

# 机械振动

上册

清华大学工程力学系  
固体力学教研组振动组 编

机械工业出版社

# 机 械 振 动

(上 册)

清华大学工程力学系  
固体力学教研组 振动组 编



机 械 工 业 出 版 社

本书系统地论述了振动的基本理论以及在工程上的应用。上册主要内容为线性振动，共分十章和三个附录，包括单自由度、多自由度系统和弹性体振动，以及原则上可对任何结构离散化的有限单元法和实现工程计算的电子计算机算法，附有计算程序。

本书可作为高等院校振动课程的教学参考书，以及从事机械振动、结构振动方面研究和计算工作的工程技术人员的参考书。

## 机械振动

(上册)

清华大学工程力学系  
固体力学教研组 振动组 编

\*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可出字第 117 号)

民族印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

\*

开本  $850 \times 1168 \frac{1}{32}$  · 印张  $21 \frac{1}{8}$  · 字数 553 千字  
1980 年 8 月北京第一版 · 1980 年 8 月北京第一次印刷

印数 00,001—10,000 · 定价 2.60 元

\*

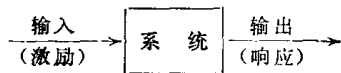
统一书号：15033 · 4778

# 前 言

随着近几十年来工业和科学技术的飞速发展,产品愈加精巧、复杂,各种工程结构愈加巨型化,为了保证它们的可靠性和良好的性能,振动问题已成为工程技术领域里普遍需要认真研究和解决的重要课题。尤其是由于电子计算机的运用,先进的振动量测和分析技术的出现,使我们有可能解决远比以往复杂得多的实际振动问题,振动理论的研究相应有了许多重要发展,并得到了广泛的应用。可以这样说,今天振动理论已经成为工程技术人员正确进行产品和结构的动力特性设计所必需具备的基础知识。在高等理工科院校中,振动理论已是许多专业的一门必修课程。

振动问题所涉及的内容可以用下面的框图来作扼要的说明。

关于所研究的振动问题的对象,无论是机械产品、工程结构或者零部件等,都可以理解为框图所示的系统,通常称为振动系统或机械系统,它表征系统本身的振动特性。外界对于系统的输入,包括初始干扰、外激振力等统称为激励,系统在输入下产生的输出,通常称为系统的动态响应,简称响应。在工程技术问题中最普遍的振动问题属于**振动设计**,即在已知输入情况下,设计系统的振动特性,使得它的动态响应能满足一定的要求。此外,还有通过已知的输入和输出来研究系统的特性,称为**系统识别**;已知系统的特性和输出来研究输入,称为**环境预测**。



振动的分类也可以用上面的框图加以说明。

I. 按对系统的输入类型可分为:

自由振动——系统受初始干扰或原有的外激振力取消后产生的振动。

强迫振动——系统在外激振力作用下产生的振动。

自激振动——系统在输入和输出之间具有反馈特性，并有能源补充而产生的振动。

Ⅱ. 按系统的输出（振动规律）可分为：

简谐振动——振动量为时间的正弦或余弦函数。

周期性振动——振动量为时间的周期函数，故可用谐波分析的方法展开为一系列简谐振动的叠加。

瞬态振动——振动量为时间的非周期函数，通常只在一定的时间内存在。

随机振动——振动量不是时间的确定性函数，因而不能预测而只能用概率统计的方法来研究。

Ⅲ. 按系统的自由度可分为：

单自由度系统振动——用一个独立座标就能确定的系统振动。

多自由度系统振动——用多个独立座标才能确定的系统振动。

弹性体振动——须用无限多个独立座标（位移函数）才能确定的系统振动，也称为无限自由度系统振动，以区别于上述单自由度和多自由度系统振动（有限自由度系统振动）。

Ⅳ. 按描述系统的微分方程可分为：

线性振动——用常系数线性微分方程来描述，它的惯性力、阻尼力及弹性力只分别与加速度、速度及位移成正比。

非线性振动——要用非线性微分方程来描述，即微分方程中出现非线性项。

本书着重介绍机械系统振动，全书分上下两册。上册主要内容是线性振动，包括单自由度、两自由度、多自由度和弹性体振动的基本理论，及其在工程实际中的应用。介绍了矩阵方法，有限单元法和电子计算机算法，并附有计算程序。它可以作为高等理工院校有关专业本科生和研究生的教学参考书，同时也可以作为从事机械振动和结构振动方面工作的技术人员的参考书。下

