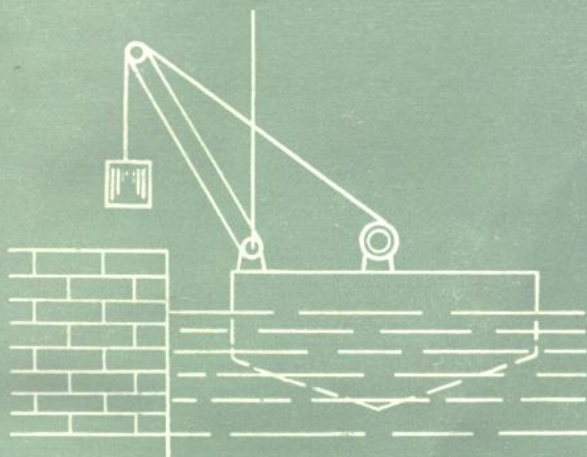


高等学校理工科参考书



理论力学 学习指导及题解

中南矿冶学院力学教研室编

内 容 简 介

本书分静力学、运动学、动力学三篇，共二十章，每一章包括基本内容、学习指导、典型例题、习题与解答等四部分。

本书与现行理论力学通用教材密切配合，相互补充，叙述力求深入浅出，通俗易懂。

本书可作为高等工科院校的教学参考读物，也可作为电视大学、函授大学、职工大学的教学参考用书。

理论力学学习指导及题解

中南矿冶学院力学教研室编

责任编辑：李遂平

湖南科学技术出版社出版

(长沙市展览馆路14号)

湖南省新华书店发行

湖南省新华印刷二厂排版

湘潭市彩色印刷厂重印

1981年6月第1版 1984年3月第3次印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：13 字数：297,000

印数：62,901—87,500

统一书号：13204·34 定价：1.55元

前 言

这本《理论力学学习指导及题解》，是根据现行工科高类型理论力学教学大纲编写的，旨在与通用教材密切配合，相互补充。全书分静力学、运动学、动力学三篇，共二十章。

书中，每一章包括下述四部分：

1. 基本内容 简要地概括每章的基本概念、基本理论和基本公式，达到“提要钩玄”的目的。

2. 学习指导 结合每章的重点和难点，指出学习理论和解题的注意事项，并反映了编者在长期教学中所积累的点滴经验和体会。

3. 典型例题 通过各类例题，说明解题方法、步骤与技巧，并对各种解法作了综合比较，使读者加深理解以巩固所学的理论。

4. 习题与解答 包括一定数量的、不同类型的基本题和部分难题，并附有详细解答，供读者解题参考。

本书可作为高等工科院校的教学参考读物，也可作为电视大学、函授大学、职工大学的教学参考用书。同时，对具有大学一年级文化水平的工程科技人员和青年同志，立志于自修理论力学者，本书有一定的参考价值。

本书由中南矿冶学院力学教研室集体编写。参加编写的有：罗勤寿（第一、五章）；尹祚湘（第二、三、四章前三节）；吕佩华（第二、三、四章第四节）；李民庆（第六至第十各章前三节）；贾永善（第六至第十各章第四节）；樊勇坚（第十一至第十五各章

前三节)，伍洪泽(第十一至第十五各章第四节)，袁镒吾(第十六至第二十各章前三节)，林丽川(第十六至第二十各章第四节)。全书由李民庆(各章前三节)、伍洪泽(各章第四节)主编。

限于编者水平，书中定有不少的缺点和错误，诚恳希望读者批评指正。

中南矿冶学院力学教研室

一九八一年二月

目 录

第一篇 静力学

第一章 基本概念和公理	(1)
§ 1—1 基本内容	(1)
§ 1—2 学习指导	(2)
§ 1—3 典型例题	(3)
第二章 平面汇交力系	(7)
§ 2—1 基本内容	(7)
§ 2—2 学习指导	(8)
§ 2—3 典型例题	(9)
§ 2—4 习题与解答	(12)
第三章 平面一般力系	(18)
§ 3—1 基本内容	(18)
§ 3—2 学习指导	(20)
§ 3—3 典型例题	(22)
§ 3—4 习题与解答	(30)
第四章 空间力系	(46)
§ 4—1 基本内容	(46)
§ 4—2 学习指导	(48)
§ 4—3 典型例题	(49)
§ 4—4 习题与解答	(53)
第五章 摩擦	(68)
§ 5—1 基本内容	(68)
§ 5—2 学习指导	(69)

