Проф. К. А. Круг

克魯格教授　原著

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

電　工　原　理

（重編第六版、分上下兩冊）

上　冊

電工的物理基礎

本書經蘇維埃人民委員會全蘇高等教育委員會審定
爲高等電力工業學校及電機工程系教本

前　　　言

本書係哈爾濱工業大學俞大光、戴聲琳、蔣卡林和龔正毅四位同志根據蘇聯莫斯科國營動力出版社（Государственное Энергетическое Издательство）出版的克魯格教授（К. А. Круг）著「電工原理」（Основы Электротехники）第六版（重編版）譯出的。原書經蘇聯人民委員會蘇聯高等教育委員會審定爲動力高等學校及電工系用教科書。

全書分上下兩冊出版，上冊論述靜電場、直流和磁場，下冊論述交流理論。

本書的翻譯，曾得到蘇聯教授沙可洛夫（Б. П. Соколов）同志熱心的幫助，譯稿並經馬大猷教授校閱，這裏向他們表示感謝。

讀者對本書如有批評或建議，請投函「東北人民政府文化教育委員會」。

——編　者

克魯格教授在第六版上的原序

拙著「電工原理」第六版，與前一版很不相同。由於現代工程的飛速發展，我們不僅須要知道在計算時所必需的量的關係，而且對實用方面所引用的現象，從物理學方面也須要有深刻而全面的了解。因此，在高等學校中學習電工，應該特別注意其物理基礎。爲了滿足這一要求，在這分上下兩册印出的新版中，闡明電工物理基礎的上册，已由我重新寫過，內容方面也經大加擴充。

在這一版中與以前兩版不同，叙述電工物理基礎，不是從電流開始，而是從電場開始的。這種叙述的次序比較合理，因爲電流的發生是以電場的存在爲先決條件的。

在電工物理基礎的上册中，討論電場的第一章內，曾對介質內的現象與電場的研究作了很多的叙述；除了一般的方法以外，此處還加入了保角表示法。

在上册內關於電流的第二章中，不僅研究了金屬導體中電流的通過，而且還研究了在眞空及氣體中的放電、在電解質，半導體及非直線性導體中電流的通過。此處還討論了原電池與蓄電池，因爲在一般電機工程高等學校的教學計劃裏，這些內容並不包括在其他課程之內。此外還研究了位移電流及容電器通過電阻的充電與放電。

在「電場」及「磁場」兩章，開始研究眞空中的現象，然後研究當具有重量的物體存在時所發生的現象，而對於鐵磁方面的現象尤其特別注意。在「電磁感應」方面，包括了對於有電感的簡單電路的研究，及對於容電器通過電感的（振蕩迴路）充電及放電的研究，其目的爲使在以後的交流電路內關於電壓諧振及電流諧振等現象的物理觀念能更容易了解。

在叙述電工物理基礎時，作者除應用了積分形式去表示和叙述各基本定律外，同時還引用了微分形式。這種叙述的次序，具有更廣泛的綜合性之優點；同時，又可免除在叙述電磁場時，作不必要的重複。在此，作者利用向量分析。目前在理論電工學中，向量分析應用甚廣，它能簡化各項結論，而賦與各方程式以明白而且容易記憶的形式。

因爲「電工原理」的教學，是與實驗室的學習同時進行的，故在本版中加入量電儀器構造原理的叙述，以及基本電學數量最簡單的測定方法。

與以前兩版相同，本書採用電學的國際實用單位制以計量各量；並在個別情形下，容許計量單位的十倍變化。在上册的書末，加入了討論其他各單位制的一節。這些單位制，很遺憾地，在現在還常常遇見。

「電工原理」下册，叙述交流理論及電磁場。

關於單相及多相的正弦電流、非正弦電流、帶有鐵心的電路、變壓器與旋轉磁場等各章，已基本上經過改編、部分地删除並補充了一些最簡單的交流測定方法與測量儀

器。關於具有集總常數的線路的過渡現象一章，已大加擴充。除舊的古典方法以外，此處還引入列出和求解微分方程式的符號（運算）法，並在其中補充了留數法。關於電磁場的最後一章，已重新改寫過。