册主要包括瞬态振动、非线性振动、随机振动、机械阻抗和模态分析等一些专题内容的基础知识，作为需要在某方面作深入研究的入门。

第一章是从运动学的观点把各种振动量，其中包括位移、速度、加速度以及对系统的激振力等，都作为时间的函数加以讨论。介绍了振动用矢量及复数的两种基本表示法。讨论了简谐振动的基本性质；通过谐波分析把周期性振动分解成一系列简谐振动的叠加，说明以后各章着重讨论简谐振动仍不失其一般性。

第二至第四章系统地讨论了单自由度和两自由度线性系统的振动，包括无阻尼和有阻尼情况下的自由振动和强迫振动，从而建立振动的一系列基本概念，阐明振动的重要特性。这是振动理论最基本的部分，必需深入掌握，熟练运用。在这里没有引入矩阵运算，为的是使读者只需具有微积分、微分方程和理论力学基础就能学习和掌握这部分内容，并用以解决一些比较简单的实际振动问题。照顾到不同专业和不同工作岗位技术人员的需要，结合各个方面的实例，介绍了一些比较有实用价值的振动知识，包括扭转振动、梁振动、转子临界转速和动平衡问题、测振仪和隔振原理以及减振器等。

第五章是为没有学过分析力学的读者扼要介绍分析力学的基础知识，主要内容是推导了拉格朗日方程和哈密尔顿原理，其目的是为建立多自由度系统和弹性体振动微分方程提供另一种统一的方法，并为根据变分原理得出的近似计算方法奠定理论基础。

第六章讨论多自由度系统振动的一般理论和分析方法，它是两自由度系统振动理论的一般推广和总结。由于实际的连续系统可以通过有限单元法等手段离散化为有限自由度系统，而使本章不仅具有重要的理论意义，并且具有更为重要的应用价值。学好本章将起着承前启后的关键作用。它与第十章用电子计算机解振动问题配合，可以处理大量的机械产品和工程结构的振动计算问题。本章开始应用矩阵运算，在方法上着重介绍了振型叠加法，计算上主要介绍矩阵迭代法，它一方面适用于电子计算机的计算；

另一方面在自由度较少的情况，也便于较快地直接进行计算。同时也介绍了一些近似估算的简单方法，因为即使在运用电子计算机计算时，也需要用它来进行校核。最后还介绍了传递矩阵法，它是处理链状结构振动问题的一种有效方法，在计算曲轴扭转振动、轴系临界转速等工程问题中已广泛采用。

第七、八两章主要介绍杆、板、圆环等弹性体振动和管道内气柱振动等连续系统的振动问题。第七章通过杆的纵向、扭转、弯曲振动建立连续系统振动的基本概念和分析方法。第八章介绍了基于变分原理建立梁、圆环和板的微分方程和边界条件的方法，此外还介绍了瑞雷——李兹法和伽辽金法等近似计算方法，以便于处理那些得不到解析解的弹性体振动问题。

第九章介绍了有限单元法如何应用于振动问题，包括基本概念和求解的具体步骤。原则上任何弹性结构都可用有限单元法离散化为有限自由度系统，凡是用有限单元法进行过静力计算的弹性结构在需要进行振动设计时，都能很方便地加以扩充进行计算。因此有限单元法已日益成为处理振动问题的常用方法之一。

第十章介绍了如何应用电子计算机来解振动问题，包括特征值计算和响应计算两大部分。可以根据系统自由度的多少选择不同的计算方法。为了方便初学者，本章附录还给出了一些常用的计算程序，其中有适合于有限单元法计算的求解大型稀疏带状矩阵的反迭代法和子空间迭代法，以及用传递矩阵方法解扭转振动、轴系振动和叶片振动等。书中附有算例，可供读者练习，也可直接采用或经部分扩充修改后应用。

振动问题在我国科技界也日益受到重视，有关方面已开展了不少工作，但是目前我国自己编著的振动方面的书籍还很少，不能适应有关工程技术人员和工院校教学的需要。本书就是根据这种要求编写的，但是由于我们理论水平不高，实际工作经验不多，本书肯定有很多需要改进之处，希望读者和有关方面同志提出宝贵意见。在工作过程中，我们得到许多兄弟院校和单位的同志们提出的珍贵建议。书中还引用了一些单位的科研成果。最后

