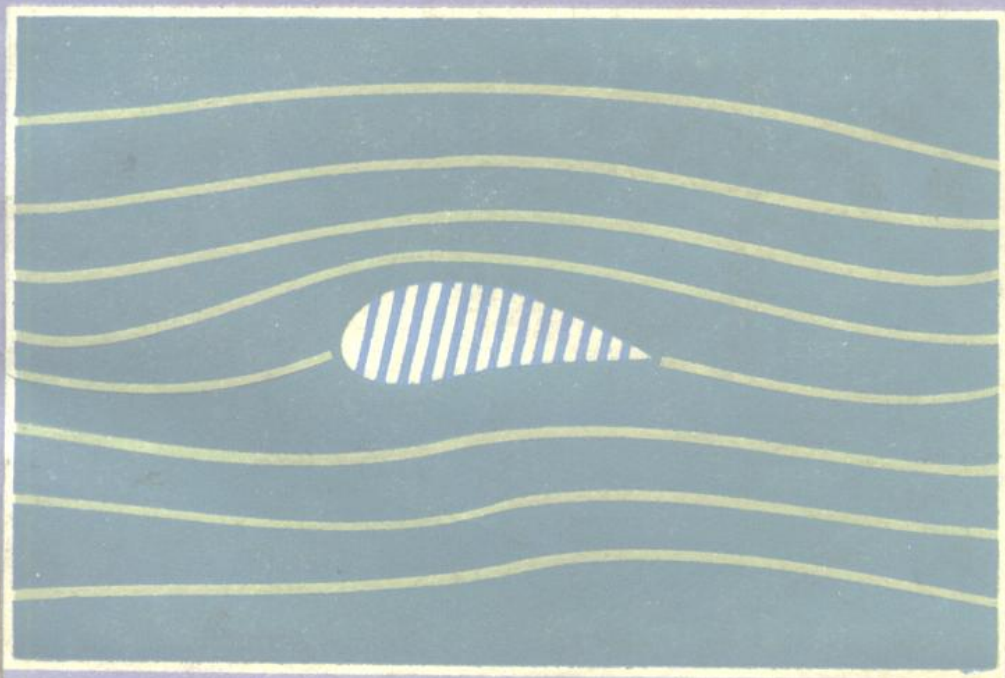


428

流体力学

叶敬棠 柳兆荣 许世雄 吴正 编著



复旦大学出版社

内 容 简 介

本书是在复旦大学力学专业近年来所使用的流体力学讲义的基础上修改和补充而成的。书中系统地阐述了流体力学的基本内容和解决流体力学问题的基本方法。全书共分十三章,第一章绪论,其余十二章分别介绍了理想流体力学、粘性流体力学以及气体动力学基础。本书内容丰富,系统性强,叙述严谨。书中还附有大量的例题和习题以帮助读者更好地理解 and 掌握流体力学的基本内容和解题方法。

本书可作为高等院校力学和其他有关专业流体力学的教材或教学参考书,同时还可供有关的科学技术人员参考。

2758/06

流 体 力 学

叶敬棠 柳兆荣 编著
许世雄 吴 正

复旦大学出版社出版

(上海国权路579号)

新华书店上海发行所发行 复旦大学印刷厂印刷

开本850×1168 1/32 印张20 字数572,000

1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷

印数1—3,500

ISBN7-309-00166-4/O·43

定价: 4.90元

前 言

本书是作者多年来在复旦大学力学专业所使用的流体力学讲义的基础上修改和补充而成的。

流体力学是力学专业的基础课,内容丰富,科学性和系统性强,与其他学科的关系密切,具有广泛的应用性。本书系统地讨论了流体运动的基本规律、流体与相邻固体的相互作用,并且着重于阐明流体力学的基本概念以及流体力学问题的建立过程和数学处理方法,在叙述与分析的深度和风格上有一定的特色。

全书共分十三章,第一章绪论,第二~七章介绍了理想流体运动,包括流体运动的描述和连续性方程、理想流体的运动方程、旋涡运动、平面和空间的无旋运动以及水波理论等,第八~十一章介绍了粘性流体运动,包括粘性流体力学的基本方程、小Reynolds数流动,层流边界层以及湍流引论等,第十二、十三章介绍了气体动力学基础,包括气体动力学方程和一维定常流以及正激波和一维不定常流等。最后,还将必要的矢量运算公式、力学量的单位换算以及在几种常用坐标系下的流体力学基本方程等以附录的形式列在书末,以便读者查阅。

