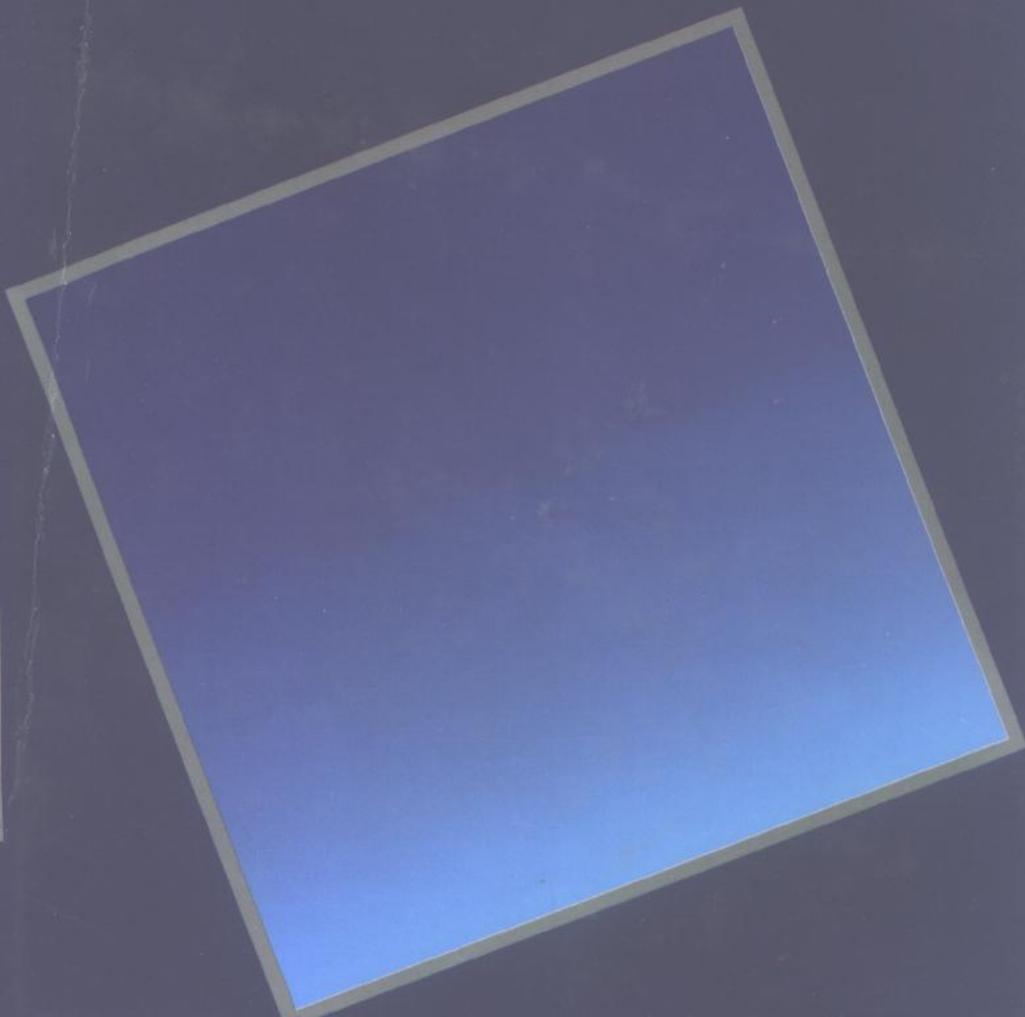


# 动力系统的稳定性理论和应用

## Theory and Application of Stability for Dynamical Systems

廖晓昕 著

国防工业出版社



# 动力系统的稳定性理论和应用

Theory and Application of Stability  
for Dynamical Systems

廖 晓 昕 著

国防工业出版社

·北京·

## 图书在版编目(CIP)数据

动力系统的稳定性理论和应用 / 廖晓昕著. - 北京：  
国防工业出版社, 2000.4  
ISBN 7-118-02183-0

I . 动... II . 廖... III . 动力系统-动力稳定性-研  
究 IV . TK05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 48858 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

三河市腾飞胶印厂印刷

新华书店经售

\*

开本 850×1168 1/32 印张 17<sup>5/8</sup> 455 千字

2000 年 4 月第 1 版 2000 年 4 月北京第 1 次印刷

印数：1—1500 册 定价：35.00 元

---

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

## 致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。
4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。
5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担负着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金  
评审委员会