蒙昆明工学院屈维德教授仔细审阅。对此均表示衷心的感谢。

参加本书上册编写的有：郑兆昌、庞家驹、王勛成、何积范、丁奎元、姚振汉、李德葆、吴建基同志。制图主要由王文莲同志完成。全书由郑兆昌和庞家驹同志作了校核。教研组其他同志也为本书做了不少工作。

编者 1978.12



## 常用符号表

$A$ —— 自由振动振幅	cm
$A$ —— 面积	$\text{cm}^2$
$B$ —— 强迫振动振幅	cm
$D, d$ —— 直径	cm
$E$ —— 弹性模量	$\text{kg}/\text{cm}^2$
$e$ —— 偏心距	cm
$F$ —— 力	kg
$f$ —— 频率	Hz
$G$ —— 剪切弹性模量	$\text{kg}/\text{cm}^2$
$g$ —— 重力加速度	$\text{cm}/\text{s}^2$
$H, h$ —— 高度	cm
$I$ —— 转动惯量	$\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$
$i$ —— $\sqrt{-1}$	
$J$ —— 截面惯性矩	$\text{cm}^4$
$K, k$ —— 弹簧刚度	$\text{kg}/\text{cm}$
$L, l$ —— 长度	cm
$M$ —— 力矩、弯矩	$\text{kg} \cdot \text{cm}$
$M_t$ —— 扭矩	$\text{kg} \cdot \text{cm}$
$M, m$ —— 质量	$\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$
$n$ —— 转速	rpm
$n$ —— 衰减系数	
$P$ —— 力	kg
$p$ —— 固有圆频率	1/s
$Q$ —— 广义力	
$q$ —— 广义座标	
$R, r$ —— 半径	cm
$r, c$ —— 阻尼系数	$\text{kg} \cdot \text{s}/\text{cm}$
$T$ —— 周期	s
$T$ —— 动能	$\text{kg} \cdot \text{cm}$

## 常用符号表

X V

$t$ —— 时间	s
$U$ —— 势能	kg·cm
$V$ —— 体积	cm <sup>3</sup>
$W, w$ —— 重量	kg
$W$ —— 功	kg·cm
$u, v, w$ —— 位移	cm
$x, y, z$ —— 座标	
$x, y, z$ —— 位移	cm
$\beta$ —— 放大因子	
$\gamma$ —— 重度	kg/cm <sup>3</sup>
$\delta$ —— 柔度	cm/kg
$\delta$ —— 对数减幅	
$\epsilon$ —— 应变	
$\zeta$ —— 相对阻尼系数	
$\eta$ —— 隔振系数	
$\eta$ —— 损耗因子	
$\theta$ —— 转角, 角位移	rad
$\lambda$ —— 频率比	
$\nu$ —— 振幅比	
$\rho$ —— 单位长度质量	kg·s <sup>2</sup> /cm <sup>2</sup>
单位体积质量	kg·s <sup>2</sup> /cm <sup>4</sup>
$\sigma$ —— 正应力	kg/cm <sup>2</sup>
$\tau$ —— 剪应力	kg/cm <sup>2</sup>
$\tau$ —— 时间	s
$\varphi$ —— 相位角	rad
$\psi$ —— 相位角	rad
$\omega$ —— 激振圆频率	1/s
$\omega$ —— 角速度	rad/s