本书各章都附有一定数量的例题,它们大多具有一定的典型性和启发性。有的例题着重帮助读者对流体力学基本概念和基本原理的理解,有的着重于介绍流体力学的解题方法,有的则介绍流体力学基本原理在某些重要问题上的应用。每章后面附有相当数量的练习题,这些习题都是根据教学要求编选的,以引导读者加对流体力学基本内容的理解,提高读者运用基本理论知识解决具体问题的能力。

本书的编写大体分工如下:叶敬棠主持了本书初期的编写工作,柳兆荣编写了一~七章,许世雄编写了八~十章,叶敬棠和许世雄编写了第十一章,叶敬棠和吴正编写了十二、十三章,吴正编写了附录

并演算了全部习题。全书由柳兆荣负责定稿。

本书最后附有参考书目。作者在教学和编写过程中曾从这些参考书中得到不少的启发和帮助，在此一并对这些参考书的作者们表示感谢。

本书难免有不妥和错误之处，恳请广大读者批评指正。

作 者

于复旦大学

1987 年 3 月

目 录

前言

第一章 绪论

§ 1-1 流体力学的任务与研究方法	1
§ 1-2 流体的连续介质模型	3
§ 1-3 流体的易流动性	8
§ 1-4 流体的粘性	8
§ 1-5 流体的可压缩性	14

第二章 流体运动的描述与连续性方程

§ 2-1 描述流体运动的方法	17
§ 2-2 迹线与流线	27
§ 2-3 流体的体系与控制体	33
§ 2-4 连续性方程的积分形式	38
§ 2-5 连续性方程的微分形式	45
§ 2-6 连续性方程的 Lagrange 形式	47
§ 2-7 流体微团的运动	50
§ 2-8 有旋运动与无旋运动	59
§ 2-9 速度势与速度环量	65
习题	67

第三章 理想流体的运动方程

§ 3-1 作用在流体上的力	77
§ 3-2 理想流体的 Euler 运动方程	82
§ 3-3 流体静力学	88
§ 3-4 Bernoulli 方程	98
§ 3-5 运动坐标系中流体的相对运动与绝对运动 方程	111

§ 3-6 动量定理的直接应用	124
§ 3-7 运动方程的 Lagrange 形式	136
§ 3-8 理想流体动力学问题的提法	139
习题	149

第四章 理想流体的旋涡运动

§ 4-1 涡量场以及旋涡的运动学特性	166
§ 4-2 Kelvin 速度环量定理	170
§ 4-3 Lagrange 定理	173
§ 4-4 涡线与涡管强度保持定理	175
§ 4-5 旋涡的形成	180
§ 4-6 由涡量场和散度场决定速度场	186
§ 4-7 涡线诱导的速度场	192
习题	199

第五章 不可压缩理想流体的平面无旋运动

§ 5-1 平面流动的流函数与复势	202
§ 5-2 简单的复势	211
§ 5-3 圆柱的绕流	223
§ 5-4 映像法	234
§ 5-5 机翼剖面的外部绕流	239
§ 5-6 定常绕流中物体的受力	258
§ 5-7 多角形区域内的流动	264
§ 5-8 自由流线理论	271
§ 5-9 柱体在不可压缩流体中的运动	280
习题	285

第六章 不可压缩理想流体的空间流动

§ 6-1 Stokes 流函数	294
§ 6-2 若干典型的流动	299
§ 6-3 奇点法	303
§ 6-4 圆球在静止流体中的运动	308
习题	318

第七章 水波理论

§ 7-1 基本方程及其边界条件	323
§ 7-2 小振幅水波问题速度势的一般解	330
§ 7-3 无限深水域中的水波	335
§ 7-4 有限深水域中的水波	345
§ 7-5 波能量的迁移与群速度	348
§ 7-6 两种液体分界面上的波动	357
§ 7-7 长波	364
习题	371