## 国防科技图书出版基金 第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员 怀国模

主任委员 黄 宁

副主任委员 殷鹤龄 高景德 陈芳允 曾 锋

秘书长 崔士义

委员 于景元 王小谟 尤子平 冯允成  
(以姓氏笔划为序)

刘 仁 朱森元 朵英贤 宋家树

杨星豪 吴有生 何庆芝 何国伟

何新贵 张立同 张汝果 张均武

张涵信 陈火旺 范学虹 柯有安

侯正明 莫梧生 崔尔杰

## 序　　言

廖晓昕教授的专著《动力系统的稳定性理论和应用》申请国防科技图书出版基金,邀我作为推荐人并为之作序,我欣然同意。

我认识廖晓昕同志始于 1985 年 6 月在瑞典的国际控制论大会上,他留给我印象殊深的是对知识的勤奋刻苦好学和对科学的执着追求。他未曾去过苏联,大概 50~60 年代因受苏联科学体系的教育熏陶影响,对苏联自然科学理论的严谨性情有独钟,十分欣赏,特别对于李雅普诺夫(Ляпунов)稳定性理论和鲁里叶(Лурье)非线性控制系统绝对稳定性钻研很深,80 年代初他在国内两届高校微分方程教师进修班上系统地讲授过“稳定性的数学理论”,把苏联严谨的李雅普诺夫稳定性理论继续在中国传播,实为可贵。他当时自学英文时间不长,在飞机上,在旅舍里,在行途中争分抢秒利用一切机会提高英文听说能力。到 1993 年,我高兴地看到他的英文专著《Absolute Stability of Nonlinear Control Systems》由荷兰 Kluwer 和中国的科学出版社联合出版了,这不能不说是他目标始终如一,长期坚持不懈,精益求精的结果。这本《动力系统的稳定性理论和应用》是他的又一力作,是他长期科研教学心血的结晶。

众所周知,稳定性问题是人们研究各类动态系统(包括各种工业系统,自然界存在的各类系统以及社会经济系统等)所面临的最基本最重要的问题之一,它的重要性是不言而喻的,稳定性理论已积累了十分丰富的成果,特别是上世纪末俄国数学家 A. M. Ляпунов 在运动稳定性领域作出了创世纪性质的成就以来,这一领域取得了长足的进展。

为全面系统深入地介绍稳定性理论的经典成果及近代进展,廖晓昕教授撰写了这本专著:《动力系统的稳定性理论和应用》,它具有以下鲜明的特色:

1. 理论体系严密、系统、完整。需要指出的是由于稳定性理论的严密性,因此数学上、逻辑上阐述稍有失之不严,常会使读者产生误解,而本书对此有足够充分的重视。

2. 内容十分丰富、翔实。既介绍了 Ляпунов 稳定性的经典内容及应用(前五章),又论述直到目前 Ляпунов 直接法的最新结果(后五章)。

3. 收集了相当丰富的俄罗斯学者的研究成果。由于 Ляпунов 稳定性理论源于俄罗斯,也由于俄罗斯向来重视基础研究,因此,在这一领域积累特别丰富,本书对此作了系统的介绍,同时也介绍了欧、美及我国学者一些经典成果。

4. 充分反映了作者在本领域内的许多重要研究成果。由于作者在本领域内长期耕耘播种,有许多重要的贡献(如 Лурье 控制系统绝对稳定的充要条件及各种新的充分条件,神经网络及细胞神经网络的稳定性,偏泛函微分方程,随机泛函微分方程的稳定等等)。对稳定性理论有深刻的理解和长期积累的科研教学经验,因此作者是在高层次上撰著此书的。

研究稳定性理论在国内学术界有广泛的需要,出版这方面的著作是需要与及时的,国内虽有多本这方面的著作,但就内容而言,廖晓昕教授这本著作无疑是更有鲜明特色的近代专著。我希望并相信本书会受到读者的欢迎,产生好的社会影响,促进科学技术进步。

