金属塑性变形力学

汪凌云编著

重庆出版社

金属塑性变形力学

汪 凌 云 编 著

重 庆 出 版 社

一九八六年·重庆

责任编辑：张镇海
特约编辑：钟学恒
封面设计：邵大维

金属塑性变形力学　　汪凌云　编著

重庆出版社出版（重庆李子坝正街102号）
新华书店重庆发行所发行
重庆新华印刷厂印刷

开本：850×1168 1/32 印张：10.875 插页：2 字数：266千
1986年6月第一版　　1986年6月第一次印刷
科技新书目127—238　　印数1—4，010

书号：15114·15　　定价：2.40元

前　言

本书是编著者根据在重庆大学多年讲课的体会，并参考近年来国内外出版的塑性力学、金属塑性变形理论专著和文献写成的。本书在讨论塑性力学一般原理的基础上，按照塑性力学的基本理论和体系，重点地、深入地讨论了金属塑性变形的力学理论和解法。书中包含了大量求解金属塑性变形问题的实例及图表，并附有习题及答案。书中对国内外关于本学科的各个学派的不同观点作了如实的介绍。书中有些问题的阐述，反映了编著者自己的意见和想法。

本书比较注重基本理论、基本概念、基本方法，注重理论与实践的密切结合。在写法上努力做到概念清楚，条理分明，重点突出，难点分散，循序渐进，着重从物理实质上说明问题。在文字上力求深入浅出，通俗易懂，在选材上考虑了反映本学科发展的现状和全貌。

本书可作为大学机械、冶金有关专业的教材，也可供有关专业的研究生和工程技术人员参考。

本书在编著和出版过程中得到了重庆大学和重庆出版社有关领导的鼓励和支持。本书的审稿人许剑欧副教授仔细认真地审阅了全稿，提出了许多宝贵意见，谨致以衷心的感谢。

由于编著者水平有限，经验不足，书中可能仍存在着许多缺点和不足之处，敬希批评指正。

编著者

目　　录

第一章 引 论

1.1 塑性力学研究的内容和对象

众所周知，当材料受到外力作用时，便产生变形，若去掉外力变形即消失，材料仍回复到受外力前的形状和尺寸，则此变形称为弹性变形。若去掉外力，变形不完全消失，还残余部分变形，则此残余变形称为塑性变形。材料受力时，总是先发生弹性变形，随后，当外力引起的应力达到某一极限值时，弹性变形转变为塑性变形。当塑性变形发展到一定程度时，材料发生断裂。弹性变形、塑性变形、断裂是变形的三个阶段。这三个阶段是互相区别和联系的。弹性变形是变形的开始，断裂是变形的结束。

塑性力学是研究材料在外力作用下发生塑性变形时的本构关系（应力应变关系）及所形成的力学问题的科学。具体地说，它研究下列两方面问题：

1. 根据试验结果，建立塑性本构关系，这种关系要求既能与实验较好地符合，而又便于计算。

2. 寻求解塑性力学边值问题的理论和方法。

塑性力学是研究结构强度问题（结构强度的塑性力学问题属小塑性变形力学问题）的理论基础之一。塑性力学的理论和方法已广泛应用到各个技术领域。例如，在设计结构时，可按照塑性力学计算，有意使结构中的局部应力超过弹性极限（即给予小量

塑性变形，这并不意味结构破坏而不能继续工作），从而使材料的强度潜力得到充分发挥，承载能力得到提高。塑性力学也是分析和评价金属塑性成形工艺过程的理论基础。应用塑性力学的理论和方法可以求出成形工件的应力、应变，成形所需的力及功，等等(这些即是金属塑性成形工艺过程的塑性力学问题，属大塑性变形力学问题)。而这些参数是选择设备，设计工艺过程和工、模具的根据。当然，塑性力学的应用不限于上述两方面。近20年来，它还广泛应用于结构在冲击、振动条件下形成的动力学问题、岩石力学、地质、地球物理等问题的研究中。

塑性力学是连续介质力学的一个分支，它和弹性力学一样，把所研究的对象看成是均匀连续介质。弹性力学中的大部分基本概念和与材料性质无关的基本方程，如平衡方程、几何方程(应变位移关系式)、边界条件等，在塑性力学中仍然适用(几何方程仅适用于小塑性变形)。塑性力学和弹性力学的主要区别在应力应变关系方面。塑性变形时的应力应变关系不遵循Hooke定律，而是一种非线性、非单值关系，这种关系对于不同的材料，不同的加载过程都是不一样的。在塑性力学中不存在象Hooke定律那样统一的规律。

