	温香彩 (96)
拟线性常微分方程组的稳定性 ·····	张宝善 (101)
线性时变大系统的稳定性结果 ·····	关治洪 (106)

二阶非线性摄动常微分方程的振动性定理	张全信 张天德 (114)
带有 n 闭性的高阶抽象Cauchy 问题	郑 权 (122)
环形域上半线性椭圆方程径向对称正解的存在性	雷岩松 郑 权 (129)
完全二阶方程Cauchy问题的 C 适定性	梁 进 肖体俊 (134)
具有空间对照结构的渐近解	倪明康 (141)
临界情形的二阶奇摄动拟线性系统的边值问题	朱怀平 (144)
带小参数的常微分方程边值问题	茹学萍 (150)
一类二阶微分系统的奇摄动Dirichlet问题	徐根新 (155)
具有逐段常数变元一阶方程极限边值问题	张凤琴 (163)
一类非线性常微分方程组的极限边值问题	谢湘生 (170)

二、泛函微分方程

具有分离变量型的非线性滞后型系统解的指数稳定性、 有界性和周期解存在性	张 毅 (176)
一类三阶非线性时滞微分方程解的稳定性、有界性和 周期解存在性	朱云峰 (181)
稳定性理论中的广义 Разумихин 条件	胡作生 (187)
泛函微分不等式与时滞随机系统(I):比较原理	冯昭枢 郭锋卫 (193)
泛函微分不等式与时滞随机系统(II):稳定性判据	冯昭枢 郭锋卫 (198)
无穷时滞微分系统零解的稳定性	马万彪 斯力更 (203)
非线性时滞系统的 K 指数稳定性	章 毅 S.P.Banks (212)
无穷延滞泛函微分方程的稳定性	陈伯山 (218)
NFDE稳定性中的Razumikhin型定理	徐志庭 (224)

混合型偏泛函微分方程解的稳定性	谢胜利 (231)
一类时滞系统无条件稳定性的讨论	赵杰民 (238)
中立型泛函微分方程的Marchkov型定理	
.....	谢作诗 胡玉舟 景克俭 (242)
无穷时滞中立型Volterra方程的平稳振荡	
.....	赵晓强 秦军林 (248)
具变时滞的泛函微分方程的解渐近常数的判别准则	
.....	艾尚兵 (256)
中立型时滞微分方程正解的存在性	庾建设 (263)
二阶连续分布滞量NFDE解的渐近性与振动性	
.....	傅希林 (270)
二维 Logistic 协调系统概周期解的存在性及全局吸引性	
.....	何学中 (276)
具有多偏差变元的二阶泛函微分方程的渐近性和振动性	
.....	倪志余 (281)
高阶泛函微分方程振动性的比较定理	邹幸福 (285)
泛函微分不等式与中立型非线性抛物方程解的振动性	
.....	崔宝同 (290)
线性Volterra积分微分方程的振动性	王国安 (298)
二阶泛函微分方程振动解的渐近衰变	李龙图 (304)
一类 n 阶非线性泛函微分方程非振动解的渐近性质	
.....	郁文生 (312)
高阶线性中立型微分方程解的振动性及分类	
.....	包俊东 (318)
一阶非线性滞后型微分方程组的振动性	余晋昌 (325)
抽象空间中微分方程的一类最大、最小解的存在性	
.....	林壮鹏 (331)

三、动力系统和分支

Hamilton系统非自治小扰动下的高阶Melnikov函数

.....	李宝毅 (337)
从闭轨族产生极限环的二次分支方法	周义仓 (343)
一类三维映射的 Melnikov 函数	
.....	赵 南 刘曾荣 谢惠民 (346)
关于 Smoller-Wasserman 的一个大范围分歧定理	
.....	杨 杰 (351)
三维广义 Hamilton 系统的同宿轨道分叉	
.....	赵晓华 黄克累 (357)
平面网络流的次谐波分支与横截异宿环	
.....	林怡平 刘正荣 (361)
Z_2 分叉问题的分类	时红庭 (368)
Euler 动弯曲模型的极限环分枝、次谐波分枝与混沌解	
.....	刘正荣 万世栋 李继彬 (373)
多参一维映射的周期3解	黄维章 赵怀忠 王寿松 (382)
自映射的无穷阶移位不变集	傅新楚 (388)
关于变分方程零点问题的一个分歧图定理	李铁成 (394)
单峰函数族具有捏制轨道系列完整性的一个条件	
.....	李永彬 (400)
几类平面映射的动力学性质	曹进德 李 琮 (404)
非自治系统的拓扑等价及结构稳定性	郑作环 (410)