中国科学院院士 冯纯伯  
1999年元月20日

## 前　　言

动力系统稳定性的重要性是人所共知的,上世纪俄罗斯著名数学力学家李雅普诺夫(Ляпунов)院士首创的运动稳定性的一般理论,受到了各国学者的高度重视,苏联控制论专家列托夫(Летов),数学家马尔金(Малкин)先后在他们的专著序言中说到“无论现代控制以何种方法描述,总是建立在 Ляпунов 运动稳定性的牢固基础上”,美国数学家 LaSalle 也说过:“稳定性理论在吸引全世界数学家注意……,Ляпунов 直接法得到了工程师们的广泛赞赏,稳定性理论在美国正迅速变为训练控制论工程师们的标准部分”。我国著名科学家钱学森、宋健在《工程控制论》中写到:“对于控制系统的第一个要求是稳定性,从物理意义上讲,就是要求控制系统能稳妥地保持预定的工作状况,在各种不利因素的影响下不至于动摇不定,不听指挥……”,这些足以说明了稳定性具有普遍意义,事实上,在经典控制中,稳定性是唯一的要求,即使在现代控制中,它仍然是主要的性能指标。近 10 多年来,Ляпунов 函数又成功地应用到神经网络,借助于动力系统的吸引子和电子电路的实现来完成某些智能优化计算和联想记忆,开辟了新途径。

本书试图以 Ляпунов 函数及泛函为主线,贯穿全书,辅佐以 LaSalle 不变原理、比较原理及代数方法,以统一的观点和近代的手段介绍各种方程所描述的动力系统的稳定性,全书共分为 10 章。第一章扼要地介绍了动力系统的概念及全书要用到的主要数学工具。第二章、第三章,集中概括地叙述了用常微分方程描述的动力系统的 Ляпунов 经典理论及其各种推广。第四章详细地论

述了非线性控制系统的绝对稳定性的充要条件和由此派生出来的各种充分条件。第五章讨论了两类典型的人工神经网络(Hopfield 神经网络和细胞神经网络)的稳定性。第四、五两章可视为Ляпунов 稳定性理论对实际系统的具体应用。当然其它各章也不乏各种应用实例。离散动力系统的稳定性是近代稳定性课题之一。第六章详细地阐述了差分方程描述的离散动力系统的稳定性。第七章给出了微分差分方程动力系统的基本理论和方法及较多的实例。由于泛函微分方程的实例,大部分是微分差分方程,故在第八章中论述泛函微分方程稳定性时只概括地介绍一些理论结果和方法,实例不多。第九章介绍用偏微分方程、偏泛函微分方程描述的动力系统的稳定性。最后一章是介绍英国毛学荣教授与作者合作的关于随机微分方程、随机泛函微分方程的稳定性结果。

作者感谢国防科技图书出版基金的资助,也感谢国家自然科学基金[69874016号,69674008号,19371032号,1890422号,84科基115号]及国家教委高等学校博士点专项科研基金[97048722号]、湖北省自然科学基金、香港王宽诚教育基金会的资助,还感谢英国皇家学会的资助使毛学荣教授能邀请我赴英国愉快地合作,因为书中很多内容取材于这些基金资助的成果。作者也感谢华中理工大学学校、系、所领导和许多同事朋友的大力支持,尤其是杨叔子院士。作者还应特别感谢中科院院士、俄罗斯自然科学院外籍院士冯纯伯教授在百忙中为本书作序,并对书稿的结构体系安排及写作内容提出了宝贵的意见。

限于作者知识水平,书中难免存在缺点和错误,衷心盼望和热忱欢迎读者批评指正。

廖晓昕于华中理工大学  
自动控制科学与工程系  
1999年2月18日

# 目 录

<b>第一章 预备知识</b> .....	(1)
§ 1 动力系统概念 .....	(1)
§ 2 动力系统平衡位置的稳定性、吸引性.....	(3)
§ 3 Ляпунов 函数和 K 类函数.....	(4)
§ 4 Dini 导数 .....	(7)
§ 5 $M$ 矩阵、Hurwitz 矩阵、正定矩阵 .....	(9)
<b>第二章 常微分方程动力系统</b> .....	(15)
§ 1 Ляпунов 稳定性定理 .....	(15)
§ 2 Ляпунов 漠近稳定性定理 .....	(17)
§ 3 指数稳定性定理.....	(19)
§ 4 Ляпунов 不稳定性定理 .....	(21)
§ 5 Ляпунов 稳定性定理的推广 .....	(24)
§ 6 漠近稳定性定理.....	(29)
§ 7 推广的 Marckhoff 定理 .....	(33)
§ 8 推广的不稳定性定理.....	(37)
<b>第三章 Ляпунов 直接法的拓广</b> .....	(41)
§ 1 LaSalle 不变原理 .....	(41)
§ 2 比较原理.....	(45)
§ 3 解的有界性.....	(51)
§ 4 系统的耗散性.....	(56)
§ 5 系统的收敛性.....	(62)
§ 6 结构扰动下的 Robust 稳定性 .....	(67)
§ 7 实用稳定性.....	(71)
§ 8 条件稳定性.....	(74)