塑性力学是建立在试验基础之上的。塑性变形时的应力应变关系只有通过试验才能正确建立，试验工作在塑性力学中具有特别重要的意义。

除了塑性力学以外，金属学也研究材料(金属)的塑性变形。但二者有区别。金属学研究塑性变形时是从材料的微观真实结构(晶体结构)出发，不把材料看成均匀连续介质。研究的主要目的在于弄清塑性变形的物理本质和改善材料的塑性性能。目前，塑性力学与金属学研究塑性变形的方法和理论正互相影响，互相渗透，有走向统一的趋势。

本书在讨论塑性力学一般原理基础上，着重讨论金属塑性成

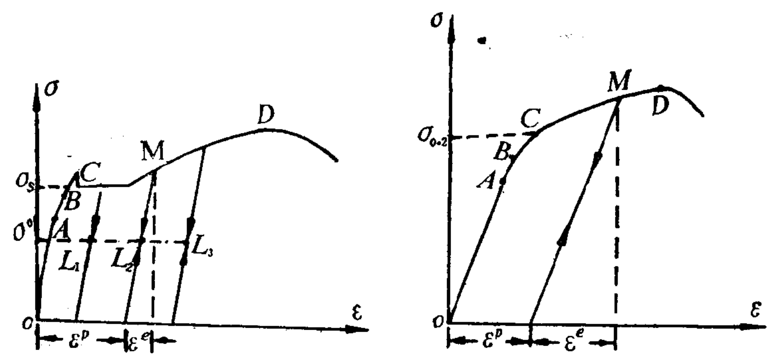
形工艺过程的塑性力学问题。这一类塑性力学问题，由于它的复杂性和实用性，科技人员已经进行了大量的研究，从而构成了塑性力学的一个分支，即所谓金属塑性变形力学(金属塑性成形的塑性力学)。

1.2 简单拉压的试验结果

上文已经说过，塑性力学是建立在试验基础之上的。最基本的试验有两个：一个是材料承受简单拉伸的试验；另一个是材料承受静水压力作用的试验。从这两个试验所得到的结果，在许多方面可引伸推广到复杂应力状态，它是建立塑性力学理论的基础。本节和下节讨论这两个试验。

材料承受简单拉伸时的试验结果，可用拉伸应力应变曲线表示。图1-2-1(a)，(b)是常温静载条件下的两种典型的简单拉伸应力应变曲线。分析这两种曲线可以发现：

曲线的OA段是直线段，在该段，应力应变成比例，遵循Hooke定律。离开A点，曲线开始弯曲，应力应变不再成比例而



(a)　　　　(b)

图 1-2-1

成非线性关系。A点是应力应变是否成比例的界限点，A点 的 应力称为比例极限σ_p。虽然离开A点，应力应变不再成比例，但在离开A点的一个小范围AB内，应变还是弹性的。就是说，若在OAB段任一点卸去外力，应力应变仍沿原曲线退回到原点，即应变完全消失。离开B点，曲线明显弯曲，不仅应力应变关系不是线性的，应变也不是弹性的了。就是说，若在B点以后卸去外力，应力应变不再沿原曲线退回到原点，而是沿一条接近平行于OA的直线段，即遵循Hooke定律变化。到应力为零时，应变并不完全消失为零，即有塑性应变发生。B点是产生和不产生塑性应变的界限点，B点的应力称为弹性极限σ_e。有些材料，例如低碳钢等，在弹性极限σ_e后有个应力不增加，甚至减小而应变增长很大的屈服阶段(图1-2-1a)。屈服阶段的最小应力称为屈服应力或屈服极限σ_s。由于比例极限σ_p，弹性极限σ_e，屈服极限σ_s三者非常接近，也由于弹性极限σ_e一般难于准确测定，故工程上常将三者视为一点而不加区分，并统以屈服极限σ_s代表之。对于没有明显屈服极限σ_s的材料，例如中碳钢等，则规定产生0.2%塑性应变的应力$\sigma_{0.2}$为屈服极限(图1-2-1b)。这样，在屈服极限以前，即在弹性应变阶段，加载卸载时的应力应变关系都可表示为

$$\sigma\leqslant\sigma_s \qquad \sigma=E\varepsilon \tag{1.2.1}$$

都遵循Hooke定律。在屈服极限以后，即在塑性应变阶段，应力应变曲线上任一点$M(\varepsilon,\ \sigma)$所对应的应变是

$$\varepsilon=\varepsilon^e+\varepsilon^p$$

式中的ε^e是弹性应变，ε^p是塑性应变。加载时的应力应变关系并不遵循Hooke定律，但可表为

$$\sigma\geqslant\sigma_s, \qquad \sigma=\phi(\varepsilon)=\mathrm{H}(\varepsilon^p) \tag{1.2.2}$$

