

内 容 提 要

本书是在复旦大学电子工程系讲授“光纤理论与测量”的讲义基础上编写而成的，它对光纤传播特性、测量原理和测量方法都作了系统的论述，是光纤通信的基础理论读物。全书共分六章，第一章介绍光纤的模式理论；第二章应用射线光学原理讨论多模光纤；三、四、五章分别讨论光纤内的色散、损耗和耦合诸方面的技术性理论问题；最后一章介绍光纤测量的基本方法。

本书可以作为大专院校无线电系、电子工程系、物理系的教学参考书，也可供从事光纤通信、激光、微波、生物等专业的科技工作者参考。

光纤理论与测量

周树同编译

复旦大学出版社出版

(上海国权路579号)

新华书店上海发行所发行 复旦大学印刷厂印刷

开本850×1168 1/32 印张3.5 插页0 字数240,000

1988年5月第1版 1988年5月第1次印刷

印数1—5,000

ISBN7—309—00004—8/O·01

定价：1.70元

前 言

光纤通信是一门新兴的科学技术,发展极其迅速。

目前,在第四次产业革命的浪潮中,光纤通信方兴未艾。它不但可以沟通全世界和全国的信息交流渠道,而且还能组成局部地区网络(LAN)和综合服务的网络(ISDN);借助用户网络可以使可视电话、会议电视、医疗、教育等服务范围不断扩大,而且人们对闭路电视、高质量的立体声广播等要求才能付诸实施。除通信领域的应用之外,光纤还广泛地应用于光纤陀螺导航、各种物理量(如温度、电流、压力、磁场、加速度)测量等科学研究领域。

光纤具有低损耗、宽频带、抗干扰性能优越等一系列优点,它必将得到日益广泛的应用。本书着重讨论光纤传输理论,对光纤的非通信应用未作专门讨论。本书在编译过程中所用的主要参考资料列于书后的书目[1]~[3],所涉及的大部分原始参考文献可以在这些资料中找到。

由于作者水平有限,错误和不妥之处在所难免,请读者批评指正。

作 者

于复旦大学

1985年12月

目 录

第一章 光纤的模式理论

§1.1 概述	1
§1.2 麦克斯韦方程	3
§1.3 波动方程	6
§1.4 光纤的导模	15
§1.5 光纤的辐射模	30
§1.6 正交关系	32
§1.7 导模解的近似表达式	34
§1.8 弱导模、光纤的远场辐射图样	44
§1.9 基模的高斯近似	54
§1.10 基模的等效阶跃型光纤	61
§1.11 光纤的拉制	70

第二章 多模光纤理论

§2.1 射线方程	73
§2.2 圆柱坐标中的射线方程	76
§2.3 平方律光纤的射线轨迹	85
§2.4 双曲正割和洛伦兹光纤的射线轨迹	88
§2.5 WKB 法	92
§2.6 WKB 法用于多模光纤	101
§2.7 泄漏波	106
§2.8 数值孔径	113

§2.9 模式选择激发和模式延迟差别	117
--------------------------	-----

第三章 光纤的色散

§3.1 概述	126
§3.2 材料色散	127
§3.3 单模光纤内的脉冲失真	131
§3.4 单模光纤内的色散	146
§3.5 多模光纤内的色散	150

第四章 光纤的损耗

§4.1 概述	162
§4.2 吸收损耗	164
§4.3 瑞利散射	168
§4.4 普遍的散射过程和模式耦合	176

第五章 光纤的耦合

§5.1 两个平行介质波导的耦合模方程	178
§5.2 HE_{11} 模间的耦合	185
§5.3 串音	190
§5.4 多模光纤的模间耦合	192
§5.5 光源和光纤的耦合	209

第六章 光纤测量

§6.1 光纤的初测	219
§6.2 损耗测量	220
§6.3 折射率分布的测量	225

§6.4 光纤色散测量——时域法.....	239
§6.5 光纤色散测量——频域法.....	242
§6.6 光时域反射计.....	248
§6.7 单模光纤 V 值测量.....	253
§6.8 用远场法测量单模光纤参数.....	256
主要参考书目.....	261