§ 9 Lipschitz 稳定性.....	(80)
§ 10 非常稳定与相对稳定 .....	(85)
§ 11 集合稳定性与吸引性 .....	(90)
<b>第四章 非线性控制系统 .....</b>	<b>(94)</b>
§ 1 离心调速器工作原理与一般 Лурье 控制 系统.....	(94)
§ 2 直接控制系统绝对稳定的 Лурье 判据 .....	(98)
§ 3 判定 Ляпунов – Лурье 型 V 函数导数负定 的 S 方法 .....	(100)
§ 4 Ляпунов – Лурье 型 V 函数导数负定的充要 条件 .....	(105)
§ 5 Popov 频率判据及改进 .....	(112)
§ 6 实用的构造性代数判据 .....	(118)
§ 7 $n$ 维 Лурье 直接与临界控制系统绝对稳定的 充要条件 .....	(133)
§ 8 $n$ 维 Лурье 间接控制系统绝对稳定的充要 条件 .....	(144)
§ 9 一般 Лурье 控制系统绝对稳定的充要条件 .....	(154)
§ 10 改进的 S 方法 .....	(163)
§ 11 时变 Лурье 控制系统的绝对稳定性 .....	(167)
§ 12 具有双重非线性反馈项的控制系统 .....	(171)
§ 13 具有刚性和旋转反馈的非线性控制系统 .....	(176)
<b>第五章 两类连续神经网络 .....</b>	<b>(186)</b>
§ 1 Hopfield 模型及稳定性判据 .....	(186)
§ 2 全局渐近稳定性 .....	(199)
§ 3 一次近似方法的应用 .....	(202)
§ 4 全局指数稳定性 .....	(204)
§ 5 吸收区域的估计 .....	(214)
§ 6 细胞神经网络的定性分析 .....	(220)
<b>第六章 离散动力系统 .....</b>	<b>(229)</b>

§ 1	Ляпунов 函数法的基本定理	(229)
§ 2	LaSalle 不变原理	(237)
§ 3	比较原理在稳定性中的应用	(247)
§ 4	离散系统稳定性代数判据	(252)
§ 5	实方阵 Schur 稳定的几何充要条件	(261)
§ 6	离散型 Лурье 控制系统绝对稳定性	(268)
§ 7	具有时滞的差分方程	(279)
§ 8	非线性泛函差分方程	(287)
<b>第七章</b>	<b>微分差分方程</b>	(296)
§ 1	微分差分方程的基本概念	(296)
§ 2	常系数线性时滞系统	(299)
§ 3	常系数线性中立型系统	(306)
§ 4	Ляпунов 函数与泛函法	(315)
§ 5	一类分离变量的非线性微分差分方程	(326)
§ 6	一类区间生态时滞系统	(332)
§ 7	时滞不等式及比较方法对变时滞神经网络 稳定性的应用	(339)
§ 8	时变线性中立型系统	(347)
§ 9	中立型大系统分块比较估值法	(351)
§ 10	中立型大系统在 $C^{(1)}$ 空间中的稳定性	(358)
<b>第八章</b>	<b>泛函微分方程</b>	(364)
§ 1	滞后型系统稳定性的 Ляпунов 泛函法	(364)
§ 2	滞后型系统的 Разумихин 条件	(376)
§ 3	滞后型系统的有界性与耗散性	(381)
§ 4	中立型系统 Ляпунов 泛函法	(388)
§ 5	中立型系统的 Ляпунов 函数法	(391)
§ 6	中立型系统指数稳定性	(399)
<b>第九章</b>	<b>偏微分方程与偏泛函微分方程</b>	(404)
§ 1	一阶偏微分方程组的稳定性	(404)
§ 2	抛物型偏微分方程中的比较原理	(408)

§ 3	抛物型偏微分方程组的稳定性 .....	(414)
§ 4	一类偏微分方程大系统的稳定性 .....	(417)
§ 5	具有反应扩散项的 Gilpin - Ayala 生物竞争 模型 .....	(423)
§ 6	具有扩散的生态系统的持久性与共存性 .....	(432)
§ 7	一类偏泛函微分方程 .....	(442)
§ 8	Лурье 型偏泛函微分方程 .....	(451)
<b>第十章</b>	<b>随机微分方程与随机泛函微分方程</b> .....	(462)
§ 1	随机微分方程依概率稳定性 .....	(462)
§ 2	随机微分方程指数稳定性 .....	(469)
§ 3	中立型随机微分差分方程几乎必然指数 稳定性 .....	(475)
§ 4	中立型随机微分差分方程的均方指数稳定性 ...	(488)
§ 5	随机中立型大系统的均方稳定性 .....	(498)
§ 6	随机滞后型泛函微分方程的指数稳定性 .....	(508)
§ 7	随机中立型泛函微分方程指数稳定性 .....	(515)
§ 8	对随机神经网络稳定性分析的应用 .....	(523)
<b>参考文献</b> .....		(530)

