

無線電學習叢書

無線電數學

(下冊)

楊士芳編



科學技術出版社

3300609

电子学研究所

72.13

122

下

無線电學習叢書

無線电數學

(下 冊)

楊士芳編



科學技術出版社

Doc 1-1-1

内 容 提 要

1. 本書是緊接中冊，內容包括三角函數，平面向量，對於交流電路的計算方法，引証原理詳細的分析暨解，最後一章並且列舉了許多實用的計算實例。
2. 本書是無線電學習叢書第七冊，根據無線電顏色數字符號，書脊用紫色標誌。

無 綫 電 數 學

(下 冊)

編 者 楊 士 芳

科 學 技 術 出 版 社 出 版

(上海延闕西路336弄1號)

上海市書刊出版業營業許可證出○七九號

上海市印刷四廠印刷 新華書店上海發行所總經售

統一書號：15119·204

(原裝流版印10,000冊)

開本787×1092 紙1/32·印張6 3/8·字數177,000

一九五六年五月第一版

一九五六年九月第二次印刷·印數2,021—7,020

定價：(10) 八角五分

前 言

興建一項建築工程，必先打好基礎，也就是說祇有在穩固的基礎上，才能構築浩大的工程，同樣的，學習無線電也必須有良好的數學根底，才能接受豐富的學識，和培養精湛的技術。

我們在開始學習無線電時候，首先接觸到的便是一連串的数字， 600kc , 500M , $10,000\Omega$, $.00036\mu\text{f}$ 等等，如果更要進一步的研究，那末可以說徹頭徹尾，盡是數學公式！數學公式可以計算實驗時應該用的每一個零件的數值，數學公式可以用演算來證明不易瞭解的原理，因此我們不但認識到無線電是和數學分不開，並且更進一步認識到數學實在是無線電的基礎。自從上冊和中冊出版以來，各地讀者和各地電工專科學校，紛紛來函表示對這本書的需要，和催促下冊及早出版，使我們既慚愧而又興奮。下冊的取材，是銜接中冊而更深入一步的，深得不脫節，淺得能够演述原理，這樣的工作，也確是比較煩重一點，所以疏誤之處在所難免，希望讀者不吝指正幸！

在上冊和中冊裏，我們都說過：『學習數學要瞭解，要溫習，有恆心，有信心。』這裏我們仍舊不嫌重複的再來說一遍，目的是說明數學在無線電上地位的重要，我們應該把基礎建立得根深蒂固。

下冊除了和上中冊同樣的每節敘述，每節有習題練習外，並且在第三十章裏將各種實用的計算題演解，所以不但適合操作教本和自修，並且可供研究無線電的參攷之用。

編者 1952年7月

目 錄

(下 冊)

前 言	頁次
第二十一章 角	335
角 角的形成 六十分法 角的任何量 圆弧法	
相似三角形 直角三角形	
第二十二章 三角函數	349
銳角三角比 三角函數的倒數關係 餘角函數 已知函數作角 任何角函數 函數符號 函數計算 45° ; 30° , 60° ; 0° , 90° , 180° , 270° 的函數 函數綫表示 函數變化	
第二十三章 三角函數表	364
求角的函數 反三角函數 正確度 大於 90° 角的函數 求第二象限角函數 求第三或第四象限角函數 大於 360° 角的函數 負角的函數 任何角函數 反函數和相當角	
第二十四章 直角三角形的解法	376
直角三角形 直角三角形解答程序 直角三角形例解 三角的有關術語	
第二十五章 週期函數	383
正弦曲綫 餘弦曲綫 正切曲綫 週期性 角動 等速圓運動的點投影 振幅 週率 週期 相位	
第二十六章 平面向量	397
向量定義 符號法 向量加法 向量分力 直角分力向量加法	

第二十七章 交流電路——基本概念 408

交流電動勢 向量的表示 週，週率和極 電壓
和電流方程式 電流或電壓平均值 電流或電壓有
效值 相位關係 相角

第二十八章 交流電——串聯電路.....425

電阻電路 電阻電路功率 感應電路 儲電電路
儲電量並聯和中聯 單儲電或感應電路功率 電
阻和感應量串聯 電阻和儲電量串聯 電阻，感應
量和儲電量串聯 電阻和迴阻串聯功率 串聯電路
記數法 直角式和配極式變換法 一般串聯電路
串聯諧振 諧振週率