第一章 光纤的模式理论

本章应用麦克斯韦方程论述了阶跃型光纤的电磁场结构和传播形式,阐述了光纤中导模、辐射模的定义和性质。给出了实际应用中一些有用的近似表达式,并与光纤在弱导模近似下线性偏振模的解做了比较。最后两节采用变分法求解折射率任意变化的光纤中的基模(HE_{11} 模),证明了这些基模可以用某种等效阶跃型光纤模场来近似,从而提出了等效阶跃光纤的概念。因此,阶跃型光纤中的电磁场模式为本章讨论的基础。

§1.1 概 述

光纤通信是一门新兴的技术。1966年英国工程师高锟*预言光纤可用作通信的传输线,尽管当时制成的光纤,损耗高达1000分贝/公里,但他估计光纤的损耗可以做到低于20分贝/公里。经过几年研制,这种低损耗的光纤终于在1970年制成。目前,工作波长0.85微米的光纤损耗已低于2分贝/公里,工作波长1.30微米的光纤损耗则可低于0.5分贝/公里,而工作波长1.55微米的光纤损耗甚至低于0.2分贝/公里。从1976年起,世界各国在0.85微米左右的短波长范围内相继建立起许多光纤通信系统。工作在1.3微米和1.5微米波长范围内

* 高锟为英籍华人,他在1966年提出新的见解,认为光纤的损耗是能够被降低的,于是
一些机构开始光纤的研究工作。

的单模和多模光纤系统也屡见不鲜了。

光纤具有低损耗、宽频带的特点。例如,一条单模光纤已经实现传输 180 吉比特率·公里以上的信息量,远超过现有微波通信系统的带宽。光纤的低损耗和宽频带使它在通信中显示了强大的生命力。此外,光纤线径细,便于通过拥挤的城市管道,便于用光缆来代替电缆。另外它没有一般电子通信系统的接地、外界感应、电磁辐射、串音干扰等问题,还具有对温度的敏感性不大,制作材料来源丰富等优点,因此光纤通信日益受到人们的重视,它将逐步取代现有的通信系统。

光纤是一种引导光波的介质波导,由介质材料制成的一个圆柱体(图1.1.1),中心部分是纤芯;纤芯外面环绕一层或数层折射率较中心部分低的介质,叫做包层,通常最外面还有一层起保护作用的套层。光

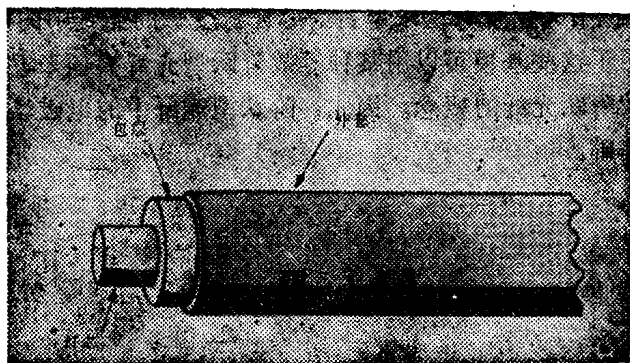


图 1.1.1 由纤芯、包层以及外套组成的光纤示意图

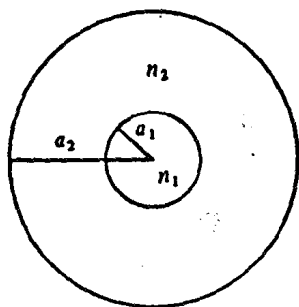


图 1.1.2 常用的光纤截面示意图

纤的光学特性由它的折射率 n 的分布所决定,而折射率的分布大致可分成两种情况:一为阶跃型光纤,纤芯中的折射率 n_1 为常数,包层中的折射率 n_2 也为常数,并且 $n_2 < n_1$; 二为梯度型光纤,纤芯的折射率 n 在中心处最大,随着半径的增大而逐渐减小,但包层中的折射率 n_2 通常为定值。一般情况下,纤芯折射率的最低值也始终大于 n_2 。图 1.1.2 给出