# Contents

<b>Chapter 1 Preliminaries .....</b>	(1)
§ 1 Concepts of dynamical systems .....	(1)
§ 2 Stability and attraction for an equilibrium of dynamical systems .....	(3)
§ 3 Liapunov function and functions of K class .....	(4)
§ 4 Dini derivatives .....	(7)
§ 5 M matrix, Hurwitz matrix and positive definite matrix .....	(9)
<b>Chapter 2 Dynamical systems generated by ordinary     differential equations .....</b>	(15)
§ 1 Liapunov stability theorems .....	(15)
§ 2 Liapunov asymptotic stability theorems .....	(17)
§ 3 Exponential stability theorems .....	(19)
§ 4 Liapunov instability theorems .....	(21)
§ 5 Extension of Liapunov's stability theorems .....	(24)
§ 6 Asymptotic stability theorems .....	(29)
§ 7 Extended Marchkoff asymptotic stability theorems .....	(33)
§ 8 Extended theorems of instability .....	(37)
<b>Chapter 3 Development of Liapunov's direct method .....</b>	(41)
§ 1 LaSalle invariance principle .....	(41)
§ 2 Comparison principle .....	(45)
§ 3 Boundedness of solutions .....	(51)
§ 4 Dissipation of systems .....	(56)

§ 5 Convergence of systems .....	(62)
§ 6 Robust stability under disturbance of structure .....	(67)
§ 7 Practical stability .....	(71)
§ 8 Conditional stability .....	(74)
§ 9 Lipschitz stability .....	(80)
§ 10 Total stability and relative stability .....	(85)
§ 11 Set stability and attraction .....	(90)
<b>Chapter 4 Nonlinear control systems .....</b>	<b>(94)</b>
§ 1 Principle of centrifugal governor and general Lur'e control systems .....	(94)
§ 2 Lur'e criteria of absolute stability for direct control systems .....	(98)
§ 3 S method determining the derivative of Liapunov – Lurie type V functions to be negative definite .....	(100)
§ 4 Necessary and sufficient conditions guaranteeing the derivative Liapunov – Lurie type V functions to be negative definite .....	(105)
§ 5 Improvement of Popov's frequency criteria ..	(112)
§ 6 Constructive criteria via algebra in practice ..	(118)
§ 7 Necessary and sufficient conditions of absolute stability for N – dimensional Lur'e direct and critical control systems .....	(133)
§ 8 Necessary and sufficient conditions of absolute stability for N – dimensional Lur'e indirect control systems .....	(144)
§ 9 Necessary and sufficient conditions of absolute stability for general Lur'e control systems .....	(154)
§ 10 Improved S method .....	(163)

§ 11 Absolute stability of time variant Lur'e control systems .....	(167)
§ 12 Control systems with multiple nonlinear feedback terms .....	(171)
§ 13 Nonlinear control systems with rigid and rotate feedback .....	(176)
<b>Chapter 5 Two classes of continuous neural networks .....</b>	(186)
§ 1 Hopfield model and criteria of stability .....	(186)
§ 2 Global asymptotic stability .....	(199)
§ 3 Application of the first order approximation method .....	(202)
§ 4 Global exponential stability .....	(204)
§ 5 Estimation of attractive areas .....	(214)
§ 6 Qualitative analysis of cellular neural metworks .....	(220)
<b>Chapter 6 Discrete dynamical systems .....</b>	(229)
§ 1 Element theorems of Liapunov function method .....	(229)
§ 2 LaSalle invariance principle .....	(237)
§ 3 Application of comparison principle for stability .....	(247)
§ 4 Algebraic criteria of stability for discrete systems .....	(252)
§ 5 Necessary and sufficient geometrical conditions of Suchur stability for square matrices .....	(261)
§ 6 Absolute stability of discrete Lur'e control systems .....	(268)
§ 7 Difference equations with delays .....	(279)
§ 8 Nonlinear functional difference equations .....	(287)
<b>Chapter 7 Differential – difference equations .....</b>	(296)