## 常用矩阵符号表

〔 $M$ 〕——质量矩阵〔 $K$ 〕——刚度矩阵

- $[\delta]$ ——柔度矩阵  
 $\{A\}$ ——主振型列阵  
 $[A_p]$ ——振型矩阵  
 $[M_p]$ ——主质量矩阵  
 $[K_p]$ ——主刚度矩阵  
 $[M_N]$ ——正则质量矩阵  
 $[K_N]$ ——正则刚度矩阵  
 $\{A_N\}$ ——正则振型列阵  
 $[A_N]$ ——正则振型矩阵  
 $\{x_p\}$ ——主坐标列阵  
 $\{x_N\}$ ——正则坐标列阵  
 $[A_p^*]$ ——截断振型矩阵  
 $[A_N^*]$ ——截断正则振型矩阵  
 $[M_p^*]$ ——截断主质量矩阵  
 $[K_p^*]$ ——截断主刚度矩阵  
 $[M_N^*]$ ——截断正则质量矩阵  
 $[K_N^*]$ ——截断正则刚度矩阵  
 $[C]$ ——阻尼矩阵  
 $[C_N]$ ——正则坐标中的阻尼矩阵  
 $[C_N]$ ——正则振型的阻尼矩阵  
 $[D]$ ——动力矩阵  
 $\{P\}$ ——外力列阵  
 $\{P_N\}$ ——正则坐标中的广义力列阵

### 常用单位符号

#### 1. 长度

米	m
厘米	cm
毫米	mm
微米	$\mu$

#### 2. 时间

分	min
---	-----

秒	s
3. 平面角	
弧度	rad
度	°
4. 速度	
米每秒	m/s
厘米每秒	cm/s
5. 加速度	
米每秒每秒	m/s <sup>2</sup>
厘米每秒每秒	cm/s <sup>2</sup>
6. 角速度	
弧度每秒	rad/s
7. 角加速度	
弧度每秒每秒	rad/s <sup>2</sup>
8. 转数	
每分钟转数	rpm
9. 质量	
力/加速度	kg·s <sup>2</sup> /cm
10. 力	
公斤	kg
吨	T
11. 压力	
力/平方厘米	kg/cm <sup>2</sup>
12. 功与能	
公斤·米	kg·m
公斤·厘米	kg·cm
13. 功率	
千瓦	kW

# 目 录

第一章 振动的运动学概念 .....	1
1.1 引言 .....	1
1.2 简谐振动 .....	2
1.3 简谐振动的矢量表示法 .....	5
1.4 简谐振动的复数表示法 .....	7
1.5 谐波分析 .....	9
第二章 单自由度系统的自由振动 .....	14
2.1 引言 .....	14
2.2 弹簧质量系统的自由振动 .....	16
2.3 角振动 .....	24
2.4 能量法 .....	29
2.5 瑞雷法 .....	34
2.6 等效刚度 .....	38
2.7 有阻尼的自由振动 .....	44
第三章 单自由度系统的强迫振动 .....	52
3.1 引言 .....	52
3.2 简谐激振力引起的强迫振动 .....	53
3.3 偏心质量引起的强迫振动 .....	66
3.4 支承运动引起的强迫振动 .....	69
3.5 隔振原理 .....	73
3.6 惯性式测振仪原理 .....	76
3.7 单盘转子的临界转速 .....	80
3.8 转子的平衡问题 .....	84
3.9 简谐力的功 .....	89
3.10 阻尼理论 .....	92
3.11 周期激振的响应 .....	98
3.12 任意激振的响应 .....	104

第四章 两自由度系统的振动 .....	112
4.1 引言 .....	112
4.2 双质量弹簧系统的自由振动 .....	113
4.3 扭转振动 .....	120
4.4 刚体在平面内的振动 .....	124
4.5 拍的现象 .....	129
4.6 梁振动 .....	133
4.7 回转效应 .....	138
4.8 双质量弹簧系统的强迫振动 .....	141
4.9 动力减振器 .....	147
4.10 离心摆式减振器 .....	150
4.11 阻尼对强迫振动的影响 .....	152
第五章 分析力学基础 .....	156
5.1 引言 .....	156
5.2 自由度和广义坐标 .....	157
5.3 虚位移原理 .....	160
5.4 动能和势能 .....	166
5.5 拉格朗日方程 .....	175
5.6 哈密尔顿原理 .....	182
第六章 多自由度系统的振动 .....	188
6.1 引言 .....	188
6.2 多自由度系统振动方程式 .....	190
6.3 固有频率和主振型 .....	199
6.4 主坐标和正则坐标 .....	207
6.5 固有频率值相等或为零的情况 .....	222
6.6 系统对初始条件的响应 .....	232
6.7 矩阵迭代法 .....	240
6.8 其他近似解法 .....	263
6.9 多自由度系统的阻尼 .....	279
6.10 系统对激振的响应 .....	288
6.11 传递矩阵法 .....	295
第七章 弹性体振动 (上) .....	311
7.1 引言 .....	311