第二十九章 交流電——並聯電路.....465

電阻並聯 感應量和儲電量並聯 假定電壓 電阻
和感應量並聯 電阻和儲電量並聯 電阻，感應量
和儲電量並聯 總阻向量並聯 用總電流解答並聯
電路 並聯諧振 並聯諧振電路總阻

第三十章 無綫電數學題解.....490

歐姆定律 電阻 電阻串聯 電阻並聯 電阻串
聯並聯功率 效率 儲電器 儲電器串聯和並聯
感應量 感應量串聯和並聯 時間常數 儲電迴阻
感應迴阻 歐姆定律和總阻 變壓器總阻比 總阻
配比 諧振週率 功質因數 LC 常數 極偏電壓
障幅極電源 真空管輸入 功率 屏效率 電壓
穩定度 分壓器 特性總阻 半波天綫 增益 電表

附 錄 表 格 答 案 524

第二十一章

角 Angles

這一章裏將討論關於角的問題，在數學裏叫做三角學 (trigonometry)。三角學這一字是從希臘文而來，它的原來意思是：解答三角的問題，它包含代數和幾何。如果我們能對三角學好好的學習，那末將來學習交流電原理和電路時候，有很大的幫助，而且也是通訊和電學工程的基本。

21-1 角 (Angles). 一隻角的形成，是由二根直線相遇在一點所造成。圖 21-1 (a) 裏， OA 和 OX 二根線相遇在 O 點形成 AOX 角；相同的，圖 21-1 (b) 裏的 BOX 角是由 OB

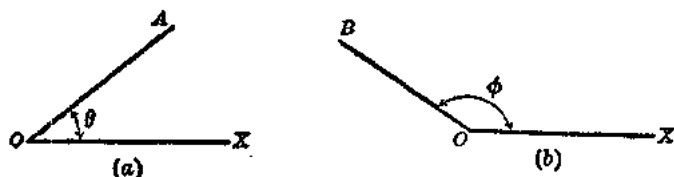


圖 21-1

和 OX 二根線在 O 點上相遇而形成。這 O 點叫做頂點 (vertex of the angle)。二根直線叫做邊，或者叫做角的邊 (sides of the angle)。角的大小是用邊的方向來測量，因此圖 21-1， BOX 是比 AOX 大，至於邊的長短對於角的大小，並無關係。

在幾何學裏，常用 $\angle$ 來表示一只角，所以 AOX 角，

$1 \text{ 公尺 (m)} = 10 \text{ 分米 (dm)} = 100 \text{ 釐米 (cm)} = 1000 \text{ 毫米 (mm)}$
--

可以寫成 $\angle AOX$ 。有時一只角可以用它的頂點上的字或者用角裏面的字來表示，因此 AOX 一角，正確的表示可以寫成 $\angle AOX$, $\angle O$ 或者 $\angle \theta$ ，同時 BOX 也可以寫成 $\angle BOX$, $\angle O$ 或者 $\angle \phi$ 。

一根直線與另一根直線相交，所產生的角大小相等，那末這些角是直角 (right angles)，圖 21-2 的角 XOY , ϕ , $X'OY'$ 與 α 都是直角。

一只角比直角小的叫做銳角 (acute angle)，圖 21-3 (a) $\angle \alpha$ 是只銳角。

一只角的二邊，成爲一直線的時候，這只角叫做平角 (straight angle) [圖 21-3 (b)]。

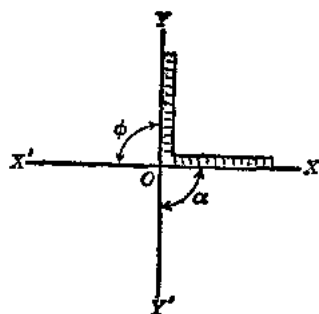


圖 21-2

一只角大於直角而小於平角的，叫做鈍角 (obtuse angle) [圖 21-3 (c)]。

二只角相加的和等於一只直角的，叫做餘角 (complementary angles)，因爲它們互爲餘角。因此在圖 [21-3 (d)] $\angle \phi$ 和 $\angle \theta$ 是餘角： ϕ 角是 θ 角的餘角； θ 角也是 ϕ 角的餘角。