§ 5—3	典型例题.....	(70)
§ 5—4	习题与解答.....	(76)

第二篇 运动学

第六章	点的运动	(94)
§ 6—1	基本内容.....	(94)
§ 6—2	学习指导.....	(95)
§ 6—3	典型例题.....	(97)
§ 6—4	习题与解答.....	(100)
第七章	刚体的基本运动.....	(107)
§ 7—1	基本内容.....	(107)
§ 7—2	学习指导.....	(108)
§ 7—3	典型例题.....	(109)
§ 7—4	习题与解答.....	(110)
第八章	点的复合运动.....	(116)
§ 8—1	基本内容.....	(116)
§ 8—2	学习指导.....	(116)
§ 8—3	典型例题.....	(119)
§ 8—4	习题与解答.....	(125)
第九章	刚体的平面运动.....	(140)
§ 9—1	基本内容.....	(140)
§ 9—2	学习指导.....	(141)
§ 9—3	典型例题.....	(143)
§ 9—4	习题与解答.....	(150)
第十章	刚体定点转动	(167)
§ 10—1	基本内容.....	(167)
§ 10—2	学习指导.....	(169)
§ 10—3	典型例题.....	(171)
§ 10—4	习题与解答.....	(175)

第三篇 动力学

第十一章 动力学基本定律.....	(133)
§ 11—1 基本内容.....	(133)
§ 11—2 学习指导.....	(184)
§ 11—3 典型例题.....	(185)
§ 11—4 习题与解答.....	(189)
第十二章 动量定理.....	(204)
§ 12—1 基本内容.....	(204)
§ 12—2 学习指导.....	(206)
§ 12—3 典型例题.....	(208)
§ 12—4 习题与解答.....	(213)
第十三章 动量矩定理	(228)
§ 13—1 基本内容.....	(228)
§ 13—2 学习指导.....	(230)
§ 13—3 典型例题.....	(232)
§ 13—4 习题与解答.....	(237)
第十四章 动能定理.....	(250)
§ 14—1 基本内容.....	(250)
§ 14—2 学习指导.....	(253)
§ 14—3 典型例题.....	(255)
§ 14—4 习题与解答.....	(260)
第十五章 达朗伯原理·动静法.....	(280)
§ 15—1 基本内容.....	(280)
§ 15—2 学习指导.....	(281)
§ 15—3 典型例题.....	(283)
§ 15—4 习题与解答.....	(291)
第十六章 质点的相对运动.....	(312)
§ 16—1 基本内容.....	(312)

§ 16—2	学习指导	(312)
§ 16—3	典型例题	(314)
§ 16—4	习题与解答	(316)
第十七章	碰撞	(326)
§ 17—1	基本内容	(326)
§ 17—2	学习指导	(327)
§ 17—3	典型例题	(328)
§ 17—4	习题与解答	(332)
第十八章	虚位移原理	(340)
§ 18—1	基本内容	(340)
§ 18—2	学习指导	(341)
§ 18—3	典型例题	(342)
§ 18—4	习题与解答	(347)
第十九章	动力学普遍方程和拉格朗日方程	(358)
§ 19—1	基本内容	(358)
§ 19—2	学习指导	(359)
§ 19—3	典型例题	(360)
§ 19—4	习题与解答	(365)
第二十章	机械振动	(381)
§ 20—1	基本内容	(381)
§ 20—2	学习指导	(383)
§ 20—3	典型例题	(385)
§ 20—4	习题与解答	(391)

第一篇 静 力 学

第一章 基本概念和公理

§ 1—1 基 本 内 容

一、三个基本概念

1. 力 物体间相互的机械作用，这种作用使物体的运动状态发生改变或者使物体发生变形。

2. 刚体 任何情况下都不发生变形的物体。

3. 平衡 物体相对地面保持静止或匀速直线运动的状态。

二、五个公理

1. 二力平衡公理 作用于刚体上二力平衡的充分和必要条件是：等值、反向、共线。

2. 加减平衡力系公理 在作用于刚体上的已知力系中，加减任一平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