在以前各版中，附有解答的習題佔去了很多篇幅，在本版中已完全取消。莫斯科電力大學電工原理系同仁們編成的習題選集定於1947年出版。此題解被推薦爲能包括「電工原理」課中各部分的習題選集。

最後，我衷心地感謝波里萬諾夫教授（Проф. К. М. Поливанов）及斯特拉霍夫（С. В. Страхов）與沙波列夫（А. И. Соболев）等副教授，因爲他們讀過了新版原稿中許多章，給過我許多寶貴的指示。另外，研究生別索諾夫（Л. А. Бессонов）及莫斯科電力大學的同學克氏昆仲（Е. К. и А. К. Круг）曾整理原稿付印，副教授沙波列夫惠允担任校對全版的艱巨工作。我對他們都同樣地感謝。

卡·阿·克魯格教授

（Проф. К. А. Круг）

莫斯科，1946年5月3日

目　　錄

第一章 電　場

第二章 直 流

第三章 磁 場

第一章 電　場

1. 電場與電荷

古時希臘人已經知道，與絨布摩擦過的琥珀，具有吸引輕微物體的性質。希臘語琥珀叫做 ηλεκτρον（讀若「以雷克特隆」），由此產生「電」（西文譯音「以雷克特裏」）一字。

和琥珀一樣的、帶有吸引其它物體的性質的物體，稱爲**被電化體**。

電氣現象的研究，發展得非常緩慢。直到十六世紀末葉，才由吉柏指出，一切物體可分爲兩大類：一種如琥珀、玻璃、松香、絲等是可以被電化的，我們現在稱爲**介質**或**絕緣體**；另外一種是不能（用摩擦法）被電化的，如金屬（導體）。

後來丟非發現，所有的物體都能被電化，其間的區別，在於介質能將被電化的狀態保留在被摩擦過的地方，而導體却沒有這種性質。爲使導體也能電化，必須將它絕緣起來，即固定在絕緣體上；這樣不僅導體上被摩擦過的地方，就是其餘各處的表面，也呈現着已被電化的現象。後來丟非又確定了應該區別電的兩性：玻璃電（**負電**），即玻璃與絨布摩擦時玻璃上所帶的電；與琥珀電（**正電**），即琥珀與絨布摩擦時琥珀上所帶的電。他並發現：

帶同性電的物體互相排斥，而帶異性電的物體互相吸引。

被電化體（即現在所說的「帶電體」）的排斥或吸引作用，是用這些物體上正負電荷間的相互作用去解釋的。

電氣現象的研究工作，後來被庫倫大步推進了，他定出（1785年）：

電荷相互作用的力，與電荷的乘積成正比，與其間距離的平方成反比。

關於電荷間的互相作用，是如何被體現的問題，早期的學者們，或則沒有提出，或則就假定此作用可以超越距離，而不須這些電荷周圍的媒介質去直接參與作用。

這種所謂超距作用的學說，是和法拉第間遞作用的學說，即我們現在所論及的電荷場的學說相反。根據間遞作用學說，任何電荷，都是與一定的騷動（漫佈在周圍的媒介質的物理性質的改變，由一點傳往鄰近一點，與空間有無其它電荷存在無關）緊密地聯繫着。

對於**電場**，可了解爲由存在於空間的電荷，所造成該空間的特殊狀態；或是表現着這種狀態的空間。具有靜止電荷的電場，不隨時間而變化，稱爲**靜電場**；而關於這種電場的學問，稱爲**靜電學**。