第八章 粘性不可压缩流体运动的基本方程

§ 8-1 粘性流体的本构关系式	375
§ 8-2 基本方程组和边界条件	380
§ 8-3 粘性不可压缩流体运动的涡量分析	388
§ 8-4 粘性不可压缩流体运动基本方程的一些准确解	391
§ 8-5 相似理论及量纲分析	404
习题	416

第九章 粘性不可压缩流体的小 Reynolds 数流动

§ 9-1 Stokes 方程	422
§ 9-2 小球匀速缓慢运动问题	424
§ 9-3 旋转流动	430
§ 9-4 润滑理论	438
习题	445

第十章 粘性不可压缩流体的层流边界层

§ 10-1 Prandtl 边界层方程	448
§ 10-2 边界层内的流动分析和流动分离现象	455
§ 10-3 平板边界层 (Blasius 解)	457
§ 10-4 边界层方程的相似解	461
§ 10-5 对称柱体绕流的边界层	465
§ 10-6 层流射流	469

§ 10-7 粘性不可压缩流体边界层的近似计算方法 ——动量积分方程	472
§ 10-8 存在压力梯度时边界层的近似解	478
习题	480

第十一章 湍流引论

§ 11-1 湍流现象	483
§ 11-2 湍流运动的基本方程组	487
§ 11-3 湍流的半经验理论	490
§ 11-4 直管湍流	493
§ 11-5 平板湍流边界层	499
§ 11-6 层流向湍流过渡	505
习题	507

第十二章 气体动力学基本方程和一维定常流

§ 12-1 基本方程	509
§ 12-2 音速和马赫数	517
§ 12-3 一维定常等熵管流的基本方程	527
§ 12-4 Bernoulli 方程和一维等熵关系式	536
§ 12-5 一维管道中等熵流动的计算	546
习题	555

第十三章 正激波和一维不定常流

§ 13-1 激波现象	560
§ 13-2 正激波的基本方程	563
§ 13-3 正激波前后流动参量之间的关系	571
§ 13-4 激波的传播和伴流	576
§ 13-5 一维不定常管流的基本方程	586
§ 13-6 特征型方程和特征线解法简介	587
§ 13-7 单波	591
§ 13-8 活塞在等截面管道中的运动	600
§ 13-9 激波管	606

第一章 绪 论

§ 1 1 流体力学的任务与研究方法

力学是研究物体机械运动的规律及其应用的科学,它既是一门应用面很广的学科,又是一门基础性很强的学科。

流体力学是力学的一个分支。它是研究流体的运动规律,特别是研究流体与相邻固体(例如拦蓄河水的大坝、被空气包围着的飞行器、输送流体的管道等等)之间的相互作用规律,以及研究流体的机械运动与其他形式的运动(如热运动、化学运动等等)之间相互作用的规律,并力图利用这些规律去解决工程实际中的问题、解释自然界中的有关现象的一门学科。

由于在自然界中流体的存在是很普遍的,因而决定了流体力学这门学科应用的广泛性。在包括航空、航天、建筑、水利、交通、机械、采矿、冶金、化工、纺织、石油、能源等许多重要的工程技术中,处处有流体力学研究的课题,处处需要流体力学。例如,飞行器与船舶的外形设计、操纵性与稳定性的分析是典型的流体力学研究课题;在水利工程中,大型水利枢纽、水库、水力发电站的设计和建造、洪峰的预报、泥沙的沉积和运动等问题都是与流体力学紧密联系在一起的;流体力学对于动力机械的发展也有极其重要的意义,因为提高水力及蒸汽透平、喷气发动机、压缩机和水泵等动力机械的性能是与正确设计叶片、导流片及其他部件的形状有关的,而后者显然是离不开流体力学的。此外,诸如机械工业中的润滑、冷却、液压传动、气力输运以及液压和气动控制,冶金工业中的液态金属在炉内的冷却、通风以及合理冶炼炉的设计,化学工业中的化学反应、传热和传质分析,石油工业中的油、气、水的渗流以及油、气的自喷、抽吸和输运,土建工程中的风力载荷分析、给排水、采暖通风