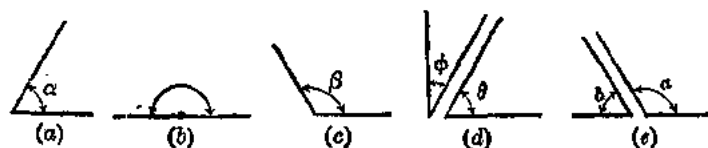


圖 21-3

二只角相加的和是二只直角（一只平角）的叫做補角

$1 \text{ 公里 (Km)} = 10 \text{ 公引 (Hm)} = 100 \text{ 公尺 (Dm)} = 1000 \text{ 公尺}$
--

(supplementary angles)，它們是互為補角的。因此圖 21-3(e) 的 a 角和 b 角是補角； b 角是 a 角的補角；同時 a 角也是 b 角的補角。

21-2 角的形成 (Generation of Angles) 在學習三角學的時候，不能將角的概念僅限止在幾何學階段，好像第 21-1 節所講的。因此必須對角的初步概念加以擴充，一只角的形成，應該說是由一根線（綫分 line segment）從某一起始位置，在一頂點上旋轉，直旋轉到它的最後位置停止，這根旋轉綫原來位置叫做角的始邊 (initial side)，最後綫停止的位置叫角的終邊 (terminal side)。

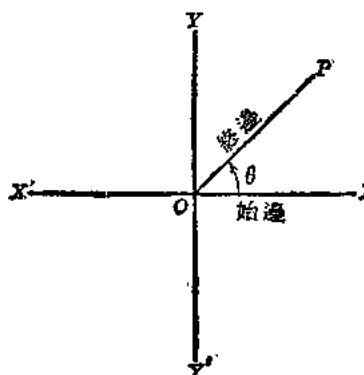


圖 21-4

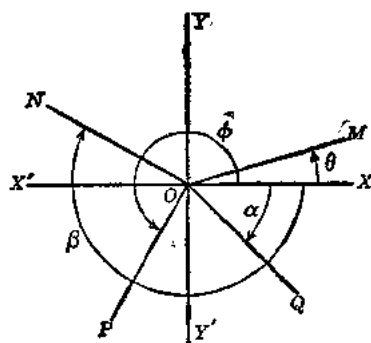


圖 21-5

當一只角的頂點，在直角坐標的原點上，它的始邊在橫軸(X 軸)上正方向展開的叫做標準位置 (standard position)。因此圖 21-4 θ 角是在標準位置上，角的頂點在原點上，始邊是在正的橫軸上，角是由 OP 綫從 OX 旋轉或者說是掃掠到終邊 OP 而形成的。

一公尺是拿地球子午周四千萬份之一做長度單位。

當一只角的綫，它是反時針方向旋轉而形成的，叫做正角 (positive angle)。如果綫的旋轉是順時針方向所形成的角，叫做負角 (negative angle)。圖 21-5 的角，都是標準位置。0 角， ϕ 角是正角； α 角和 β 角是負角。

當一只角在標準位置裏，如果它的終邊終止在第一象限裏，叫做第一象限角；終止在第二象限裏的叫做第二象限角，……以此類推。所以在圖 21-5 裏的 θ ，是在第一象限； β 是在第二象限； ϕ 是在第三象限；和 α 在第四象限。

21-3 六十分法 (The Sexagesimal System). 角的測量有許多方法，普通常用的有三種：直角法，弧度法和六十分法。在平面幾何學裏，常用直角法來測量角度，有時建築家和測量家也常應用；但是在三角學裏就不十分適用，因為直角法所用的單位太大。

在三角學裏常用的是度數 (degree)，一度是一直角的九十份之一，所以度的定義是：一根角母綫 (angle-generating line)

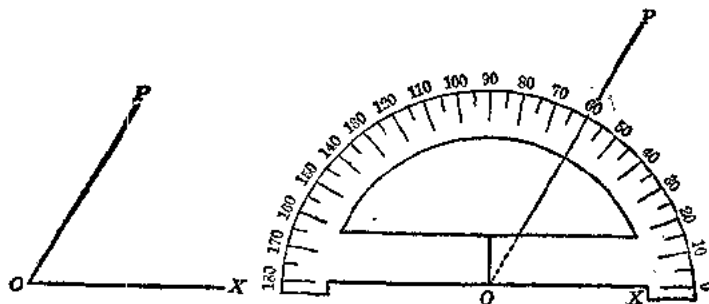


圖 21-6

圖 21-7

旋轉一周所造成角的 $\frac{1}{360}$ ，叫做一度 (1°)。每度分成 60 等份

1 公尺 = 3 市尺	★	1 市尺 = 0.3 公尺
-------------	---	---------------

，每一等份叫做一分 ($1'$)。每分再分成 60 等份，每一等份叫做一秒 ($1''$)。也就是一個圓角是 360 度 (360°)，每度有 60 分 ($60'$)，每分有 60 秒 ($60''$)。