任何電場，不論在眞空中或在任意其他媒介質中，都具有散布在空間的能量。由於此種能量，一個電荷的電場，方能作用到在電場範圍內的其它電荷。

法拉第關於「場」的所謂間遞作用的學說，在馬克士威爾的論著中，得到了數學形式的引伸。馬克士威爾供獻了電磁現象的一般理論，打下了近代電磁學說的基礎。曾爲馬克士威爾所預言，而由赫芝所發現的電磁波，是以有限速度傳播的，這便是法拉第、馬克士威爾學說的正確性的最好證明。關於間遞作用及電場的學說，後來又被羅倫玆推廣與補充，羅倫玆奠定了物質構造的電子論，以解釋一連串的物理現象。

根據羅倫玆的物質構造的電子論，及羅則福、波爾的原子模型，物質原子被繪成行星系統的形狀，由帶有正電荷的核，及在各個封閉軌道上繞核而轉動的電子所組成。**電子**就是帶負電荷的微粒，儘可能最小的物質質點，不能再分的負電荷質點，並具有質量。氫原子的核是最簡單的核，叫做**質子**，具有與電子電荷大小相等（但符號不同）的正電荷。電子電荷已被測定爲 1.59×10^{-19} 庫倫，或 4.77×10^{-10} 個絕對靜電單位；其質量則爲 0.9×10^{-27} 克，即比氫原子質量小 1848 倍。圍繞某元素原子核旋轉的電子數目，就決定此元素在（門得雷業夫的）元素自然系統中的**原子序數**。除質子及電子以外，原子核中還有一種質點，即所謂**中子**，帶有與質子相同的質量，但不具電荷。

在中性狀態時，原子各組成部分的異性電荷彼此相等，原子外面的電場，因它們的作用方向彼此相反，以致互相平衡，不生任何作用。但如物體中，電子比起在中性狀態時，形成過剩或不足，則當電子不足時，物體呈現帶正電荷；而當電子過剩時，物體呈現帶負電荷。在兩者情況下，周圍空間都將存在與過剩電荷所相當的電場。

2. 庫倫定律

任意電荷的電場， 可由電場作用到任意其他電荷的力去觀測。 兩電荷的相互作用力，與電荷的大小，其間的距離及它們間的媒介質的性質有關。雖然任何帶電體都有一定限度的體積，但若帶電體的大小與其間距離比較起來微不足道時——例如帶電小球，則可將電荷看成是集中在一點，與帶電體的中心點一致。庫倫由實驗測出了電荷間相互作用力與電荷大小及其間距離的關係。這關係便稱爲庫倫定律，根據這定律，如

兩電荷 q_1 及 q_2 在均勻媒介質中，以距離 r 互相間隔， 則互相作用的力，與兩電荷的乘積成正比，而與其間距離的平方成反比。

$$F=k\frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{2,1}$$

由實驗測出，兩電荷相互作用的方向，是沿着兩電荷的聯線。當 q_1 及 q_2 同號，相互作用力是企圖增加其間的距離， 這樣的力我們認爲正。 在相反情形， 當 q_1 及 q_2 異號， 電荷相吸， 則相互作用力將被認爲負。 比例常數 k 與媒介質的物理性質， 及計量 F，q 及 r 的單位的選擇有關。

在所謂絕對靜電（$CGS\varepsilon_0$）單位制中，力以達因（dn）計，距離以厘米（cm）計，而對電荷的單位， 則選取這樣的電荷： 當它作用到同樣大的電荷， 其間距離爲一厘米

時，力恰等於一達因。在這樣的單位選擇下，由於令係數 k 等於抽象單位（$k=1$），已無形地考慮了真空的物理性質（關於它對電荷間相互作用力的影響），真空中電荷相互作用力表示爲

$$F=\frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{2,2}$$

在均勻介質中，與在真空中不同，相互作用力要小些，這由於係數

$$k=\frac{1}{\epsilon_r} \tag{2,3}$$

的引入而被考慮到，

$$F_1=\frac{q_1 q_2}{\epsilon_r r^2}. \tag{2,4}$$

係數 ϵ_r 等於在真空中與在被研究的媒介質中兩電荷間相互作用力的比，叫做媒介質的（相對）**介質常數**或**介導係數**。

在電學絕對實用單位制中，電荷單位取爲**一庫倫**或一安培－秒（$1\,\mathrm{C}=1\,\mathrm{A}sec$）。一庫倫就是當電流爲均勻的且等於一安培時，在一秒鐘內所流過導體橫截面的電量。一個所謂絕對庫倫等於