了目前常用的光纤横截面示意图。梯度型光纤常应用于多模光纤,而阶跃型光纤多数应用于单模光纤。

采用包层结构有两个原因。第一,在介质波导中,电磁场并不完全集中在折射率为 n_1 的介质区内,在芯子外面的包层内,也有电磁场在传播。如果让光纤的支撑物直接与纤芯接触,势必引起光波场的散射和失真。由于在芯子外面电磁场将随半径增大按指数形式很快衰减,因而经很薄的一层介质层 n_2 之后再与支撑物接触,便可避免电磁场的失真和散射;第二,与光纤导引场的机构有关。对于给定的频率,光纤只能支持有限的模式。如果芯子的半径 a_1 比被导引波的波长大很多,这光纤就可能支持很多的模式,为了得到更好的传输性能,常常希望被导引的模式数尽可能地小。适当选择光纤的尺寸甚至可以使光纤单模工作,允许单模工作的光芯尺寸强烈地依赖于 n_1/n_2 的数值。比值 n_1/n_2 越大, a_1 就越小。在实际生产中很难使光纤芯子的直径小于 0.5 微米。当比值 n_1/n_2 接近于 1 时,即使芯子直径比工作波长大很多倍而仍能使光纤保持单模工作。

光纤的某些特性和金属波导管相似。在一个给定的频率,都有一有限数目的导模;如果波导形状偏离了理想的几何形状,就有模式转换的问题。但是,在金属波导管中只有导模,模式转换只限于在有限的导模之间交换功率。光纤的模式中除了有限数目的导模外,还有连续辐射模。导模只有分裂的传播常数,而辐射模却有无限个,而且传播常数构成连续谱。光纤的外形偏离理想的几何形状不但会引起导模之间功率转换,而且要把功率转移到辐射模的连续谱中去。散射到连续谱中去的功率又会辐射到介质波导的外面而构成损耗。下面我们就用麦克斯韦方程来讨论介质光波导。

§ 1.2 麦克斯韦方程

众所周知,电磁场可用一组麦克斯韦方程来描述,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \partial \mathbf{D} / \partial t \quad (1.2-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.2-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1.2-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.2-4)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1.2-5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.2-6)$$

在(1.2-1)式中,已经忽略了电流项,因为很少会遇到用电流来产生光的情形。因此,在麦克斯韦方程组中,我们也略去了 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ 。

方程(1.2-1)和(1.2-2)中的电矢量 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$, 以及磁矢量 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{H}$ 之间的关系是很复杂的。一般说来,这不但涉及到电磁场对介质的作用,而且介质的极化、磁化等又受到介质结构的制约。如果介质各向异性、极化和磁化的方向与外场不一致,这时 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{H}$ 之间的关系用张量表示。尤其当介质中传播的电磁场功率很大时,这两对量之间的关系会出现非线性效应,而非线性效应的出现又会导致在其中传播的光产生很强的频率转换、光增益及光脉冲在传播中产生压缩或增宽等新的现象。光纤的非线性效应已经超出了本书所讨论的范围,这里不作专门介绍。就目前光通信的实际情况而言,光源的功率并不大,光纤使用的介质材料是各向同性的,因此,可以认为 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{H}$ 之间满足简单的线性关系:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

其中 ϵ 为介电常数, μ 为磁导率。对非磁性材料 μ 非常接近于 1。此外,功率流密度矢量(坡印廷矢量)

$$\mathbf{s} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.2-7)$$

它描述了电磁场的功率流。借此可以计算沿表面 A 的法向矢量 $\mathbf{n}$ 经表面 A 向外流出的总功率:

$$P = \int_A \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} dA \quad (1.2-8)$$

在很多情况下,可把光束的传播想象为电磁场能量的流动。

我们经常要处理以某一确定频率振荡的单色电磁场。所以使用复

数记号更为方便。其表达式为

$$F(x, y, z, t) = \operatorname{Re}\{G(x, y, z)e^{i\omega t}\} \quad (1.2-9)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (1.2-10)$$