為了便利起見，特別在電或無線電方面的計算，度的下面不再成分和秒，用小數點來計算。例如：一角度 43 度 36 分，不用 $43^\circ 36'$ 來表示計算，而用 43.6° 來計算。

在實際應用上，測量角的大小，是用度和度的小數表示，普通是用分度規 (protractor) 來測量或作角的，因為用分度規所作或測量的角，可以得到相當正確。

要測量圖 21-6 的 XOP 角，可以將分度規的 O 放置在角的頂點上，然後將分度規的一邊與 OX 綫相合，像圖 21-7

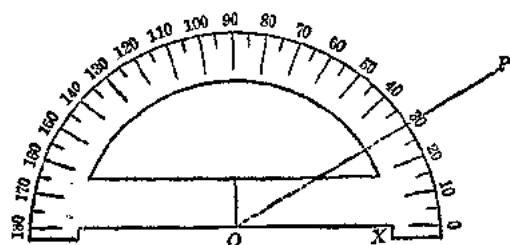


圖 21-8

再在分度規的刻度上，沿 OP 綫讀出角的量是 60° 。

如果要用分度規來作 30°

的角，可以將分度規放在已知綫 OX 上，分度規的中心放在角的頂點 O 上，然後將分度規在這一點作樞軸而旋轉，使 OX 綫與分度規的 0° 相合，在分

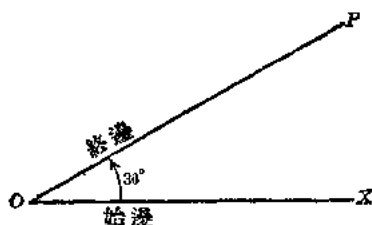


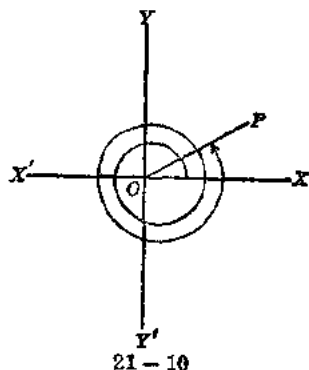
圖 21-9

$$1 \text{ 公尺} = 3.2808 \text{ 呎 (ft.)}$$

$$\star \quad 1 \text{ 呎} = 0.3048 \text{ 公尺}$$

度規的 30° 上作一點符號，與 O 點作成終綫 OP ，如圖 21-8 和 21-9。

21-4 角的任何量 (Angles of Any Magnitude)。在三角學裏對於角的概念應該加以擴充，不能僅被限止在 360° 而需大於 360° ，非但是正的，同時也有負的角。在 21-2 節裏已經講過，一只角的形成，是由於母綫從始邊起，向正或向負旋轉，它可以產生任何大小角，甚至大於 360° 。圖 21-10 是表示一只 $+750^\circ$ 的角如何產生出來的。但是在一般計算的時候，這種角的度數，看作除去 360° 或 360° 的倍數後，終邊所在象限餘數的角度相同，因此圖 21-10 的角是在第一象限，在幾何方面來講， 750° 等於 30° ：



$$750^\circ - 720^\circ = 30^\circ$$

習題 21-1

1. 在同一對軸綫上：(a) 在標準位置上作二只餘角，(b) 在標準位置上作二只補角。
2. 求下列的餘角：(a) 45° ? (b) 32° ? (c) 85° ? (d) 98° ? (e) 135° ? (f) -60° ?
3. 求下列的補角：(a) 45° ? (b) 94° ? (c) 120° ? (d) 210° ? (e) 300° ? (f) -88° ?
4. 用分度規在直角坐標上，作標準位置的下列各角，並用箭頭指

1 公尺 = 39.37 吋 (in.)	★	1 吋 = 2.540 釐米
----------------------	---	----------------

出形成角的旋轉方向和它周數：

- (a) 30° (b) -80° (c) 145° (d) -135°
 (e) 720° (f) -800° (g) 260° (h) 300°
 (i) -210° (j) -315° (k) -180° (l) 270°