$$1\,\mathrm{C}=2.998\times10^9\approx3\times10^9 \text{ 電荷的絕對靜電單位。} \tag{2,5}$$

以後我們將以庫倫計量電荷，並將普遍採用電學實用單位制，其中電荷是以庫倫計量，電流是以安培計量，電壓是以伏特計量，能或功是以焦耳（$1\,\mathrm{J}=1\,\mathrm{V}\cdot1\,\mathrm{C}$）計量，等等。

在現在所採用的力學絕對單位 MKS 制中，長度單位取爲一米（1 m），質量單位取爲一仟克（1 kg），時間單位則取爲一秒（1 sec）。在此制中力的單位是一牛頓，（1 N），即給與 1 kg 質量以 $1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2}$ 的加速度的力。

$$1\,\mathrm{N}=\frac{1\mathrm{kg}\times1\mathrm{m}}{1\mathrm{sec}^2}=\frac{1000\mathrm{g}\times100\,\mathrm{cm}}{1\mathrm{sec}^2}=10^5\,\mathrm{dn}=\frac{10^5}{981000}\mathrm{kG}=0.102\,\mathrm{kG}\text{（重）} \tag{2,6}$$

（一克的質量用小寫 g 去記，一克的重量則用大寫 G 去記。）

此制中功的單位爲一焦耳。

$$1\,\mathrm{J}=1\,\mathrm{N}\times1\,\mathrm{m}=10^5\ \mathrm{dn}\times100\,\mathrm{cm}=10^7\ \mathrm{erg}. \tag{2,7}$$

在計算電磁場時，爲避免太小的數量，通常不用米去計量長度，而用厘米；就是在計算電機和其它電器時，也是這樣。在這樣的計算中，與此相對應的力的單位定爲每厘米一焦耳。

$$1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{cm}}=\frac{1\,\mathrm{N}\times1\,\mathrm{m}}{1\mathrm{cm}}=100\,\mathrm{N}=1\,\mathrm{hN}=10.2\,\mathrm{kG} \tag{2,8}$$

即一佰牛頓或 10.2 kG重。這樣去選擇力的單位（$1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{cm}}$）及長度的單位（1 cm）時，質量的單位應取爲

$$1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{cm}}:1\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}=10^7\,\mathrm{g}=10^4\,\mathrm{kg}\text{（質量）} \tag{2,9}$$

則應將力化爲力學單位（牛頓或仟克重），其中長度與物體質量各以適當的單位表示。

在所謂電學合理化實用單位制中，爲得到更便於計算的公式和方程式，在庫倫定律（2, 1）式中，由比例常數內分出一乘數 4π，於是對眞空而言庫倫定律可寫成下列形式:

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{2, 10}$$

對眞空而言，在這種電學的合理化（引入乘數 4π）實用單位制中，電荷以庫倫計，距離以厘米計，力以佰牛頓計，則爲考慮眞空的物理性質與電荷間相互作用的關係而引用的比例常數，叫做介質常數，其值如下:

$$\varepsilon_0=\frac{q_1 q_2}{4\pi r^2 F}=0.0886\frac{\mu\mu\mathrm{F}}{\mathrm{cm}}\approx\frac{1}{4\pi\times 9\times 10^{11}}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{cm}}. \tag{2, 11}$$

$\left[1\frac{q_1 q_2}{r^2 F}=1\frac{\mathrm{C^2 \cdot cm}}{\mathrm{cm^2\, J}}=1\frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{cmVC}}=1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{cm\, V}}=1\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{cm}}\right.$，其中 F 爲法拉，是電容的單位。]

對異於眞空的「各向同性」*介質，在合理化實用單位制中，庫倫定律表示如下:

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\,\frac{q_1 q_2}{r^2}, \tag{2, 12}$$