式中, ω 为角频率, $G(x, y, z)$ 是复数的模, 符号 $\operatorname{Re}\{\}$ 表示取括号中的实数部分。实际应用中, 常把符号 $\operatorname{Re}\{\}$ 从方程式中略去, 即简写为

$$F(x, y, z, t) = G(x, y, z)e^{i\omega t} \quad (1.2-11)$$

应用这一复数记号时, 玻印廷矢量(1.2-7)可以写成下列形式

$$\bar{\mathbf{s}} = \frac{1}{2}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \quad (1.2-12)$$

* 号表示对复数取共轭。在(1.2-12)式中, $1/2$ 来源于对时间求平均。 $\bar{\mathbf{s}}$ 上加上一划表示对时间求平均。(1.2-12)式的实数部分是实际的时间平均功率流矢量。

麦克斯韦方程组加上描述介质性质的方程, 则可描述电磁系统各种客观电动力学问题, 只有在边界条件已知的情况下, 才能唯一地确定麦克斯韦方程组的解。

在介电常数为非均匀结构的问题中, 如果不存在介电常数的不连续区, 一般常用的唯一边界条件是场在无穷远处消失, 并在空间任何处都有界。要求场值在无穷远处消失就会导致导模, 其特性是场受光学结构限制, 不会因为辐射而损失能量。我们将会碰到这类问题的解。

在两种介质的交界面处, 由于介质性质的突变, 电磁场也会随之发生变化, 这时常用的边界条件是

$$(\mathbf{H}_t)_1 = (\mathbf{H}_t)_2 \quad (1.2-13)$$

$$(\mathbf{E}_t)_1 = (\mathbf{E}_t)_2 \quad (1.2-14)$$

式中 t 代表场在交界面的切向分量。(1.2-13)和(1.2-14)表明交界面上电场和磁场的切向分量连续。这两个条件和场在无穷远处为零的边界条件一起, 就可以选择适合我们特定问题的解。

此外, 在交界面处电位移矢量 $\mathbf{D}$ 和磁感应矢量 $\mathbf{B}$ 的垂直分量也是连续的。但对时变的交流场, 这一边界条件与(1.2-13)和(1.2-14)式并不独立。只有在静电场静磁场问题中, $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{B}$ 的垂直分量连续的条件和 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 切向分量连续的条件是独立的。对交流时变场, 如果

(1.2-13)和(1.2-14)式满足,则 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{B}$ 的垂直分量连续就自动满足。由于光纤中传播的都是时变场,因而只要用(1.2-13)式和(1.2-14)式这两个边界条件就可以了。

在理想金属的情况下,常常使用另一种边界条件,这就是导体表面上电场的切向分量为零。而且在这种情况下,不需要再用磁场的边界条件了。在光频范围,人们通常不用理想金属的边界条件,因为现有的任何金属都不能满足这一要求,此时金属的介电常数为复数。在这种情况下,上述的电场和磁场的切向分量连续的边界条件仍然完全适用,并且给出完整的描述。

§1.3 波动方程

为了应用方便起见,我们对麦氏方程进行改写,将(1.2-4)代入(1.2-2),对(1.2-2)式取旋度,可得

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) \quad (1.3-1)$$

在推导(1.3-1)式时,假定 μ 是和空间坐标无关的常数,把(1.2-1)和(1.2-3)代入(1.3-1)得到关于矢量 $\mathbf{E}$ 的方程

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.3-2)$$

这个方程式,即使 ε 在空间变化时,也是正确的。利用

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.3-3)$$

再利用(1.2-3)和(1.2-5), (1.3-2)成为

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left[\mathbf{E} \cdot \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \right] = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.3-4a)$$

用相似的方法,可以得到磁场满足的方程。

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \times \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.3-4b)$$

当 ε 与空间坐标无关时,方程(1.3-4)简化为以下的波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.3-5a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.3-5b)$$

在直角坐标中, 方程式(1.3-5)可用标量方程表示:

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (1.3-6)$$

其中

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \quad (1.3-7)$$

它是光在介电常数为 $\varepsilon/\varepsilon_0$ 的介质中的传播速度。

当 ε 是空间坐标的函数时, 只要 ε 的变化在一个光波长的范围内变化很小, 电场矢量的每一个分量还是近似地满足(1.3-6)式。我们将会谈到这一点。

为了阐明波动方程解的物理形态, 不妨把 ψ 写成为:

$$\psi = f\left(t - \frac{1}{v} \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}\right) \quad (1.3-8)$$