3. 平行四边形公理 作用于物体上同一点的两个力的合力仍作用在该点上，其合力的大小和方向以这两个力为邻边所作的平行四边形对角线来表示。

4. 作用与反作用公理 两物体间相互作用的力总是等值、反向、共线，且分别作用在两个物体上。

5. 刚化公理 变形体的平衡并不因其刚化而破坏。

三、两个推论

1. 力的可传性 作用于刚体上的力，其作用点可以沿作用线移动而不改变它对刚体的效应。

2. 三力平衡汇交定理 若刚体在三个力作用下处于平衡，当其中二力交于一点时，第三力必通过同一点。

四、受力图

1. 约束 限制某物体运动的其它物体。
2. 约束反力——约束对被约束物体的反作用力。
3. 受力图 表示物体所受全部外力（包括主动力和约束反力）的简图。

§ 1—2 学 习 指 导

一、必须正确理解力的概念。在前面关于力的概念的两句话中，第一句话说明力的本质，第二句话说明力的效应（外效应和内效应）。

要全面反映力对物体的作用，必须引进三个要素：大小、方向、作用点，即力必须用矢量表示。如图1—2—1中，I（乒乓球）II（球拍）两物体间的相互机械作用可用力矢 $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{F}'$ 表示，前者表示I对II的作用，后者表示II对I的作用，可见力总是成对产生的，必须注意“相互”这两个字的含义。

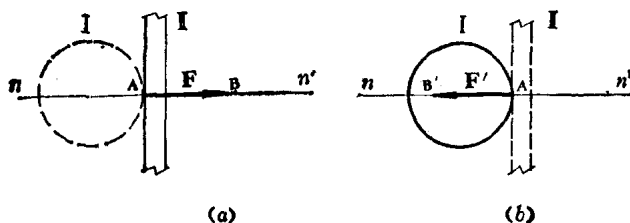


图1—2—1

二、学习五个公理时，不但要正确理解每一个公理的含义，而且要了解它们在静力学中的作用以及它们之间是相互联系和相互补充的，从而把五个公理理解为表达力的基本规律的一个

有机整体。

公理一表达了最简单的平衡力系（两个力平衡）的充分必要条件，它是研究力系平衡的基础。根据公理二，可以在已知力系中加减任意平衡力系，以达到将原力系简化的目的，所以它是力系简化的基础。公理三表达了最简单情况下合力和分力之间的关系，是力系合成和分解的基础。公理四揭示了两物体间相互作用力的定量关系，是研究由若干个物体所组成的物体系统平衡问题的基础。最后，公理五则把研究范围由刚体平衡问题扩大到变形体的平衡问题，为从刚体力学向变形体力学过渡创造了条件。

三、画受力图是求解力学问题的第一步工作，不能多画、少画和错画了力。若受力图画错了，则以后的分析和计算都将是错的。因此，初学者应认真对待，反复练习。

画受力图的一般步骤如下：

1. 根据问题的要求确定研究对象，并将它从周围物体中分离出来。

2. 画出研究对象所受的已知的主动动力。

3. 分析研究对象所受约束的类型，并相应地画上约束反力。

实际上，2、3两步骤往往可以合并。

若研究对象由几个物体组成时，物体之间的相互作用力为内力，可以不画出来。

§ 1—3 典型例题

【例1—1】如图1—3—1 (a) 所示的构架，圆柱 O_1 和 O_2 各重 P_1 和 P_2 ，AB杆的自重忽略不计，A处为固定圆柱铰链，BC为绳索，其余均为光滑搁置。试分别以 O_1 、 O_2 两圆柱和AB杆为研究对象，再以 O_1 、 O_2 两圆柱和AB杆一起为研究对象，画出

它们的受力图。

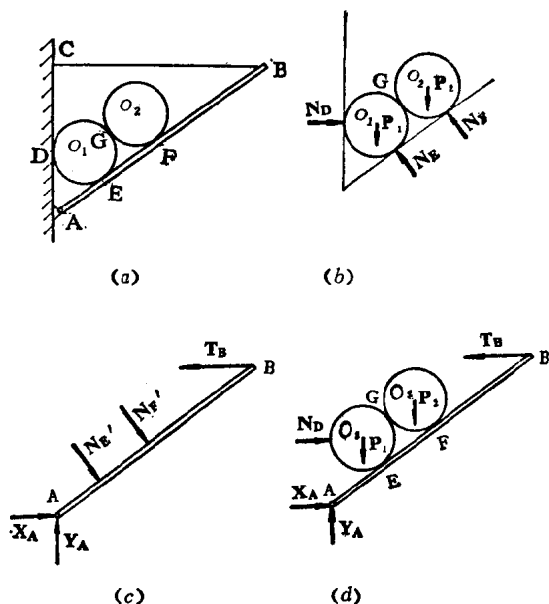


图1—3—1

【解】 一、以 O_1 、 O_2 两圆柱为研究对象

1. 将 O_1 、 O_2 两圆柱从周围物体中分离出来，如图1—3—1(b)所示。

2. 画上主动力：圆柱 O_1 的重力 P_1 ，圆柱 O_2 的重力 P_2 。

3. 两圆柱于 D 、 E 、 F 处系光滑搁置，其约束反力分别以 N_D 、 N_E 和 N_F 表示。注意到两圆柱在 G 处的相互作用力为内力，可以不画出来。