等等都与流体力学紧密相关,工程技术向流体力学提出了大量的问题,流体力学也不断以其新的研究成果深刻地影响与改变着工程技术的设计思想,大大促进了工程技术的发展。

同时,近几年来,流体力学又渗透到天体、地球与生物领域,形成了许多边缘学科。流体力学工作者投身到宇宙论、天体演化、星系结构、天体爆炸、太阳风、行星磁场的研究中,又开展了对大气、洋流、海浪、地壳运动、地幔对流等的研究。此外,还深入到生物学,将流体力学应用于生物系统,发展了生物流体力学。这些边缘学科的崛起,似雨后春笋,有旺盛的生命力。这些学科,又像未开垦的处女地,到处有迷人的前景。正由于流体力学在工程技术中有广泛的应用,并富有创新的前景,使得这门学科始终朝气蓬勃、充满生机。

下面我们来简单介绍一下流体力学研究的方法。一个较完全的流体力学问题的解决,通常需要经历这样四个环节:

(1) 归结模型。这就是要深入了解所研究对象的实际背景与工作状况,查明影响所研究特征的诸因素,以及这些因素对所研究系统的作用情况。由于实际的系统往往是十分复杂的,这就需要抓住主要矛盾,做某些简化假定。假定哪些因素是重要的,需要加以考虑;哪些因素是次要的,可以暂且忽略不计。从而归结出一个能代表事物本质的简化模型。为了对这个模型进行理论分析,往往还需要通过实验的方法对所研究的系统测试出各种有关的数据,像流体的力学特性、系统的几何尺寸等等。

(2) 建立数学方程。对于所归结的简化模型,利用一些物理基本定律,建立描述所研究对象的基本方程。这些定律包括质量守恒定律、动量定理和能量守恒定律。物质既不能创生也不能消失的守恒定律可以适用于连续介质,比如单位时间内流进管系的液体体积等于流出该管系的液体体积,也可以适用于离散的分子甚至原子,比如在植物叶子光合作用的分析模型中,进入叶子的碳原子的净数目应等于所包含化合物中碳原子的增加数目。基于物质守恒定律所建立的方程通常称为连续性方程。流体力学是研究在力作用下流体的运动规律,因此,动量定理是十分必要的,它可以提供描述流体运动规律的运动方程。在能量守恒

定律中,可以包括机械能、热能、化学能甚至辐射能等等。基于能量守恒定律可以建立起能量方程。除此之外,有时还需要借助于实验的方法或理论分析的方法,建立一些补充方程,例如描述流体应力-应变率关系的本构方程与描述流体压力-密度关系的状态方程等等。最后,为了对所建立的方程求出确定的解,还需要查明所研究系统与周围环境的关系,以便建立合适的边界条件。

(3) 求出数值解。有了基本方程和边界条件后,下一步的任务是求出有用的数值结果。这可以通过分析方法解,也可以通过数值方法解。特别是六十年代以来,许多以前算不出数值结果的流体力学问题,或者是需要花费很长时间才能算出的问题,现在用电子计算机很快就算出了结果。因此,电子计算机给流体力学的研究创造了有利的条件,它不但使流体力学在工程技术中发挥出更大的作用,同时也大大地改造、推动和扩展了近代流体力学。

(4) 检验模型的准确性。最后,需要通过实验的方法来检验所计算的数值结果是否符合实际。这实际上是在检验所归结模型的准确性,或者说是判断在归结模型时所作假定的合理性,因为数学的方程不可能比它们所依据的假设更为正确。如果假设是不正确的,即使在数学上是没有错误的,那么所得的结果也必然是不正确的。通常,一个新的正确理论结果,往往不但能够解释旧理论结果能解释的现象,还必须能够解释旧理论结果所不能解释的现象。这还不够,新的理论结果还必须预见到尚未出现的现象,并通过实验的方法来加以证实。因此,实验在解决流体力学问题中是至关重要的。

§ 1-2 流体的连续介质模型

1. 关于连续介质的概念

对于流体的研究和固体一样,可以从宏观的角度去研究,也可以从微观的角度去研究。从微观的角度来看,气体、液体和固体一样,都是由大量的分子所组成的,这些分子都在作无规则的热运动。由于分子之间存在着间隙,而且分子内部的质量分布不连续,因此,流体的物理量

在空间的分布是不连续的。同时,由于分子的随机运动,还将导致空间任一点上的流体物理量对于时间的不连续性。这样,从微观的角度来看,流体是由大量分子组成的离散体,其物理量的分布在空间和时间上都是不连续的。