式中, 矢量 $\mathbf{r}$ 的分量就是所要观察的场的坐标, $\mathbf{n}$ 是传播方向的单位矢量, 要使(1.3-8)式是波动方程(1.3-6)的解, 速度 v 必须和频率无关。

为了说明(1.3-8)式确实代表平面波, 不妨令它的宗量为 u :

$$u = t - \frac{1}{v} \mathbf{n} \cdot \mathbf{r} \quad (1.3-9)$$

当 u 为任意给定值 u_0 时, 函数有一对应的固定值 $f(u_0)$, 对于每一固定时刻 t , 要得到固定的 u_0 值, 一定要有关系式 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = \text{常数}$ 。这说明同一时刻 t 在空间中垂直于 $\mathbf{n}$ 方向的某一个平面上都可以得到同样的 $f(u_0)$ 。

另一方面, 若时间改变 Δt , 空间位置从 $\mathbf{r}$ 变为 $\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}$, 而且使 Δt 和 $\Delta \mathbf{r}$ 满足关系式

$$\mathbf{n} \cdot \Delta \mathbf{r} = v \Delta t \quad (1.3-10)$$

则宗量 u 仍为 u_0 。(1.3-9)式说明经过 Δt 之后, 同一函数值 $f(u_0)$ 从 $\mathbf{r}$ 沿着 $\mathbf{n}$ 方向移动到了 $\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}$ 处, 即 $f(u_0)$ 以速度 v 在空间移动。很显然, 如果把(1.3-8)式写成

$$\psi = f\left(t + \frac{1}{v} \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}\right) \quad (1.3-8a)$$

ψ 就代表在方向 $-\mathbf{n}$ 上移动的平面波。

在许多波动方程的解中，特别重要的解是在空间的任何一点都对时间作正弦变化的平面波，并可以用下面的形式来表示

$$g = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v} \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}\right)$$

式中 ω 称为角频率， $\omega = 2\pi f$ 。为了方便起见，引进波矢量

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{v} \mathbf{n} \quad (1.3-11)$$

则单色平面波又可表示为

$$g = A \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.3-12)$$

如果我们让 $\mathbf{r}$ 有一增量

$$\Delta \mathbf{r} = \lambda \mathbf{n}$$

而要求函数(1.3-12)式在 $\mathbf{r}$ 从 $\mathbf{r}$ 改变到 $\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}$ 时，函数正好改变一个周期，则

$$k\lambda = 2\pi$$

或

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \omega(\epsilon\mu)^{1/2} \quad (1.3-13)$$

这里

$$k = |\mathbf{k}| \quad (1.3-14)$$

是波矢量的绝对值。

(1.3-12)式在物理上特别重要，因为除了真空之外，对大多数的介质， v 不是常数而是依赖于频率

$$v = v(\omega)$$

即不同频率的正弦波以不同的相速度传播，这一现象叫做色散。所以，严格地说，平面波的一般形式解(1.3-8)只能适用于真空。在其他介质中，当色散不很严重时，它可以作为一个合理的近似。现在就来计算一个一般的扰动 $f(t)$ 通过色散介质时的情况。为了考察这个扰动通过色散介质的情况，必须通过傅里叶积分变换把这个任意函数分解为许多正弦波的叠加。为了方便起见，设波沿 z 轴方向传播，并将初始扰动平面取为 $z=0$ 的平面，则 $f(t)$ 可表示为

$$f(z, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} h(\omega) \cos(\omega t - k_z + \theta(\omega)) d\omega \quad (1.3-15)$$

引入复变函数

$$\phi(\omega) = h(\omega) e^{i\theta(\omega)} \quad (1.3-16)$$

为了把相位和幅度的定义扩展到负频率, 定义(k 也变号)

$$\theta(-\omega) = -\theta(\omega) \quad (1.3-17)$$

和

$$h(-\omega) = h(\omega) \quad (1.3-18)$$

改写(1.3-15)式, 把实变函数的傅里叶变换写成复数的傅里叶变换

$$f(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) e^{i(\omega t - k_z)} d\omega \quad (1.3-19)$$