四、微分方程的应用

多滞后线性控制系统的滞后无关镇定	
.....	赵怀忠 冯昭枢 钱可期 (414)
关于间接控制系统的稳定性与有界性	熊凯旗 (420)
临界状态下控制系统的绝对稳定性	
.....	程远纪 王丽娜 (427)
中立型系统的次优控制	肖会敏 (433)
关于控制系统按指数律的绝对稳定性	任 娜 (439)
周期 Lotka-Volterra 系统的周期解	

.....	高述春 俞元洪 (444)
具有Holling第III类功能性反应的捕食者-食饵系统的定	
性分析	马恒骏 (449)
同源Nicholson时滞微分方程的稳定性分析	
.....	陈斯养 (455)
具第III类功能性反应的生态系统	王成文 (464)
非线性回转器系统的振动周期性	钟泽斌 (471)
流动致振引起的非线性四阶微分方程周期解的存在性研究	
.....	唐大庆 (478)
二阶常微分方程的首次积分和Lagrange逆问题	
.....	赵跃宇 (484)

一、常微分方程

一类三维多项式系统的强有根定理¹⁾

赵晓强

(中国科学院应用数学研究所)

考虑复域中三维多项式系统:

$$\begin{cases} \frac{dw_1}{dT} = P_1(w_1, w_2, w_3) \\ \frac{dw_2}{dT} = P_2(w_1, w_2, w_3) \\ \frac{dw_3}{dT} = P_3(w_1, w_2, w_3) \end{cases} \quad (E_n^3)$$

其中 $P_i(w_1, w_2, w_3)$ 为三元多项式, 且 $\max_{1 \leq i \leq 3} \{\deg P_i(w_1, w_2, w_3)\} = n$, 以及 $P_i(w_1, w_2, w_3)$ ($i=1, 2, 3$) 无公因子. 设 $P_i^*(w_1, w_2, w_3)$ 为 $P_i(w_1, w_2, w_3)$ 的 n 次齐次式, 记

$$\bar{P}_i(W_1, W_2, W_3, M) = M^n P_i\left(\frac{W_1}{M}, \frac{W_2}{M}, \frac{W_3}{M}\right) \\ i=1, 2, 3$$

显然, $P_i^*(W_1, W_2, W_3) = \bar{P}_i(W_1, W_2, W_3, 0)$, 作变换 T_{11} :

$$w_1 = \frac{1}{M}, \quad w_2 = \frac{W_2}{M}, \quad w_3 = \frac{W_3}{M}$$

则 (E_n^3) 变为

1) 国家自然科学基金资助项目.

$$\begin{cases} \frac{dW_1}{dT'} = W_1 \bar{P}_1(1, W_2, W_3, M) - \bar{P}_1(1, W_2, W_3, M) \\ \frac{dW_2}{dT'} = W_2 \bar{P}_2(1, W_2, W_3, M) - \bar{P}_2(1, W_2, W_3, M) \\ \frac{dM}{dT'} = M \bar{P}_3(1, W_2, W_3, M) \end{cases}$$

(1)

作一个二维复多项式系统:

$$\begin{cases} \frac{dW_1}{dT} = W_1 P_1^*(1, W_2, W_3) - P_1^*(1, W_2, W_3) \equiv E(W_2, W_3) \\ \frac{dW_2}{dT} = W_2 P_2^*(1, W_2, W_3) - P_2^*(1, W_2, W_3) \equiv F(W_2, W_3) \end{cases}$$

(2)

记

$$IS_1 = \{(1, W_2, W_3, 0) \in CP^3; (W_2, W_3)$$

为(2)之有限奇点}

$$IS'_1 = \{(0, W_2, W_3, 0) \in CP^3, (W_2, W_3, 0) \in CP^2$$

为(2)之无穷远奇点}

其中 CP^2 和 CP^3 分别为二维和三维复射影空间.

类似地, 分别作变换 T_2 : $w_1 = \frac{W_1}{M}, w_2 = \frac{1}{M}, w_3 = \frac{W_3}{M}$;

T_3 : $w_1 = \frac{W_1}{M}, w_2 = \frac{W_2}{M}, w_3 = \frac{1}{M}$, 可定义 IS_2, IS'_2 和 IS_3, IS'_3 .

定义1 集合 $IS = IS_1 \cup IS_2 \cup IS_3$ 称为 (E_1^*) 之无穷远奇点集.

引理1 如果 $\deg P_i^*(1, w_2, w_3) \leq n-1$, 则 $IS'_1 \subset IS_1 \cup IS_2$; 如果 $\deg P_i^*(1, w_2, w_3) = n$, 则 $IS'_1 = \{(0, W_2, W_3, 0) \in CP^3; W_2, W_3 \in C\}$. 对于 IS'_2 和 IS'_3 , 相应的结论也成立.