卸载时的应力应变关系仍遵循 Hooke 定律 (1,2,1)式，常用该定律的微分形式

$$d\sigma=Ed\varepsilon \tag{1.2.3}$$

表示。

加载、卸载时应力应变关系不同是塑性应变阶段的重要特点，它引出许多复杂的问题。其中之一是需要把加载、卸载分开来研究。要把加载卸载分开就应该有个判别材料是处在加载还是卸载的准则，此准则称为加载准则。简单拉压时它可表示为

$$\left.\begin{array}{ll} \sigma d\sigma \geqslant 0 & \text{加载} \\ \sigma d\sigma < 0 & \text{卸载} \end{array}\right\} \tag{1.2.4}$$

只有把(1.2.2)，(1.2.3)，(1.2.4)三式联合起来才能完整地表示塑性应变阶段的应力应变关系。

加载、卸载时应力应变关系不同，引出的另外一个问题是塑性应力应变关系的非单值(多值)性。对于同一个σ值，可以对应于不同的ε值，如图1-2-1a中的σ_0可对应于L_1，L_2……处的ε。同样地，对于同一个ε值可以对应于不同的σ值。但这并不是说，塑性应力应变关系就不能唯一确定了。如果知道加载历史（加载路径，应变历史，路径），从初始的零状态开始，一段一段地跟随着加载历史寻找到最终状态的σ，则ε还是一定值。这些说明应力应变关系与加载历史(应变历史)有关。

在塑性应变阶段，如果从应力应变曲线上任一点M卸载后又重新加载，发现加载时的应力应变基本上仍按卸载时应力应变曲线变化(图1-2-1)。但加载到$\sigma=\sigma_S$时材料并不重新开始屈服，直到$\sigma=\sigma_M$(σ_M是M点的应力)时才重新开始屈服，并继续沿原有曲线变化。这好象是把屈服极限从σ_S提高到σ_M，这种随着塑性变形的发展材料屈服极限愈来愈高的现象称为应变强化或加工硬化。应变强化在应变到强度极限点$D(\varepsilon_b, \sigma_b)$以前一直是存在的，它是塑性应变阶段的又一重要特点。

以上讨论的是简单拉伸情况。简单压缩时，对一般金属材料，在塑性变形不大，不超过10%情况下，应力应变曲线基本与简单拉伸的相同(图1-2-2)，但在大塑性变形情况下有明显差别。

如果将材料先拉伸到塑性应变阶段后卸载到零(图1-2-3)，再反向加载，即使材料承受压缩，此时，将首先发生压缩弹性变形，随后屈服，发生压缩塑性变形，但压缩屈服极限 $-\sigma_s'$ 比原

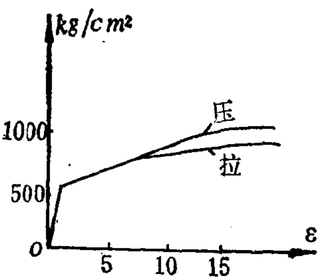


图 1-2-2

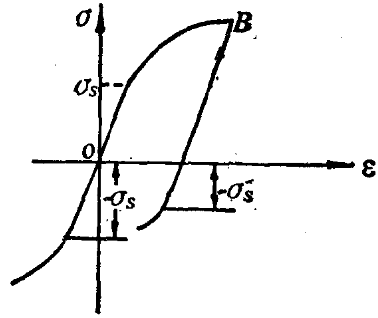


图 1-2-3

有的，未经预先拉伸塑性应变而直接承受压缩的屈服极限 $-\sigma_s$ 要低得多(指数值)。同样，若先压缩材料到塑性应变阶段，卸载到零后再拉伸，拉伸屈服极限也降低。这种加载到塑性应变阶段后卸载，再反向加载时，发生屈服极限降低的现象称Bauschinger效应。Bauschinger效应使塑性力学更加复杂化，一般不予考虑。但由于Bauschinger效应使材料具有各向异性，所有对具有往复加载的过程，则应考虑。

1.3 静水压力的试验结果

Bridgman曾作过不同材料承受静水压力(各向均匀受压)的试验，试验结果指出：

1. 当材料处在静水压力作用下时，将发生体积改变，此体积改变与压力近似地成线性关系；若卸去外力，体积变化恢复，没有残余的体积变形，因而可以认为静水压力作用下，体积变化是

弹性的，遵循Hooke定律。试验还表明，这种弹性的体积改变是很小的，例如弹簧钢在10,000个大气压下体积缩小2.2%，因此，对于一般应力状态下的金属材料，当发生较大的塑性变形时，可以忽略弹性的体积变化，而认为材料在塑性状态时的体积是不可压缩的。