函数 $\phi(\omega)$ 的幅度由已知的在 $z=0$ 处波的形状决定

$$\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(0, t) e^{-i\omega t} dt \quad (1.3-20)$$

当 v 依赖于频率时, (1.3-19) 式不是波动方程(1.3-6)的解。因为波动方程只有当没有色散(即 v 和频率无关, 或者函数 $f(z, t)$ 可以用很窄的频谱来表示)时才有意义。但(1.3-19)式正确地描述了一般的平面波通过色散介质的传播情况。

很容易把场通过色散介质时的概念推广到扰动是非平面波的情况。为此, 我们再次引入正弦平面波

$$g(\omega, y, z, t) = \phi(k_x, k_y, \omega) \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] \quad (1.3-21)$$

(1.3-21)同(1.3-12)的差别只在于, 其一, 这里采用复数形式来描述正弦波; 其二, 这里的振幅 ϕ 依赖于独立变量 k_x, k_y 和 ω , 因为 k 的幅值 k 必须服从(1.3-13)式, 它的分量必然有一个是不独立的。我们可以用独立变量来表示 k_z ,

$$k_z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (1.3-22)$$

当根号内的表达式成为负数时, k_z 变成虚数。在这种情况下, 不再有平面波而只有迅衰波。迅衰波也是波动方程的解。将(1.3-21)式表示的所有可能的频率和所有可能方向的波叠加, 可以得到波在色散介质中传播的一般表达式:

$$f(x, y, z, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \phi(k_x, k_y, \omega) \exp[i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)] \quad (1.3-23)$$

在这里必须由(1.3-22)式来计算波矢量的 z 分量, 如果用实函数记号, 并考虑到被积函数是 ω 的偶函数, (1.3-23) 又可以写成

$$f(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^3} \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y |\phi(k_x, k_y, \omega)| \cdot \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \theta) \quad (1.3-24)$$

其中 θ 表示相位因子, 这个积分代表了最一般的波, 它不但包含了在各个方向传播的各种可能频率的正弦波, 而且也包含了迅衰波。对纯正弦波扰动, 可以略去(1.3-24)式中对 ω 的积分。

人们可能要问为什么在自由空间有迅衰波存在呢, 因为通常认为迅衰波是波导工作在截止频率以下的特性。在我们讨论的情况中, 迅衰波和全反射现象密切相关。当波从高介电常数材料进入低介电常数材料时会发生全反射现象。为此考虑(1.3-21)式所示的正弦波, 它以(1.3-13)式决定的波长沿 $\mathbf{k}$ 方向传播。为了简单起见, 假定波沿 x - z 平

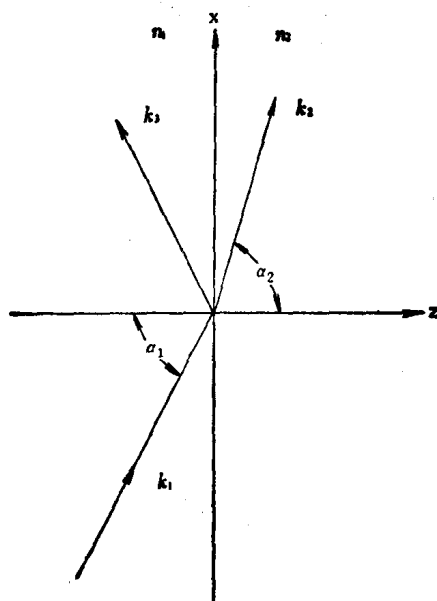


图 1.3.1 波在界面上的折射与反射

面传播,如图 1.3.1 所示,所以 $k_y = 0$ 。我们假定 $n_1 > n_2$, 由折射定律和图 1.3.1 可见

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.3-25)$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{k_{1z}}{k_1} \quad (1.3-26)$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{k_{2z}}{k_2} \quad (1.3-27)$$