证明 对系统(2), 记 $k = \max \{\deg E(W_2, W_3),$

$\deg F(W_1, W_2)$, 则 $k \leq n+1$, 且

$$\begin{aligned}\bar{E}(W_1, W_2, M) &= M^k E\left(\frac{W_1}{M}, \frac{W_2}{M}\right) \\ &= W_1 \frac{P_1^*(M, W_1, W_2)}{M^{n-k+1}} - \frac{P_2^*(M, W_1, W_2)}{M^{n-k}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{F}(W_1, W_2, M) &= M^k F\left(\frac{W_1}{M}, \frac{W_2}{M}\right) \\ &= W_1 \frac{P_1^*(M, W_1, W_2)}{M^{n-k+1}} - \frac{P_2^*(M, W_1, W_2)}{M^{n-k}}\end{aligned}$$

由 (E_1^2) 无穷远奇点之定义^[1]有

$$IS'_1 = \{(0, W_1, W_2, 0); (W_1, W_2, 0) \in CP^2, \text{ 且 } W_1 \bar{F}(W_1, W_2, 0) - W_2 \bar{E}(W_1, W_2, 0) = 0\}$$

由于

$$\begin{aligned}& W_1 \bar{F}(W_1, W_2, 0) - W_2 \bar{E}(W_1, W_2, 0) \\ &= \left(\frac{W_1 P_1^*(M, W_1, W_2)}{M^{n-k}} - \frac{W_2 P_2^*(M, W_1, W_2)}{M^{n-k}} \right) \Big|_{M=0}\end{aligned}$$

故有三种情形:

(1) 如果 $k = n+1$, 也即 $\deg P_1^*(1, W_1, W_2) = n$, 则

$$IS'_1 = \{(0, W_1, W_2, 0) \in CP^3; W_1, W_2 \in C\}$$

(2) 如果 $k = n$, 则

$IS'_1 = \{(0, W_1, W_2, 0) \in CP^3; W_1 P_2^*(0, W_1, W_2) - W_2 P_1^*(0, W_1, W_2) = 0\}$ 以及 $\deg P_1^*(1, W_1, W_2) \leq n-1$. 由于 $P_1^*(W_1, W_2, W_3)$ 为 n 次齐次多项式, 故 $P_1^*(0, W_1, W_2) \equiv 0$.

又由于

$$IS_2 = \{(W_1, 1, W_2, 0); W_1 P_2^*(W_1, 1, W_2) - P_1^*(W_1, 1, W_2) = 0, W_2 P_2^*(W_1, 1, W_2) - P_2^*(W_1, 1, W_2) = 0\}$$

$$IS_3 = \{(W_1, W_2, 1, 0); W_1 P_1^*(W_1, W_2, 1) - P_1^*(W_1, W_2, 1) = 0, W_2 P_1^*(W_1, W_2, 1) - P_2^*(W_1, W_2, 1) = 0\}$$

故

$$IS \cap \{(0, 1, W_2, 0) \in CP^3; W_2 \in C\} \subset IS_2$$

$$IS \cap \{(0, W_1, 1, 0) \in CP^3; W_1 \in C\} \subset IS_3$$

所以

$$IS'_1 \subset IS_2 \cup IS_3.$$

(3) 如果 $k \leq n-1$, 则 $\deg P_1^*(1, W_2, W_3) \leq n-1$, 也即 $P_1^*(0, W_2, W_3) \equiv 0$. 故可设

$$P_1^*(W_1, W_2, W_3) = W_1 [P_{11}^*(W_2, W_3) + P_{12}^*(W_1, W_2, W_3)]$$

其中 $P_{11}^*(W_2, W_3)$, $P_{12}^*(W_1, W_2, W_3)$ 均为 $(n-1)$ 次齐次式, 且 $\deg P_{12}^*(1, W_2, W_3) \leq n-2$. 再设

$$P_2^*(W_1, W_2, W_3) = P_{21}^*(W_2, W_3) + P_{22}^*(W_1, W_2, W_3)$$

$$P_3^*(W_1, W_2, W_3) = P_{31}^*(W_2, W_3) + P_{32}^*(W_1, W_2, W_3)$$

其中 P_{21}^* , P_{22}^* , P_{31}^* , P_{32}^* 都为 n 次齐次式, 且 $\deg P_{i2}^*(1, W_2, W_3) \leq n-1$ ($i=2, 3$), 也即 $P_{i2}^*(0, W_2, W_3) \equiv 0$ ($i=2, 3$), 由于 $k = \max\{\deg E(W_2, W_3), \deg F(W_2, W_3)\} \leq n-1$, 故