二、以 AB 杆为研究对象

1. 将 AB 杆单独取出，如图1—3—1(c)所示。

2. 画 AB 杆所受的力：

依题意AB杆的自重忽略不计。圆柱 O_1 和 O_2 对AB杆的作用力 $\mathbf{N}_E'$ 和 $\mathbf{N}_F'$ ，可根据公理四由 $\mathbf{N}_E$ 和 $\mathbf{N}_F$ 确定，即： $\mathbf{N}_E' = -\mathbf{N}_E$ ， $\mathbf{N}_F' = -\mathbf{N}_F$ 。在A处为固定铰链支坐，其约束反力通过铰心A，而大小和方向为待求的未知量，可用互相垂直的两个分力 $\mathbf{X}_A$ 、 $\mathbf{Y}_A$ 表示。在B处，AB杆受绳索BC的约束，其约束反力 $\mathbf{T}_B$ 的作用点为联结点B，方向沿着绳索且为拉力。AB杆共受五个力作用。

三、以圆柱 O_1 、 O_2 和杆AB一起为研究对象

1. 研究对象的示意图如图1—3—1(d)。

2. 画研究对象所受的力：

圆柱 O_1 的重力 $\mathbf{P}_1$ ；圆柱 O_2 的重力 $\mathbf{P}_2$ ；A处固定铰链的约束反力 $\mathbf{X}_A$ 、 $\mathbf{Y}_A$ ；B处绳索的约束反力 $\mathbf{T}_B$ 。光滑面D处的约束反力 $\mathbf{N}_D$ 。在本研究对象中，E、F、G处，物体间的相互作用力为内力，可不画出。

【例1—2】一简易起重机如图1—3—2(a)所示，起吊重物的重量为 Q ，机架自重不计，试画出水平梁CD和立柱AB的受力图。

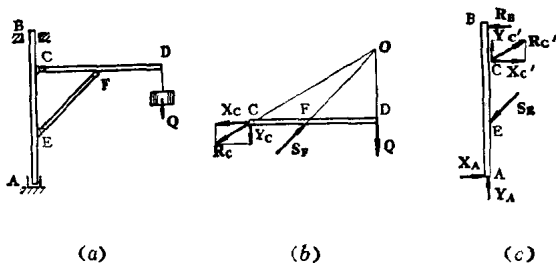


图1—3—2

【解】一、画横梁CD的受力图，如图1—3—2(b)。

1. 将CD梁单独画出。

2. 画主动力：

重物的重量为 Q ， CD 梁自重不计。

3. 画约束反力：

C 处为铰链约束，其约束反力的方向不能预先确定，因此用两个互相垂直的分力 X_C 、 Y_C 表示。 EF 是二力杆，所以 CD 梁上铰链 F 处的约束反力 S_F 的方向沿 EF 杆。

如果考虑横梁 CD 受到 Q 、 S_F 和 R_C 三个力作用而平衡，则按照三力平衡汇交定理， Q 和 S_F 的方向已知，可找到其交点 O ，那么，第三个力 R_C 也通过 O 点，由此可确定 R_C 的方向，而不必将其分解成 X_C 和 Y_C 。

二、画立柱 AB 的受力图，如图1—3—2(c)。

1. 将立柱 AB 单独画出。

2. 画立柱所受的力：

AB 自重不计； C 处约束反力可用 X_C' 、 Y_C' 或用 R_C' 表示； E 处约束反力 S_E 沿 EF 杆，且 $S_E = -S_F$ ； B 处为滑动颈轴承，其约束反力可用 R_B 表示， R_B 的方向与 AB 垂直； A 处为止推轴承，其约束反力用 X_A 和 Y_A 表示。