此處 ε_r 爲一抽象數，即媒介質的相對介質常數，與電學的絕對靜電單位制中的介質常數相一致（2, 4 式）。

以下先討論眞空中電場的現象，然後再討論電場中有介質存在時的現象。

兩電荷的相互作用力是一向量。第一個電荷作用於第二個電荷的力，可表示爲

$$\overline{F}_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\frac{\overline{r}_{12}}{r}, \tag{2, 13}$$

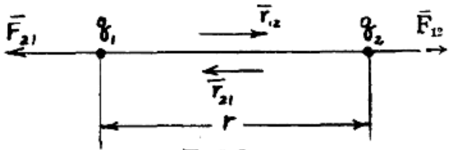

圖 2, 1

其中向量 $\overline{r}_{12}$ 係由第一電荷指向第二電荷（圖 2, 1）。

第二電荷作於用第一電荷的力爲

$$\overline{F}_{21}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\frac{\overline{r}_{21}}{r}=-F_{12}.$$

3. 電場強度。電壓與電位

若在電場中，帶入一試驗電荷，它如此微小，致使電場不因電荷的帶入而畸變，則作用於此電荷的（機械）力，是電場的基本特性。

於電場中任意一點置一試驗電荷，則電場作用於此電荷的力與此電荷的比，當電荷值儘可能地小（理論上趨近於零）時的極限，也就是對單位電荷的力，稱爲**電場强度**，並用 E 表示。

---

* 當物質在各方向都具有同樣的物理性質時，稱爲「各向同性」的物質。

對於點電荷 q 在眞空中的電場，微小電荷 $\Delta q'$ 所受到的力爲

$$\Delta F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q\Delta q'}{r^2}.$$

電場强度

$$E=\lim_{\Delta q'\to 0}\frac{\Delta F}{\Delta q'}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q}{r^2}$$

與產生電場的電荷成正比，而與電荷到所討論的點之間的距離的平方成反比。電場强度的向量式爲

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\bar{r}}{r}. \tag{3, 1}$$

電場裏的電荷，從電場方面受到（機械）力而移動，於是電場便作功。

將試驗電荷由電場中一點移動到另一點時，電場的力所作的功，與該電荷的比，當這電荷趨近於零時的極限，稱爲這兩點間的**電壓**，用 U 表示。在電學絕對實用單位制中，電壓的單位採爲**一伏特**（1 V）。若將一庫倫的電量，由某點移到另一點，須作一焦耳的功，則這兩點間的電位差爲一伏特。

$$單位(U)=\frac{單位（功）}{單位（電荷）}=\frac{1\,J}{1\,C}=1\,V. \tag{3, 2}$$

一伏特就是某兩點間的電壓，當一庫倫的電量，由一點移到另一點時，所作的功恰爲一焦耳。

因爲功是力與距離的乘積，故電場强度應該用移動單位電荷所作的功與距離的比去決定，所以每厘米或每米一伏特，便成爲電場强度的量度單位。

$$單位（電場强度）=\frac{單位（電壓）}{單位（長度）}=1\frac{V}{m}\ 或\ 1\frac{V}{cm}.$$

靜電場是一種位場，即對其中的點可以列出所謂位函數（格林公式）或「位」（高斯公式），此函數對於每點都具有完全確定的值；由一點到另一點呈連續的（無躍變的）變化；它並具有一種性質：即若取此函數沿某方向的一次微商，並改變其符號，則等於電場强度向量沿此方向的投影。如規定在無限遠的點，其電位爲零，則在眞空中點電荷所產生的電場中，與電荷距離爲 r 的點的電位（用 φ 代表）爲

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{3, 3}$$

實際上，如取 φ 在某方向 $\bar{s}$ 的偏微商並冠以負號（圖 3, 1），則

$$-\frac{\partial\varphi}{\partial s}=-\frac{\partial\varphi}{\partial r}\cdot\frac{\partial r}{\partial s}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ \frac{\partial r}{\partial s}=E\cos\alpha=E_s \tag{3, 4}$$