$$W_2 P_{11}^*(W_2, W_3) - P_{21}^*(W_2, W_3) \equiv 0$$

$$W_3 P_{11}^*(W_2, W_3) - P_{31}^*(W_2, W_3) \equiv 0$$

所以

$$W_3 P_{21}^*(W_2, W_3) \equiv W_2 P_{31}^*(W_2, W_3)$$

从而我们有

$$W_3 P_2^*(W_1, W_2, W_3) - W_2 P_3^*(W_1, W_2, W_3)$$

$$\equiv W_3 P_{22}^*(W_1, W_2, W_3) - W_2 P_{32}^*(W_1, W_2, W_3)$$

故由前面 IS_2 和 IS_3 的表达式不难看出,

$$\{(0, 1, W_1, 0); W_1 \in C\} \subset IS_2, \{(0, W_2, 1, 0); W_2 \in C\} \subset IS_3$$

因此, $\{(0, W_2, W_1, 0) \in CP^3; W_1, W_2 \in C\} \subset IS_2 \cup IS_3$, 特别地, $IS'_1 \subset IS_2 \cup IS_3$.

由 (1), (2) 和 (3) 知, 引理 1 结论成立.

定义 2 设 Σ 为 (E_n^*) 之一相曲面^[1], 如果对于无穷远点 $(W_1^0, W_2^0, W_3^0, 0) \in CP^3$, 存在点列 $(w_1^{(n)}, w_2^{(n)}, w_3^{(n)}) \in \Sigma$ ($n=1, 2; \dots, \infty$), 使得对某一 i ($1 \leq i \leq 3$) 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} |w_i^{(n)}| = +\infty$, 以及对所有

$j(1 \leq j \leq 3, j \neq i)$ 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{w_j^{(n)}}{w_i^{(n)}} = \frac{W_j^0}{W_i^0}$, 则称 Σ 过点 $(W_1^0, W_2^0, W_3^0, 0) \in CP^3$.

引理 2 [4] 设 Σ 为 (E_n^3) 的一非有限奇点的相曲面. 如果 Σ 经过无穷远点 $(W_1^0, W_2^0, W_3^0, 0) \in CP^3$, 且对某一 $i(1 \leq i \leq 3) W_i^0 \neq 0$, 则它必经过 $IS_i \cup IS_i'$ 中某一点.

如果 (E_n^3) 的相曲面 Σ 过其某一有限或无穷远奇点 P , 我们称 P 为 Σ 的一个“根”.

定理 如果 (E_n^3) 满足下列三不等式之一:

$$\deg P_1^*(1, w_2, w_3) \leq n-1, \quad \deg P_2^*(w_1, 1, w_3) \leq n-1$$

$$\deg P_3^*(w_1, w_2, 1) \leq n-1$$

则它的任一非有限奇点之相曲面必经过其某一无穷远奇点, 因此任一相曲面必有根.

证明 不妨设 $\deg P_3^*(w_1, w_2, 1) \leq n-1$, 则 $P_3^*(w_1, w_2, 0) \equiv 0$. 由引理 1 知, $IS_3' \subset IS_1 \cup IS_2$. 设 Σ 为 (E_n^3) 的一非有限奇点之相曲面, 由解析系统的有根定理 [4] 知, Σ 必经过某一无穷远点 $(W_1^0, W_2^0, W_3^0, 0) \in CP^3$. 有两种情形:

1) 如果 $W_3^0 \neq 0$, 由引理 2, Σ 必经过 $IS_3 \cup IS_3'$ 中某一点. 又由于 $IS_3' \subset IS_1 \cup IS_2$, 故定理结论成立.

2) 如果 $W_3^0 = 0$, 不妨设 $W_1^0 \neq 0$. 再由引理 2, Σ 必经过 $IS_1 \cup IS_1'$ 中某一点. 如果 Σ 经过 IS_1 中点, 则定理结论成立. 如果 Σ 经过 IS_1' 中点, 设其为 $(0, \bar{W}_2^0, \bar{W}_3^0, 0) \in CP^3$, 则又有两种情形:

(1) 如果 $\bar{W}_3^0 \neq 0$, 则由 1) 知结论成立.

(2) 如果 $\bar{W}_3^0 = 0$, 则 $\bar{W}_2^0 \neq 0$, 也即 Σ 经过无穷远点 $(0, 1, 0, 0) \in CP^3$. 作变换 T_2 :

$$w_1 = \frac{W_1}{M}, \quad w_2 = \frac{1}{M}, \quad w_3 = \frac{W_3}{M}$$

则 (E_n^3) 变为