7.2 弦振动	312
7.3 杆的纵向振动	320
7.4 杆的扭转振动	325
7.5 梁的横向振动	329
7.6 轴向力、转动惯量和剪切变形的影响	341
7.7 近似解法	346
7.8 梁振动的响应	356
7.9 传递矩阵法	364
7.10 气柱振动	368
第八章 弹性体振动 (下)	378
8.1 引言	378
8.2 梁的横向振动	378
(1) 变分方法	378
(2) 近似解法	382
(3) 梁的双向横振动	385
(4) 有轴向力作用的杆件横向振动	389
8.3 圆环振动	392
(1) 圆环变形分析	392
(2) 圆环在环面内的振动	396
(3) 圆环的扭转振动和面外弯曲振动	400
(4) 与圆环有关的其他振动问题	402
8.4 薄板的横向振动	404
(1) 基本方程式	404
(2) 矩形板振动	410
(3) 近似解法	414
(4) 圆板振动	423
第九章 有限单元法	427
9.1 引言	427
9.2 平面刚架结构的振动	429
(1) 结构的离散化	429
(2) 单元特性分析	430
(3) 座标转换	444

(4) 结构的综合分析 .....	448
9.3 平面内振动问题 .....	453
9.4 薄板的横向振动 .....	461
第十章 用电子计算机解振动问题 .....	467
10.1 引言 .....	467
10.2 用线性代数计算方法求解固有频率和主振型 .....	468
(1) 概述 .....	468
(2) 矩阵迭代法 .....	469
(3) 吉文斯-豪斯霍尔德法 (G-H法) .....	475
(4) 矩阵反迭代法 .....	484
(5) 子空间迭代法 .....	487
10.3 有阻尼系统对初始条件和简谐激振力的响应 .....	494
(1) 概述 .....	494
(2) 有阻尼多自由度系统的正则化 .....	497
(3) 系统对初始条件和简谐激振力的响应 .....	501
10.4 用传递矩阵法解链状结构的振动问题 .....	511
(1) 概述 .....	511
(2) 轴盘系统的扭转振动 .....	516
(3) 轴系的横振动 .....	522
10.5 用常微分方程数值积分法解弹性体振动的一维问题 .....	531
(1) 概述 .....	531
(2) 变截面杆的扭转振动 .....	534
(3) 变截面杆的双向横振动 .....	539
附录 .....	544
I. 复数 .....	544
II. 矩阵基础知识 .....	548
III. 用电子计算机解振动问题常用过程 .....	574
1. 矩阵迭代法求特征值过程 <i>MAIT</i> .....	574
2. 主元消去法解线性代数方程组过程 <i>ALG</i> .....	576
3. 广义特征值问题简化过程 <i>REDUC1</i> .....	578
4. 实对称矩阵豪斯霍尔德变换过程 <i>TRED2</i> .....	581
5. <i>QL</i> 法求完全特征系过程 <i>TQL2</i> .....	584



6. 特征矢量还原过程 <i>REBAKA</i> .....	588
7. 反迭代法求大型广义特征值过程 <i>MAIT1</i> .....	590
8. 子空间迭代法求大型广义特征值过程 <i>SMIT</i> .....	595
9. 有阻尼多自由度系统正则化过程 <i>NOM</i> .....	601
10. 矩阵乘法过程 <i>MATM</i> .....	603
11. 有阻尼系统对初始条件响应求解过程 <i>RESP1</i> .....	604
12. 有阻尼系统对简谐激振力响应求解过程 <i>RESP2</i> .....	606
13. 二分法试根过程 <i>FREQ</i> .....	608
14. 轴盘系统扭振试算递推过程 <i>HOLZ</i> .....	609
15. 轴系横振动试算递推过程 <i>PROL</i> .....	611
16. 定步长龙格库塔法数值积分过程 <i>RKA</i> .....	615
17. 变截面杆扭转振动试算积分过程 <i>TV</i> .....	616
18. 杆件扭振方程组右端函数过程 <i>FT</i> .....	617
19. 变截面杆双向横振动试算积分过程 <i>BBV</i> .....	617
20. 杆件双向横振动右端函数过程 <i>FBB</i> .....	619
习题 .....	621
习题答案 .....	650
主要参考书目 .....	658