第二章 平面汇交力系

§ 2—1 基本内容

一、平面汇交力系的合成

1. 几何法

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F}_i \quad (2-1)$$

合力矢是力多边形的封闭边,其作用线通过力系的汇交点。

2. 解析法

合力的大小为

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2} \quad (2-2)$$

合力的方向由方向余弦确定,即

$$\left. \begin{aligned} \cos(\mathbf{R}, X) &= \frac{R_x}{R} = \frac{\sum X}{R} \\ \cos(\mathbf{R}, Y) &= \frac{R_y}{R} = \frac{\sum Y}{R} \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

上式中,

$$\left. \begin{aligned} R_x &= X_1 + X_2 + \cdots + X_n = \sum X \\ R_y &= Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n = \sum Y \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

二、平面汇交力系的平衡

1. 平衡的几何条件: 力多边形自行封闭。

2. 平衡的解析条件

$$\left. \begin{aligned} \sum X &= 0 \\ \sum Y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

式(2-5)称为平面汇交力系的平衡方程式。

§ 2—2 学习指导

一、平面汇交力系合成的几何法，是作出力系中各力所组成的力多边形，其封闭边即表示合力矢量，所以这种方法又称为力多边形法，它是力三角形法的连续应用及推广。

用这种方法求合力矢量时，与各分力合成的先后顺序并无关系。

二、平面汇交力系合成的解析法，是根据合力投影定理，首先求出合力在直角坐标轴上的两个投影值 R_x 、 R_y ，再用公式(2—2)、(2—3)求得合力的大小与方向。用这种方法时，一对正交的投影轴可以任意选定，但应尽可能使各分力的投影计算简便。

三、利用平衡条件求未知的约束反力时，由公式(2—5)可知，有两个平衡方程，可求解两个未知数。这时应注意，所谓未知数是指未知的要素。例如一个力的大小及方向未知，则有两个未知要素，两个力的大小未知，也是两个未知要素。当力的作用线已定但指向未定时，可事先假定该力沿某一指向，最后由计算结果的正、负号来确定：其值为正者，说明原设指向与实际指向相符，否则与实际指向相反。

四、用解析法求解平衡问题的步骤可归纳如下：

取——按照题意选取研究对象；

画——画出研究对象的受力画；

选——根据受力情况合理选择坐标轴；

列——列出平衡方程；

解——求解平衡方程；

校——校核所得结果。

§ 2—3 典型例题

【例2—1】 铰接四连杆机构 $ABCD$ 如图2—3—1(a)所示,在铰链 B 上作用一已知力 Q ,在铰链 C 上作用一未知力 R ,该机构处于平衡状态,若杆重不计,求力 R 。

【解】 一、分析题意:本题实质上是求机构 $ABCD$ 处于平衡时未知力 R 与已知力 Q 之间的关系。由于它们分别作用在 C 、 B 两个铰上,故必须分别按两个平面汇交力系处理,再借助 BC 杆的内力作为桥梁,即可求得 R 与 Q 的关系。

二、几何法

1. 分别选取铰链 B 、 C 为研究对象。

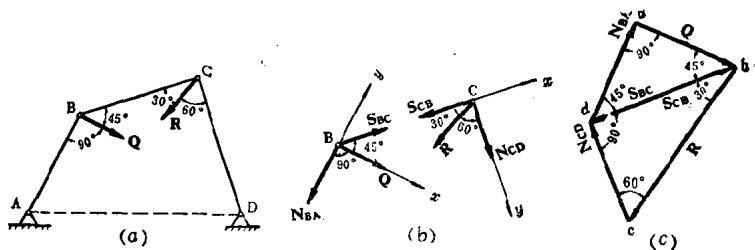


图2—3—1

2. 画铰链 B 、 C 的受力图。因 AB 、 BC 、 CD 杆均为二力杆,故它们的内力作用线均沿杆的轴线。现假设这些力的指向都是离开铰链的,则受力图如图2—3—1(b)所示。

3. 按照一定的比例,先从包含已知力 Q 的 B 铰开始作力矢 Q 、 N_{BA} 、 S_{BC} 所形成的封闭三角形 abd 如图2—3—1(c)所示。依已知力 Q 环绕力三角形的转向可确定 S_{BC} 的方向(指向 B 铰)。

其次,再研究 C 铰,将 S_{BC} 反向得 S_{CB} ($S_{CB} = -S_{BC}$),并以 S_{CB} 为始边,作力矢 S_{CB} 、 R 、 N_{CD} 所形成的封闭的力三角形。