則得出電場强度 E 沿 s 方向的投影。

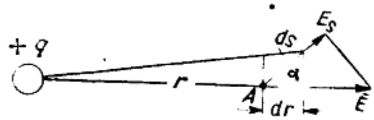

圖 3, 1

電場中任意一點的電位，其大小就是當某電荷被移出電場範圍以外時，電場的力所作的功與該電荷的比，當電荷趨近於零時的極

限。對點電荷的電場而言，電場對單位電荷所作的功為

$$\int_{r}^{\infty} E\,dr = \int_{r}^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr = \left| -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \right|_{r}^{\infty} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (3,5)$$

電位與電壓（它們都是無向量）用 $\frac{J}{C}$（每庫侖一焦耳）或V（伏特）計量。

點電荷的電場強度與電位（假定無限遠處 φ 等於零），在電場中的所有各點，都具有有限且單一的值。雖然在放置點電荷的點（$r=0$）上，φ 及 E 都得到無限大值，但這是由於我們假定了電荷集中在一點，而事實上這是不可能的，因為電荷總要佔有相當的容積，容積是不可能等於零的。

電位也可以為負值，例如：當電場是由負電荷所產生時；於是當將（正的）試驗電荷移往電場限度以外，則功不應由電場作，而應由外力作。

將電荷由某點 A 移到另一點 B（圖 3,2），電場所作的功，僅與起點及終點電位的差有關，而與移動的路程無關。

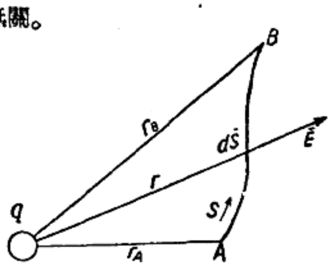

圖 3,2

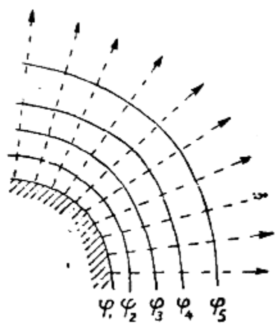

圖 3,3

$$\int_{A}^{B} \overline{E}\,dl = \int_{A}^{B} E\,ds\cos(\overline{E}\,\overline{ds}) = \int_{r_A}^{r_B} E\,dr = \int_{r_A}^{r_B} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{dr}{r^2} =$$

$$= \left| -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \right|_{r_A}^{r_B} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A} - \frac{q}{4\pi\varepsilon r_B} = \varphi_A - \varphi_B = U_{AB}. \qquad (3,6)$$

據此，兩點間的電位差與兩點間的電壓是同義語。

從無限遠處將單位電荷移往某定點時，電場所須作的功，等於此點的電位值冠以負號，因為當 $r_A=\infty$ 時

$$\int_{A}^{B} \overline{E}\,\overline{dl} = \varphi_A - \varphi_B = 0 - \varphi_B = -\varphi_B$$

之故。

一個面，如其中所有各點，都具有同樣的電位，則稱為**等位面**。對於點電荷來說，等位面是一些球面，包圍着電荷所在的點。一點的電場強度恒垂直於通過該點的等位

面。如果不是這樣，則在等位面的切面中，電場强度向量將具有一分量；這表示在等位面的各點間，尙有電位差存在，而這是與等位面的定義相抵觸的。

如果我們一方面作出一系列的等位面，使任何相隣兩面之間，都有同樣的電位差；另一方面繪出一系列的所謂**力線**，其方向與在各對應點上的電場强度一致，即與等位面垂直；至於力線的密度，則使通過等位面上單位面積的線數，與在各對應點上的電場强度成比例，這樣便可對電場得到一非常淸晰的概念（圖 3, 3）。