但是,在流体力学中,我们所讨论问题的特征尺寸往往远远大于流体的分子平均自由程,而人们感兴趣的则是流体的宏观特性,即大量分子的统计平均特性。这样,我们有理由不以个别的分子作为研究对象,而是引进流体的连续介质模型,并以连续介质作为流体力学的研究对象。

为了建立流体的连续介质模型,让我们考察这样一个试验。如图 1-1a 所示,取包含 $P(x, y, z)$ 点的微元体积 $\Delta\tau$, 在此体积中流体的质量为 Δm , 显然, 体积 $\Delta\tau$ 中流体的平均密度将为 $\frac{\Delta m}{\Delta\tau}$ 。现在让我们来观察一下流体的平均密度 $\frac{\Delta m}{\Delta\tau}$ 随体积 $\Delta\tau$ 的变化情况。为此,取包含有 P 点的大小不同的微元体积 $\Delta\tau$, 并相应测出该体积所对应的流体质量 Δm , 然后再算出相应的平均密度 $\frac{\Delta m}{\Delta\tau}$, 所得结果如图 1-1b 所示。

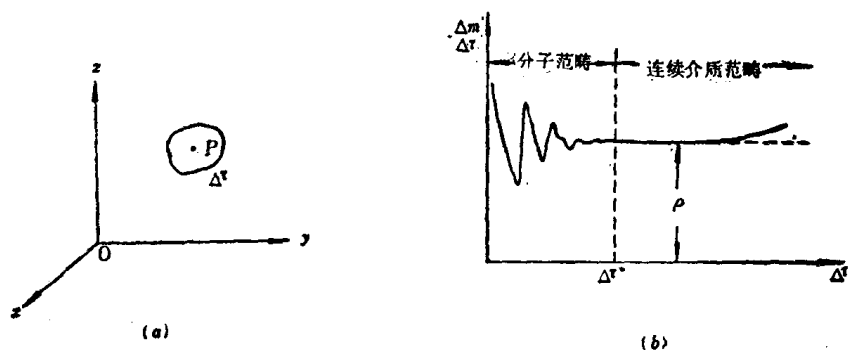


图 1-1 在某一点处的流体密度

从图中可以看到,当包含 P 点的流体微元体积 $\Delta\tau$ 向着某一个特征体积 $\Delta\tau^*$ 逐渐缩小时,体积内流体的平均密度将逐渐趋于某一个确

定的极限值 ρ 。并且平均密度并不会因为体积 $\Delta\tau$ 的微小变化而发生变化,这时流体的分子个性并未显示出来。但是,当体积 $\Delta\tau$ 收缩到比特征体积 $\Delta\tau^*$ 还小时, $\Delta\tau$ 中的分子数已减少到这样的程度,以致于随机进出此体积的分子数对体积中的流体质量将产生明显的影响,因此,体积 $\Delta\tau$ 中流体的平均密度将随机波动,这时,比值 $\frac{\Delta m}{\Delta\tau}$ 不再具有确定的极限值。

由此可见,特征体积 $\Delta\tau^*$ 具有这样的特性,在宏观上其几何尺寸必须足够小,可以认为它是一个没有空间尺寸的点;同时,在微观上其几何尺寸又必须足够大,使得它包含有足够多的分子数目。因此,在此体积中,流体的宏观特性就是所包含大量分子的统计平均特性。我们将微元体积 $\Delta\tau^*$ 中所有流体的分子的总体称作流体质点。因此, $\Delta\tau^*$ 中的流体平均密度

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow \Delta\tau^*} \frac{\Delta m}{\Delta\tau} \quad (1-1)$$

即为流体质点的密度,并作为 $P(x, y, z)$ 点上的流体密度。

根据上面的分析,我们可以引进流体的连续介质模型如下:流体是由大量的流体质点所组成的,每一个流体质点无间隙地、连续地分布在所占据的体积之中,而且每一个流体质点在任一时刻都具有确定的物理参量(密度、速度、压力、温度等等),因此,描述流体运动的这些宏观物理量都可以表示为空间位置坐标 (x, y, z) 与时间 t 的连续函数。