5. 從上午 11:45 至同日的下午 2:30，時鐘的分針可以形成幾個直角？

6. 時鐘的分針走 5 分鐘，如果以度數計算，應當是幾度？

7. 時鐘的分針每分鐘走幾度？

8. 時鐘的時針每分鐘走幾度？

9. 某電動機的速率是 1800 r.p.m. (每分轉數)，問它的角速度 (angular velocity) 每秒幾度？

10. 第 9 題的電動機，直接與 15 寸直徑的滑輪地軸接連，問滑輪邊的速率每秒幾尺？

11. 地球的角速度，每分鐘約有多少度？

12. (a) 在第一象限裏試作二角，它們的差是 360° ；(b) 在第三象限裏試作二負角，它們的差是 360° 。

13. 一只三角形裏是否可能有二只鈍角？

21-5 圓弧或自然法 (The Circular, or Natural, System).

圓弧或自然法測量角度，有時也叫做弧度或 π 測量法。它的單位是弧度 (radian)，有時也叫做徑。

一個弧度是一只角，當它的頂點放在圓的中心，截切一圓弧，它的長等於圓的半徑，這只角叫做一弧度。因此圖 21-11，如果 AP 弧的長度等於圓的半徑，那末 AOP 角是等於 1 弧度。圖 21-12 是將一個圓分成 6.28 個弧度。

1 市尺 = 1.0936 呎	★	1 呎 = 0.9144 市尺
-----------------	---	-----------------

這種圓弧法來測量角度，在電和無線電計算方面常常採

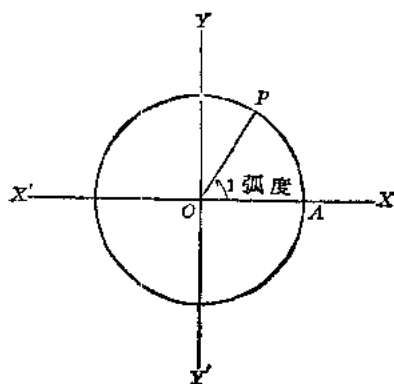


圖 21-11



圖 21-12

用；在高深的數學方面，更是普遍的應用。

從幾何學裏知道，一個圓的圓周的公式是： $C = 2\pi r$ ，再從這公式裏可以變化成：

$$\frac{C}{r} = 2\pi$$

也就是說，圓周和半徑的比是 2π ，既然圓的圓周是 2π 乘半徑的長，那末在圓的中心是有 2π 弧度，

$$2\pi \text{ 弧度} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ 弧度} = 180^\circ$$

$$\therefore 1 \text{ 弧度} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57.2959^\circ \text{ 或者 } 57.3^\circ$$

同樣， $1^\circ = \frac{\pi}{180} = 0.01745 \text{ 弧度}$

因此，從弧度化成度數，將弧度數乘 57.3° 。

從度數化成弧度，將度數乘 0.01745 。

$1 \text{ 呎} = 0.9 \text{ 碼 (yd.)}$	$\star$	$1 \text{ 碼} = 3 \text{ 呎}$
-------------------------------------	---------	-----------------------------

例 1. 試將 1.7 弧度化成度數。

解: $1 \text{ 弧度} = 57.3^\circ$

$$\therefore 1.7 \text{ 弧度} = 1.7 \times 57.3 = 97.4^\circ$$

例 2. 試將 15.6° 化成弧度

解: $1^\circ = 0.01745 \text{ 弧度}$

$$\therefore 15.6^\circ = 15.6^\circ \times 0.01745 = 0.272 \text{ 弧度}$$

習 題 21-2

1. 將下列各角化成 π 弧度：

- (a) 360° (b) 180° (c) 60° (d) 90°
 (e) 30° (f) 45° (g) 135° (h) 270°
 (i) 240° (j) 720° (k) 315° (l) 300°

2. 將下列角弧度化成度數：

- (a) 2 弧度 (b) $\frac{2\pi}{5}$ 弧度 (c) $\frac{1}{\pi}$ 弧度
 (d) 0.6 弧度 (e) 2.2 弧度 (f) 0.056 弧度