4. 任意分布電荷的電場。電位梯度

我們將引用重叠原理於靜電場。每一電荷產生它自己的電場，與其它電荷的電場無關；一電荷的電場可叠加到其餘電荷的電場之上。例如所給與的，不是一個點電荷，而是幾個，則在任意一點上合成電場强度向量，也就是（對單位電荷）機械力合力向量，等於各個電荷的電場單獨存在時，所得出的電場强度向量的幾何和。

$$E=E_1+E_2+E_3+\cdots=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}\cdot\frac{\bar{r}}{r_1}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}\cdot\frac{\bar{r}_2}{r_2}+\cdots \tag{4, 1}$$

其中 $\bar{r}_1$, $\bar{r}_2$……爲向徑，即從放置電荷的點到決定 E 的點的向量。合成電場中某點的電位，等於在該點上各電場所產生的電位的代數和。這種加法的正確性，乃由於電位一量本身就是功，是當將試驗電荷移出（與路徑無關）電場範圍外時，電場對單位電荷所作的功，而合成電場所作的功，應該等於各分力沿同一路徑所作的功的總和，

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\cdots=\Sigma\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{4, 2}$$

當電荷佔有某容積時，我們也可想像電荷的容積分布。我們將電荷 Δq，對它所佔容積 ΔV 的比的極限，理解爲電荷的**容積密度**：

$$\rho=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta V}=\frac{dq}{dV}. \tag{4, 3}$$

如視 $dq=\rho dV$ 爲點電荷，則可決定容積電荷所生電場的電位

$$\varphi=\int_V\frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{4, 4}$$

其中 r 爲由容積 dV 的中心，到決定 φ 的點的距離。

同樣可知電荷在極薄層的表面上，例如在導體表面上，的面積分布。在此情形下，認定含於面積 ΔS 內的電荷 Δq 與 ΔS 的比，當 $\Delta S\to 0$ 時的極限爲表面密度，

$$\sigma=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta S}=\frac{dq}{dS}, \tag{4, 5}$$

元 * 電荷 $dq=\sigma dS$ 也可看成點電荷，故在任意一點電場的電位，可表示如下：

$$\varphi=\int_S\frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{4, 6}$$

* （譯者註）元——表示微小組成部分。

其中 r 依然是元面 dS 到我們所想決定其電位的點的距離。

一般說來，如果同時有電荷的點、體、面、線（具線密度 τ）的分布，則任意一點的電位爲

$$\varphi=\Sigma\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\int_V\frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0 r}+\int_S\frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 r}+\int_l\frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r}。\qquad(4,7)$$

電荷能集中於各點， 也可以連續地分布於某容積、 某表面或線——這些假定當然是抽象的， 因爲在近代觀念中， 每個電荷都佔有一些雖然是不大的容積。 電荷本身就是原子和分子的組成部分， 它們佔有原子或分子所含容積的極小部分， 它們完全不能整個佔據某容積， 也不能分布成連續的薄膜或線狀。 如果我們以後說到關於電荷的容積、 表面及線分布的密度， 則僅僅是了解爲電荷在單位容積中、 表面或線上的平均值。

在靜電場中， 導體表面是等位面， 即同樣電位的表面， 導體內部各點也具有此電位。如果不是這樣，導體表面的點，或其內部的點具有不同電位，則沿導體表面或在其內部將有電場存在， 這電場作用到導體內部的自由電子上， 於是這些電子必不能處於平衡狀態， 而將沿電場的方向移動， 即已不成其爲靜電場了。 故在導體表面各點上的外界媒介質內的靜電場强度， 一定沒有沿導體表面的分量， 而是沿該表面外法線的方向。

雖則電位是點的坐標的連續無向量函數； 而電場强度却是向量， 由一點到另外一點，它可以作突然的變化，例如當通過帶電的表面時。

電位 φ 或電場强度 $\overline{E}$，其中任何一量都可充分地決定電場，只要電場中所有各點的 φ 值或 E 值是已知即可。

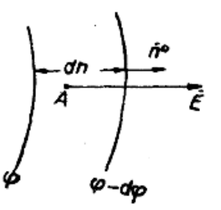

圖 4,1

不論產生電場的電荷，在電場中是如何分布，電場强度的方向，總是由電位較高的點到電位較低的點，在單位長度上電位降落最大的方向，是沿等位面法線的方向。如兩等位面（圖 4,1）位於所研究的點 A 的兩旁，彼此沿法線的距離爲 dn，其間的電位差爲 $d\varphi$，則在此點的電場强度的大小與方向可用下式表示：

$$\overline{E}=-\frac{d\varphi}{dn}\overline{n}^0=-\operatorname{grad}\varphi,\qquad(4,8)$$