流体的连续介质假定在绝大多数的流体力学问题中都是适用的,这是因为在通常情况下,任何一个宏观体积中所包含的分子数目都是非常多的。例如,一般气体在 0°C 和 1 个大气压之下, 1cm^3 体积中含有大约 10^{19} 个分子,即使在 10^{-9}cm^3 这样一个从宏观上看来十分小的体积中,也还包含有大约 10^{10} 个分子。对于液体,例如水,这个数目还要大 10^3 倍。显然,这么多的分子是足以得到与分子数目无关的分子统计平均特性的。

当然,流体的连续性假定对某些特殊问题就不再适用了。例如,

高空中或实验室的高真空条件下的稀薄气体，分子平均自由程与所研究物体的特征尺寸差不多同量级，这时必须考虑其分子的个别运动特性，而不能再把它看成为连续介质了。

本教程只讨论可以看成为连续介质的流体，而不涉及稀薄气体的问题。

2. 流体的密度与重度

正如关系式 (1-1) 所示，流体在特征体积 $\Delta\tau^*$ 中的平均密度为

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow \Delta\tau^*} \frac{\Delta m}{\Delta\tau}$$

由于特征体积 $\Delta\tau^*$ 非常小，以致在客观上可以认为是一个没有几何尺寸的点，因而这样定义的密度即表示流体质点的密度。根据前面建立的流体连续介质模型，流体空间中任一点都被相应的流体质点所占据。所谓空间中任一点上的流体密度即指位于该点上流体质点的密度，因而，流体中给定点的密度可定义为

$$\rho = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta\tau} = \frac{dm}{d\tau} \quad (1-2)$$

当然，这里数学上的 $\Delta\tau \rightarrow 0$ ，在物理上应理解为体积 $\Delta\tau$ 缩小至足够小体积 $\Delta\tau^*$ 的流体质点，该质点的体积 $\Delta\tau^*$ 同被考虑的流体体积相比是完全可忽略的小量，但它又必须包含有足够多的分子数目，以不失去把流体当作连续介质来处理的基础。

密度的单位在国际制 (SI) 中是千克/米³ (kg/m³)，在厘米·克·秒制 (CGS 制) 中是 (g/cm³)，其量纲为 ML⁻³。

在地球表面的物体都具有重量。单位体积中流体的重量称为重度，以 γ 表示。如果 $\Delta\tau$ 体积中流体的重量为 Δw ，则流体重度定义为

$$\gamma = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta\tau} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta(mg)}{\Delta\tau} = \rho g \quad (1-3)$$

也可以写成

$$dw = \gamma d\tau \quad (1-4)$$

式中 g 为重力加速度。上式表明，流体中任一点的重度就等于该点流体的密度与重力加速度 g 的乘积。

重度的单位在国际制 (SI) 中是牛顿/米³ (N/m³), 在 CGS 制中是达因/厘米³ (dyn/cm³), 在工程制中则为千克力/米³. 其量纲为 ML⁻²T⁻².

此外, 在流体力学中, 有时还用到物质的比重. 所谓比重, 是指该物质的密度与 4℃ 的水的密度之比, 因此也称为相对密度, 用 δ 来表示, 则

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_{4^{\circ}\text{C 水}}} \quad (1-5)$$

显然, 比重是一个无量纲的量.

表 1-1 几种常见流体的密度和重度的比较

流 体	温度(℃)	密度 (kg/m ³)	重度 (N/m ³)
蒸馏水	4	1000	9806
海水	15	1020~1030	10000~10100
普通汽油	15	700~750	6360~7350
石油	15	880~890	8630~8730
润滑油	15	890~920	8730~9030
酒精	15	790~830	7750~7840
水银	0	13600	133400
熔化生铁	1200	7000	68600
空气	0	1.293	12.68
氧	0	1.429	14.02
氮	0	1.251	12.28
氢	0	0.090	0.881
一氧化碳	0	1.250	12.27
二氧化碳	0	1.976	19.40
二氧化硫	0	2.927	29.10
水蒸汽	0	0.804	7.88

表 1-2 不同温度下, 水、空气和水银的密度 (kg/m³)

流体	温 度 (℃)						
	0	10	20	40	60	80	100
水	999.87	999.73	998.23	992.24	983.24	971.83	958.38
空气	1.29	1.24	1.20	1.12	1.06	0.99	0.94
水银	13600	13570	13550	13500	13450	13400	13350

表 1-1 列出了在标准大气压下几种常见流体的密度与重度的比较,表 1-2 列出了在标准大气压下,水、空气和水银的密度随温度变化而变化的数值。

§ 1-3 流体的易流动性

通常我们称能流动的物质为流体.从力学分析的角度来看,流体与固体的主要差别在于它们对于外力的抵抗能力是不同的.我们知道,固体有能力抵抗一定大小的拉力、压力和剪切力.当外力作用在固体上时,固体将产生一定程度的相应变形.只要作用的外力保持不变,固体的变形也就不会变化.而流体则不然,流体不能承受拉力,而且任何微小剪切力的作用都将使流体产生连续不断的变形,只要这种作用力继续存在,流体就将继续变形,这就是流体的流动.只有当该外力停止作用时,流体的变形才会停止.流体的这种在外力作用下的连续不断变形的特性通常称为流体的易流动性.

§ 1-4 流体的粘性

当两块固体沿接触面相对滑动时,它们之间有阻止滑动的摩擦力.在流体中,当两层流体之间有相对运动时,也会产生平行于接触面的力——切向力.运动快的流层对运动慢的流层施以拉力;运动慢的流层对运动快的流层施以阻力,这一对力称为内摩擦力,也称为流体的粘性力.流体具有内摩擦力的性质就是通常所说的流体粘性(或称粘滞性).

我们知道,流体的特征是它的形状极容易改变,这就是说,一般流体当其形状发生变化时,流体内部抵抗形状变化的力是比较小的,或者说流体的粘性一般比较小.但是,对于不同的流体,其粘性的大小差别很大.例如,液体中水的粘性较小,油的粘性较大,气体的粘性则比液体的粘性小得多.在有些实际问题中,流体的粘性影响很小,为了研究问题的方便,可以忽略其内摩擦力的影响,而把流体看成是完全没有粘

性的,这种流体称为理想流体。实践表明,在某些实际问题中,做这种简化假定所得的结果还是可以刻画出问题的某些基本特征的。但是在另一些场合,则往往必须考虑流体粘性的影响。这种必须计及粘性影响的流体称为粘性流体或实际流体。

为了理解流体的粘性,让我们取两块相互平行的平板,假设两平板之间的垂直距离为 h ,其间充满着所讨论的流体。若上平板以速度 U 沿 x 轴方向运动,下平板保持静止,如图 1-2 所示。由于粘性流体将粘附于

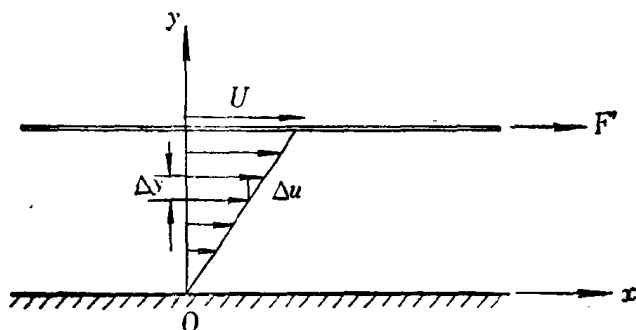


图 1-2 两块相对运动平板之间的流体

它所接触的固体表面,因而与上平板接触的流体将以速度 U 运动,而与下平板接触的流体则将静止不动。它们之间的流体均作平行于平板的运动,而其速度是由下平板处的零均匀地变化到上平板处的速度 U 。这就是说,平板之间的各流层都将会有相对运动,因而必定产生切向阻力。若要维持这种运动,必须在上平板上施加一个与摩擦阻力 F 大小相等而方向相反的切向力 F' 。实验表明,流体内摩擦力 F 的大小与速度 U 成正比,与接触面的面积 A 成正比,而与两平板之间的垂直距离 h 成反比,即表示为

$$F = \mu A \frac{U}{h} \quad (1-6)$$

式中 $\frac{U}{h}$ 表示在垂直于流速的方向(即 y 方向)上单位长度的速度增量,正如图 1-2 所示,当考虑相距为 $\Delta y = y_2 - y_1$ 的两流层,它们的相对速度为 $\Delta u = u_2 - u_1$ 时,则显然有