电磁场的边界条件要求

$$k_{1z} = k_{2z} = k_{3z} \quad (1.3-28)$$

由(1.3-25)可见,

$$\sin \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_1 > \sin \alpha_1 \quad (1.3-29)$$

当 α_1 增加而尚未达到 90° 时, $\sin \alpha_2$ 即可能等于 1; 当 $\alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

时, 折射波在介质中几乎沿平行于界面的方向传播。 $\alpha_1^0 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

叫做临界角。当入射角大于临界角 α_1^0 时,

$$\sin \alpha_2 = \frac{k_{2z}}{k_2} > 1 \quad (1.3-30)$$

任何实数角 α_2 都不能满足上式, 所以只有反射波而没有折射波。电磁波从光密介质进入光疏介质时, 介面上发生全反射现象, 即当 α_1 大于临界角 α_1^0 时, 波就全反射, 但此时(1.3-25)到(1.3-29)的分析仍然正确。由(1.3-30)得

$$k_{2z} > k_2 = \omega n_2 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \quad (1.3-31)$$

因此

$$\begin{aligned} k_{2z} &= \sqrt{\omega^2 n_2^2 \mu_0 \epsilon_0 - k_{2z}^2} \\ &= i \sqrt{k_{2z}^2 - \omega^2 n_2^2 \epsilon_0 \mu_0} \end{aligned} \quad (1.3-32)$$

即 k_{2z} 为虚数, 可见介质 2 中, 场在 z 方向的传播按 $\exp(-|k_{2z}|z)$ 的指数形式衰减, 即场的反应是在 z 方向上收缩, 因此就会产生迅衰场。

以上我们只讨论了波动方程(1.3-6), 它只不过是(1.3-4)式的特

例而已。比较方程(1.3-4)和(1.3-6)可以发现忽略了(1.3-4)式左边第二项后,就可以用简单的波动方程(1.3-6)来代替(1.3-4)式。

在(1.3-4)式中,左端第一项和右端是同一个数量级的。由于电场 E 的表达式可由(1.3-12)的叠加来形成,因而(1.3-4)式右端项的数量级为

$$\varepsilon\mu\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \omega^2\varepsilon\mu E = \frac{\omega^2}{v^2}E = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 E \quad (1.3-33)$$

为了估计(1.3-4)左端第二项的数量级,我们用沿某方向 s 的方向导数来代替 ∇ 算符,则由 E 的(1.3-21)式的形式,并利用 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$,得

$$\nabla\left(E\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right) \approx \frac{\partial}{\partial S}\left(E\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right) \approx \frac{2\pi}{\lambda}E\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon} + E\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right) \quad (1.3-34)$$

我们感兴趣的是在(1.3-34)式中右端的第二项比第一项小很多的情形。把(1.3-34)同(1.3-4)右端进行比较,即与(1.3-33)比较,得这两项相比的数量级为:

$$R = \frac{\nabla\left(E\cdot\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right)}{\varepsilon\mu\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}} \approx \frac{\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{|\nabla\varepsilon|}{\varepsilon}}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2} = \frac{1}{2\pi}\lambda\frac{|\nabla\varepsilon|}{\varepsilon} \approx \frac{1}{2\pi}\lambda\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2\Delta S} \quad (1.3-35)$$

上式最后一步把 $|\nabla\varepsilon|$ 取为和波传播方向垂直、且距离为 ΔS 。两点间介电常数的相对差值 $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\varepsilon_2$ 。若取 $\Delta S = \lambda$,则(1.3-35)成为

$$R = \frac{1}{2\pi}\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (1.3-36)$$

如果我们希望忽略(1.3-4)式左端的第二项,就要求 $R \ll 1$ 。在非均匀的光学介质中这一条件经常是满足的。我们发现,用非均匀连续的介电常数的介质材料制成的光波导中,大多数情况下均满足 $R \ll 1$ 。所以可用解波动方程(1.3-6)来代替解方程(1.3-4)。唯一使(1.3-36)式接近或大于1的地方是在两个不同介质的界面处。但是,只要分别求解介质1和2中的波动方程,再用边界条件把它们联系起来就行。下面来证实忽略(1.3-34)式右端第二项是否合适。这两项之比的大致量级为: