高等学校教材

现代控制理论基础

范崇讬　孟繁华　编

上海交通大学出版社

现代控制理论基础

范崇讬　孟繁华　编

上海交通大学出版社

内 容 简 介

本书主要阐述一些"现代控制理论"的基础知识与最优控制原理，全书共分八章，主要包括线性控制系统的能控性和能观测性、李雅普诺夫稳定性理论与应用、最优控制、具有二次型性能指标的最优控制系统设计及卡尔曼滤波器等。

本书可作为流体传动与控制专业、机械工程类专业的研究生和非自控专业本科高年级学生的教材。也可供从事机械自动控制方面的科技人员以及大专院校师生自学"现代控制理论"时作参考。

现代控制理论基础

出　版：上海交通大学出版社
（淮海中路1984弄19号）
发　行：新华书店上海发行所
印　刷：立信常熟印刷联营厂
开　本：787×1092(毫米) 1/32
印　张：14.375
字　数：320,000
版　次：1990年 6 月　第 1 版
印　次：1990年 7 月　第 1 次
印　数：1—2,800
科　目：223—318
ISBN7-313-00666-7/TP·1
定　价：2.80元

绪　论

控制理论简要发展史　中国是世界上最早的文明发达国家之一。早在西汉时代，中国劳动人民就发明了指南车。它是按扰动原理构成的开环自动调节系统。在北宋时代，苏颂和韩公廉制成了一座水运仪象台，这是对东汉时代张衡制造的铜壶滴漏的改进，是一个按被调量偏差进行调节的闭环非线性自动调节系统。

西方国家一般认为，俄国普尔佐诺夫在公元1765年发明的蒸汽锅炉水位调节器和英国工人瓦特在公元1784年发明的蒸汽机转速离心式调节器，是早期自动调节装置。

自动控制作为一门学科，是在本世纪的40年代才逐步发展形成的。1947年出现了自动控制原理的第一本教材，叫做《伺服机构原理》("Theory of Servomechanisms", H. M. James and N. G. Nichols)，接着1948年美国 M.I.T的R.J.Philips著了《随动(伺服)系统理论》(Theory of Servo-System)，在这期间，自动控制理论主要总结了第二次世界大战以来，在雷达、火炮等方面的自动控制系统，这一类系统的特点都是用电机放大机——直流电动机组成，且具有负反馈。随之，在美国、苏联等国家，在高等学校中纷纷建立自动控制、自动和远动学等专业，培养这方面的专门人材。在1958年前后我国亦在高等学校建立自动控制方面的专业，开设了自动调节原理、随动系统和自动控制元件等方面课程。这方面课程到70年代初各机械

类专业亦相继开设。

50年代是自动控制经典理论发展和成熟的时期。在这一时期内，出现了不少自动控制方面的专门刊物，交流生产和科研成果。同期内，西方国家在自动控制的经典理论方面，出版了百余本教材。伺服控制系统已经广泛用于国民经济各个部门。

应当指出：经典控制理论，对解决单输入、单输出的线性定常系统是非常有效的。例如，借助于开环频率响应就能预知闭环系统的动态性能。如有必要，也可以在系统中加入简单的超前或滞后补偿器来改善复杂系统的动态性能。经典控制理论在概念上是比较清楚、简单的。但应看到，科学技术的发展，特别是研究空间技术首先遇到控制对象已由单输入、单输出的简单系统发展成多输入、多输出的复杂系统，并且系统参数和控制作用往往是时变的，它们的数值（例如加速度、燃料、推力等）还受到一定的限制，因而单纯应用自动控制经典理论不能有效地进行这种系统的分析和设计。急需发展控制理论：由经典控制理论发展到现代控制理论。

现代控制理论这一名称，是1960年在美国自动控制第一届联合年会（由美国电工、电子、化工、机械、仪表等学会的自动控制组合并组成的自动控制联合学会）上首次提出的。现代控制理论，它以贝尔曼（R. E. Bellman）的动态规划、庞特里亚金（L.S.Pontryagin）的极大值原理和卡尔曼（R.E.Kalman）滤波技术为基础，立足于状态空间变量法，借助于高速的数字计算机，来研究、设计复杂的动力学系统。

现代控制理论与经典控制理论的比较　经典控制理论中，主要考虑的仅仅是输入、输出和偏差信号，控制系统的分析和设计不外是用传递函数，加上各种图解方法，例如奈魁斯特图、

波德图、尼柯尔斯图和根轨迹图来完成。经典控制理论的独持之处是，它建立在系统输入-输出关系（即传递函数）的基础上。

经典控制理论的局限性在于，它一定要求零初始条件，仅适用于单输入、单输出的线性定常系统。它对时变系统、非线性系统（除简单的而外）和多输入、多输出系统却是无能为力的。同时，由于系统的设计是建立在试探法的基础上，通常得不到最佳控制系统，更不能应用于自适应系统的设计。经典控制理论本质上是复频域的方法。

现代控制理论与经典控制理论相反，它可用于多输入、多输出系统，系统可能是线性或非线性的、定常和时变的。由于现代控制理论研究复杂的动力学系统，采用的数学模型是状态方程，因而本质上是时域的方法，设计者可借助电子计算机直接分析与计算系统的行为特性（时域分析法），从烦琐和庞大的计算工作中解放出来，用较多的时间来考虑被控系统的许多原则性问题，例如系统的能控制性、能观测性和稳定性问题，根据设计要求和目标函数（性能指标）求得最佳控制的规律问题等。

随着控制精度要求的日益提高，控制工作者还需要考虑如跟踪雷达、飞行体、化工、电力等生产过程和测量装置中的随机干扰以及对随机信号的控制问题，目的是减少干扰对有用信号的影响，准确达到控制要求。这就促使控制工作者应用统计知识在概率意义上来估计和预测系统的状态，并按要求对它们进行最佳的控制。

从设计角度来叙述现代控制理论的某些内容 为了便于读者了解为什么本书安排这些章节，这里想通过一个例子，从设计者的角度来扼要叙述一下现代控制理论的某些内容。

首先对一个多输入、多输出的被控系统(例如一个导航系统或一个生产过程)的物理过程做一些简要的描述。图 0-1 为被控系统的物理过程方块图，其中含有执行机构、被控系统本身

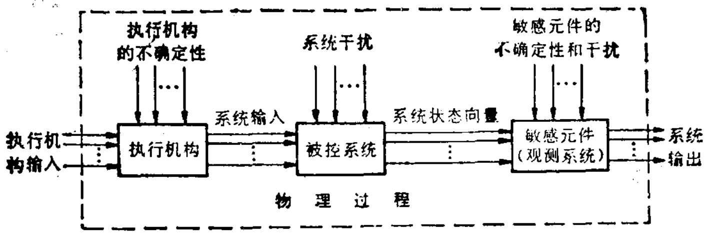

图 0-1 代表多输入、多输出物理过程的方块图

和敏感元件(或观测系统)。执行元件把作用信号向量(设计者所规定的时间函数,例如飞行器的加速度)变换为作用于被控系统的输入向量(例如力矩)。由于执行机构的不确定性，变换后产生的向量也不是确定的。一般被控系统是一个复杂的物理系统(例如一架飞机、一个冷连轧系统)，并在它的内部和外部有随机干扰作用(例如作用于飞机的风力)。在输入向量的作用下,被控系统的输出是系统状态向量(例如方位、速度)。敏感元件(或观测系统)测量出系统状态向量的一部分分量或其组合。由于敏感元件(或观测系统)的不确定性和随机干扰，敏感元件(或观测系统)的输出也是不很确定的。

控制工作者的任务，是求出作用于执行机构上信号的时间函数,使系统状态向量的时间函数,最好地满足规定的系统工作指标。

根据经典控制理论，在设计自动控制系统时的经验，可以应用反馈原理采用一个新型的校正装置,如图 0-2 所示,来完成

上述设计任务。

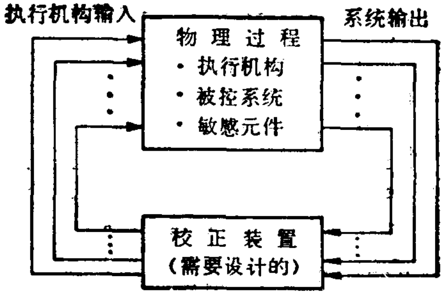

图0-2　采用反馈校正装置来完成设计任务

为什么采用反馈原理呢？由控制理论可知，反馈具有下列功能：

(1) 降低物理过程中参数变化和干扰对系统输出向量的灵敏度；

(2) 使不稳定的物理过程变成稳定的过程；

(3) 可以设计出一个校正装置，使物理过程最好地满足系统的工作指标。

为什么说要设计一个新型的校正装置呢？因为过去所用的校正装置，无论是无源网络或有源网络，其主要作用是改进系统的性能，而新型的校正装置(见图 0-3)，从设计思路来说，是要对给定的物理过程获得一个最佳的控制规律。