其中 $\overline{n}^0$ 爲沿等位面法線方向的單位向量，由較高電位指向較低電位。沿任何其它方向，在單位長度上的電位降落都要小些。無向量函數在其最大增加方向，每單位長度的變動量，稱爲此函數的梯度，是具有一定大小與方向的一個向量。因電場强度是向着電位減小的方向，故以電位梯度去表示電場强度時，必須在 grad 之前置一負號。梯度是不變函數，與坐標系的選擇無關。

如電場內每點的電位，用坐標函數 $\varphi=f(x,y,z)$ 去表示，又如 $\overline{i}$, $\overline{j}$, $\overline{k}$ 是沿軸 x, y, z 的正方向所取的單位向量，則電場强度可用下列形式，由它沿這些軸的投影去

表示:

$$E=iE_x+jE_y+kE_z=-\left(i\frac{\partial\varphi}{\partial x}+j\frac{\partial\varphi}{\partial y}+k\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)=-\operatorname{grad}\varphi. \quad (4,9)$$

$$E=\sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2}=|\operatorname{grad}\varphi|. \quad (4,10)$$

當電場强度的方向大小均爲已知時，則不難找出電場的線（或所謂電場的力線）的方程式，這些線的切線，與在各該對應點上的電場强度向量的方向一致。如果我們一步步地沿着與各對應點的電場强度方向一致的線，移動諸無限小的線段 ds，則可得到這些線的方程式。

因電場强度

$$E=iE_x+jE_y+kE_z$$

及力線的長度元

$$ds=i\,dx+j\,dy+k\,dz$$

（其中 x, y 及 z 爲所求線上的點的坐標）與諸坐標軸所構成的角相等，故

$$\frac{E_x}{E}=\frac{dx}{ds},\quad \frac{E_y}{E}=\frac{dy}{ds},\quad \frac{E_z}{E}=\frac{dz}{ds},$$

$$\frac{E}{ds}=\frac{E_x}{dx}=\frac{E_y}{dy}=\frac{E_z}{dz}. \quad (4,11)$$

如所給等位面的方程式，是電場中點的坐標 x, y, z 的函數 $\varphi=f(x, y, z)$，則力線的微分方程式取下列形式:

$$\frac{\frac{\partial\varphi}{\partial x}}{dx}=\frac{\frac{\partial\varphi}{\partial y}}{dy}=\frac{\frac{\partial\varphi}{\partial z}}{dz}. \quad (4,12)$$

5. 均勻靜電場

若在電場中的各點上，電場强度有同樣的大小與方向，則此電場稱爲均勻靜電場，於眞空中，若兩平行的無限平面（金屬片），帶有相反的電荷，並具有均勻的表面密度：在一平面上爲 σ 而在另一平面上爲 $-\sigma$，則其間即可得到這樣的電場。

在任意一點的電場强度，可由在各個小面積上所分布的部分電荷的電場强度的幾何和來決定，

$$E=\int dE=\int_S\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma dS}{r^2}\frac{\bar{r}}{r}. \quad (5,1)$$

如果從待決定其電場强度的點，引一垂線（圖 5,1）到平面中之一，如 A，並且在與垂足對稱的兩方，取兩個相等的小面積 $dS_1=dS_2$，則由於電荷 σdS_1 及 σdS_2 的電場强度大小相等，並對垂線具有同樣的偏度角 α，它們與平面 A 平行的分量將彼此相消，故在總計 dE 時，可以只計算它們垂直於帶電平面的分量。