2. 材料的塑性变形与静水压力无关。Bridgman用各种钢试件作出轴向拉伸时的应力应变曲线及轴向拉伸与静水压力同时作用下的应力应变曲线，两者加以比较，发现静水压力对初始屈服的影响很小，可以忽略不计。因而认为静水压力与塑性变形无关。

以上两节讨论的是常温静载条件下的试验结果，没有反映变形温度，变形速度，时间等因素的影响。实际上，这些因素在一定条件下是有影响的，例如温度升高会使屈服极限降低，高温下会出现蠕变、松弛。快速情况下会使屈服极限升高等等。但是，在变形温度不太高，时间不太长，变形速度不太快时，它们的影响不明显，而可以不考虑。

1.4 基本假设和简化的材料模型

从以上试验结果看来，即便是在简单拉压和静水压力作用下，塑性变形的规律也是很复杂的。为便于研究和建立理论，有必要忽略一些次要因素，而根据材料的主要性质作出某些假设，这些假设是：

1. 材料是均匀连续的，而且是初始各向同性的。

2. 体积变化是弹性的，塑性变形部分体积不变，即认为体积是不可塑性压缩的。

3. 静水压力不影响屈服应力，也不引起塑性变形，只引起体积的弹性改变。

4. 时间因素对塑性变形规律无影响，即不考虑蠕变，松弛效应及应变速率对塑性变形规律的影响。考虑时间因素影响处，将予说明。

5. 材料的拉、压屈服应力相等，一般不考虑Bauschinger效应。

作了以上假设后，问题仍然是非常复杂的，因为$\sigma=\phi(\varepsilon)$是非线性，非单值，与应变路径有关的。所以，在具体计算时，对材料的应力应变关系还要作出简化。当然，简化后问题的基本特征应仍存在，简化必须基本符合实际，否则，算出的结果没有实际意义。常用的，简化了应力应变关系的材料模型有

1. 弹性理想塑性材料模型：有些材料，例如低碳钢等，经过很长的屈服阶段后才强化。因此，在应变不太大时可不必考虑后面的强化阶段，而把材料看成是弹性理想塑性的(图1-4-1)，对于强化程度比较小的材料也可以这样近似地处理。在弹性理想塑性材料中，应力达到屈服极限以前，应力应变呈线性关系，应力达到屈服极限以后，保持为常数。

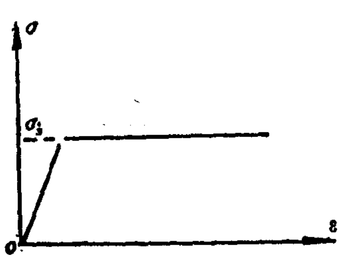


图 1-4-1

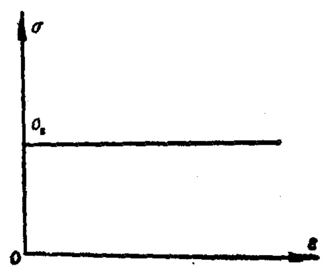


图 1-4-2

2. 刚性理想塑性材料模型：若材料的强化和弹性变形都可以忽略不计，则可认为材料是刚性理想塑性的（图1-4-2），屈服阶段较长或者强化不显著的金属成形采用这种模型比较合适。

3．弹性线性强化材料模型：在这种材料模型中考虑弹性变形和强化，但认为强化是线性的（图1-4-3），对于一般合金钢，铝合金等可以采用这种材料模型。

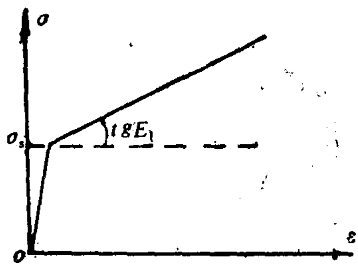


图　1-4-3

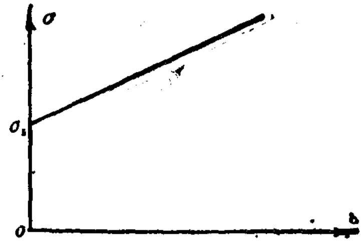


图　1-4-4

4．刚性线性强化材料模型：若材料的强化仍认为是线性的，但忽略弹性变形，则是刚性线性强化材料模型（图1-4-4），金属成形可采用这种模型。

习 题 与 答 案

题1.1　试比较弹性变形和塑性变形的特点。

题1.2　在拉伸试验中，伸长率 $\varepsilon_l=\dfrac{\Delta l}{l_0}$，断面收缩率 $\varepsilon_A=\dfrac{A_0-A}{A_0}$，其中$A_0$和$l_0$为初始截面积和长度，试证当体积不变时

$$(1+\varepsilon_l)(1-\varepsilon_A)=1$$

参 考 书 目

〔1〕王仁、黄文彬著，《塑性力学引论》，北京大学出版社，