显然，要设计这样一个校正装置，必须确切地知道整个物理过程的动力学特性，作用于执行机构、被控系统、敏感元件(或观测系统)的不确定性和随机干扰的统计特性，以及整个系统对确定性输入作用的响应特性。

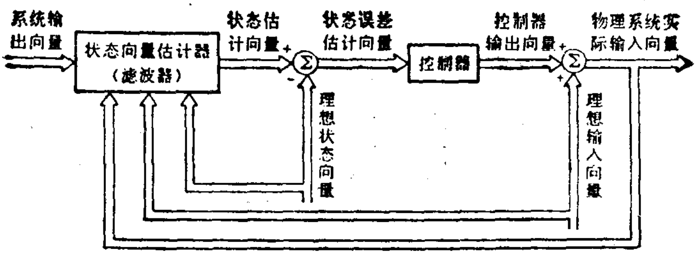

图 0-3　校正装置内部结构的方块图

因此，本书的目的是为了解决下列几点：

(1) 确定性系统在理想控制向量作用下的理想响应和控制方法。在此假设执行机构、被控系统、敏感元件（或观测系统）都不存在不确定性和干扰，系统的物理过程动力学特性及其有关参数是准确地知道的。

(2) 随机性数学模型的建立和状态向量最佳估计器的设计原理。必须考虑所有的不确定性及所有干扰来设计一个状态向量估计器或滤波器（如果只考虑确定性，就是设计一个状态观测器）。该状态向量估计器是根据物理系统的实际输入和敏感元件或观测系统的过去和现在输出向量，来给出系统状态向量在概率意义上最接近的时间函数。

(3) 最佳控制器的设计原理。这一控制器是靠估计状态向量和理想状态向量之差的作用来对执行机构产生控制作用的，从而使系统误差向量在概率意义上达到最小。

前　言

本书是根据船舶总公司液压教材小组在福建、江苏教材编审会议上制订的教学大纲要求编写的。用作流体传动与控制专业硕士研究生的学位课程，也可作为非自控专业、特别是机械类专业研究生和本科高年级学生的选修课程。

全书由八章组成，着重讲述现代控制理论最核心、最基础的内容。为了适应于更多读者的需要，书中尽量多举例题，且采用形象易懂的论证方法，力求做到“抽象问题具体化，数学问题工程化”，以助于建立起直观、正确的概念。

本书的第一至五章由上海交通大学范崇讬编写，第六、七和八章由哈尔滨工业大学的孟繁华编写。最后由范崇讬负责统编。吴沛容副教授主审，上海交通大学的黄明慎教授复审，全书的文字修饰和公式、定理的校核由上海交通大学的沈智果老师完成。他们对本书编写提出了许多宝贵意见，对此表示深切的谢意。

在本书编写过程中，始终得到哈尔滨工业大学许耀铭教授、上海交通大学黄明慎教授、严金坤教授、任锦堂教授的关心与帮助，在此一并致谢。

由于水平有限，以及时间上的仓促，错误或不当之处在所难免，期望广大读者批评指正。

范崇讬

1989.2 于上海交通大学

目　　录

绪　论

第一章 动态系统的状态空间表示法

在经典控制理论中，研究一个线性定常系统的动态特性，是用一个高阶微分方程，通过引入一个十分有效的概念——传递函数，直接联系输出量与输入量之间的关系，这样，传递函数完全表征了系统的动态特性。实际上今后会发现，传递函数不一定能完全揭示系统的全部运动状态，况且，传递函数仅仅在研究单输入，单输出的线性定常系统时，才十分有效。

当用状态空间法分析系统时，系统的动态特性是由状态变量构成的一阶微分方程组来描述的。在数字计算机上求解一阶微分方程组比求解与之相应的高阶微分方程要容易得多，而且能同时给出系统的全部独立变量的响应，因而能同时确定系统的全部内部运动状态。此外，状态空间法还可以方便地处理初始条件（不像经典控制理论中，一定要求零初始条件）。特别还需指出的是：状态空间法可应用于研究多输入、多输出系统，非线性系统、时变系统、随机过程和离散时间系统等。

§1-1 状态空间法的基本概念

状态 系统的状态就是指系统过去、现在和将来的状况。

设想有一个质点作直线运动，这个系统的状况就是它每一时刻的位置和速度。

状态变量 系统的状态变量是指足以完全表征系统运动的

最小个数的一组变量。

一个用 n 阶微分方程描述的系统，就有 n 个独立变量：$x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t)$。当这 n 个独立变量的时间响应都求得时，那么，系统的运动状态也就完全被揭示。因此，可以说系统的状态变量就是 n 阶系统的 n 个独立变量。