3. 從上午 10:00 到同日下午 1:45，時鐘的分針走了多少弧度？

4. 時鐘的 45 分鐘，時針走了多少弧度？

5. 某電動機的速率是 1500 *r.p.m.*，問它的角速度每秒多少弧度？

6. 某發電機的速率是 4200 *r.p.m.*，問它的角速度是每秒多少弧度？

7. 現在求電動機的 *r.p.m.*，如果知道它的速度是：(a) 每秒 60π 弧度？(b) 每秒 25π 弧度？

8. 地球的旋轉，它的每小時角速度大約是多少弧度？

21-6 相似三角形 (Similar Triangles). 所謂相似三角形，只指三角形的形狀相似，並不一定大小要相同。

$1 \text{ 碼} = 2.7432 \text{ 市尺} \quad \star \quad 1 \text{ 市尺} = 0.3649 \text{ 碼}$

三角形形狀是由它的角來決定，因此相似三角形的對應角 (corresponding angles) 必定相等；同時可以用測量和證明知道相似三角形的對應綫是正比的。圖 21-13 三個三角形的對應角，都是相等，所以它們的對應綫是成正比的：

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} = \frac{GH}{GI}, \quad \frac{BC}{AB} = \frac{EF}{DE} = \frac{HI}{GH}, \quad \frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF} = \frac{HI}{GI}$$

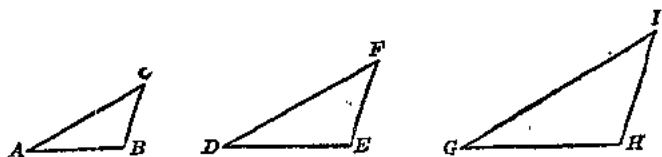


圖 21-13

例如：當 $AB = 0.5$ 寸， $DE = 1$ 寸，和 $GH = 1.5$ 寸，那末 DF 是比 AC 長二倍， GI 是比 AC 長三倍；相同的， HI 是比 BC 長三倍， EF 是比 BC 長二倍。

相似三角形的特性，常常用來測算無法接近的高或距離，這是非常重要的三角學的基本。

既然三角形三只角的和是 180° ，因此知道如果三角形的二只角相等，那末第三只角也一定相等，由此可知凡是一只三角形的二角，與另一只三角形的二角相等，那末這二只三角形一定是相似三角形。

要畫一只三角形，如果已經知道它的必須部份數值後，就可以用圓規，分度規和尺來完成它，然後再應用尺和分度規，就能量出這三角形其他未知部份，如果能應用方格紙來作圖，那末更覺方便。

1 市尺 = 1.0909 日尺	★	1 日尺 = 0.9091 市尺
------------------	---	------------------

習題 21-3

1. 二只相似的三角形：第一只三角形的邊是 15, 12, 和 8 尺；第二只三角形，它最長的邊是 25 尺。求第二只三角形的其他二條邊的長度。

2. 二只相似的三角形：第一只三角形的邊是 20, 6, 和 17 寸；第二只三角形，它最短的邊是 31 尺。求第二只三角形的其它二條邊的長度。

從第 3 題到第 8 題所指的角和邊是按照圖 21-14 所注的字，
A, B, C. 大寫表示角，在它對面的邊，用 a, b, c. 小寫來表示。

試將下列各題用圖解法解答：

3. $b = 3$, $c = 5$, $A = 53.1^\circ$

4. $a = 9$, $b = 12$, $c = 15$

5. $a = 8$, $b = 5$, $C = 34^\circ$

6. $a = 10$, $c = 13$, $B = 100^\circ$

7. $c = 7$, $A = 45^\circ$, $B = 45^\circ$

8. $C = 80^\circ$, $b = 4$, $a = 11$

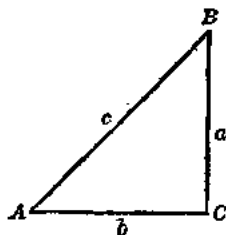


圖 21-14

21-7 直角三角形 (The Right Triangle). 某三角形的一只角是直角，這三角形叫做直角三角形。因為三角形三

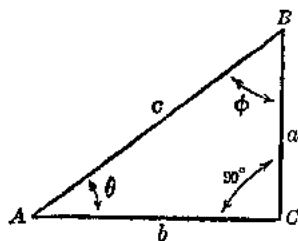


圖 21-15

角之和是 180° ，而直角三角形的一只角是直角，那末其他二角一定是銳角，而且它們的和，一定是 90° 。因為這種關係，直角三角形已知一只銳角，就能求出另外一只銳角。例如：圖 21-15 的

1 公尺 = 3.3 日尺 ★ 1 日尺 = 0.3080 公尺