这里需指出的是，对于同一个系统，究竟选取哪些变量作为状态变量，这不是唯一的，要紧的是这些变量应该是相互独立的，且其个数应等于微分方程的阶数；又由于微分方程的阶数是唯一取决于一般物理系统（如弹簧-质量-阻尼系统；R-L-C 网络）中独立储能元件的个数，因此状态变量的个数就应等于系统独立储能元件的个数。

综上所述，系统的状态变量是确定系统状态的最小的一组变量：$x_1(t)$、$x_2(t)$、$\cdots$、$x_n(t)$。满足下列两个条件：

（1）在任何时刻 $t=t_0$ 时，这组状态变量的值，$x_1(t_0)$，$x_2(t_0)$、$\cdots$、$x_n(t_0)$ 都表示系统在该时刻的状态；

（2）当系统在 $t \geqslant t_0$ 的输入和上述初始状态确定时，状态变量应完全能表征系统在将来的行为。

状态向量 如果 n 个状态变量用 $x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t)$ 表示，并把这些状态变量看作是向量 $\boldsymbol{X}(t)$ 的分量，则 $\boldsymbol{X}(t)$ 就称为状态向量。记作：

$$\boldsymbol{X}(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \text{ 或 } \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)=[x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t)]。$$

状态空间 状态向量的所有可能值的集合称为状态空间。或者说，由 x_1 轴，x_2 轴，$\cdots$，x_n 轴所组成的 n 维空间就称为状态

空间。在特定时刻 t，状态向量 $\boldsymbol{X}(t)$ 在状态空间中是一个点。已知初始时刻 t_0 的 $\boldsymbol{X}(t_0)$，就得到状态空间中的一个初始点；随着时间的推移，$\boldsymbol{X}(t)$ 将在状态空间中描绘出一条轨迹，称为状态轨迹线。状态向量的状态空间表示，将向量的代数结构和几何概念联系了起来。

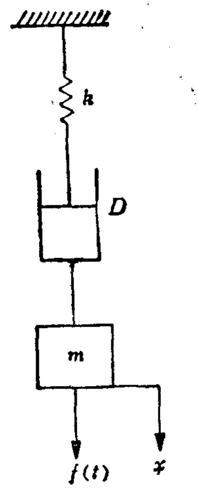

图 1-1 弹簧-质量-阻尼系统

状态方程 描述系统状态变量与系统输入之间关系的一阶微分方程组称为状态方程。

例 1-1 设有一个弹簧、质量、阻尼系统，如图 1-1 所示，试确定它的状态变量和状态方程。

解 应用牛顿定理，对于此系统可得

$$m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}+D\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+kx=f(t)。\tag{1-1}$$

此系统有两个独立储能元件，即质量 m 和弹簧 k，所以应有两个状态变量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$。

选择位置函数 $x(t)=x_1(t)$ 和速度函数 $v(t)=\dot{x}(t)=x_2(t)$ 作为系统的状态变量，就可把方程 (1-1) 化为两个一阶微分方程：

$$\begin{cases}\dot{x}_1=\dot{x}=v(t)=x_2,\\ \dot{x}_2=-\dfrac{k}{m}x_1-\dfrac{D}{m}x_2+\dfrac{1}{m}f(t)。\end{cases}\tag{1-2}$$

式 (1-2) 就是物理系统图 1-1 的状态方程，若用向量矩阵形式表示，则式 (1-2) 可写成

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{X}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{D}{m} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{X}(t)}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{b}} \underbrace{f(t)}_{\boldsymbol{u}(t)}。 \tag{1-3}$$

这样就把一般物理系统的状态方程写成标准形式

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t) = \boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{X}(t) + \boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{U}(t)。 \tag{1-4}$$

若是线性定常系统，且是单输入，则状态方程的标准式为

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{l}u。 \tag{1-5}$$

例 1-2 试确定图 1-2 的 R-L-C 直流电路的状态变量和状态方程。

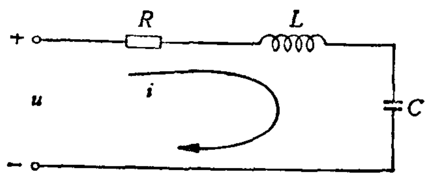

图 1-2 R-L-C 电路

解 根据克希霍夫定律可得

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri + \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t = u。 \tag{1-6}$$

现在选择 $x_1 = q(t) = \int i\,\mathrm{d}t$ 和 $x_2 = i(t)$ 作为状态变量，则