汽轮发电机组的振动及转子找平衡

水利电力部西安热工研究所 张游祖 施维新

水利电力出版社

前　　言

1963年我们曾以《汽轮发电机组的振动及转子找平衡》一书和读者见面。时隔二十多年，我国火力发电厂汽轮发电机组的组成情况已有很大的变化。国产和引进的最大机组，其单机容量已达600MW，机组的结构也采用了很多新型式，这一切都对消除汽轮发电机振动的专业工作者提出了新的要求。经过二十多年处理现场振动的实践，特别是在国产200MW和300MW机组投运过程中对一系列振动问题的处理，促进了这一专业的发展，无论在理论水平或实践方面，都有较大程度的提高。在总结这些经验之后，可以认为，在汽轮发电机组振动的诊断和现场转子动平衡技术方面，我国已接近国际水平。在这种情况下，若将原书再版已远不能满足实际需要，因此我们编写了本书，书名仍取《汽轮发电机组的振动及转子找平衡》。

到2000年，电力工业要有很大发展，单机容量不断增大，有些振动问题有可能重复出现，也可能有新问题产生。编写时考虑到这些情况，我们一方面将已有的经验从理论上提高一步；另一方面也收集了国外在大容量机组上所发生的一些振动问题，目的在提供信息并使读者在技术上有所准备。本书的出版如能在这两方面起到作用，将是作者的心愿。

我国对消除现场机组振动过大问题进行理论研究和实际工作的单位比较多。仅水利电力部系统各大区和地方电力试

验研究单位就有很多宝贵的经验。在编写过程中我们注意收编了有关单位的经验。但由于水平所限，编写过程中错误不当之处在所难免，敬请读者指正。

本书第一章、第二章、第四章和第五章的第一、第七节由张游祖编写；第三章的强迫振动部分和第五章的第二至六节由施维新编写；第三章的自激振动部分及第十节、十一节中有关实例由张若京提供初稿张游祖改写。在编写过程中，徐家仁、何光兴、肖振德同志提出了不少有价值的修改意见，并得到黄秀珠、冠胜利、陆颂元、赵新源等一起工作同志的协助，我们在此表示谢意。

张游祖

施维新

一九八五年五月

目　　录

第一章 概　　论

第一节 振　动　系　统

任何物体或机件都具有一定的质量和弹性，而本身具有弹性的质量或是和它相连接的弹性部分的组合体，就称为弹性系统。当弹性系统中的物体，例如用弹簧悬挂的重块，处在稳定状态下受到一次外力的扰动后，它就按一定的频率以原来静止位置为中心作往复运动，这种运动就称为振动。因此振动在弹性系统中存在。而机械振动可概括为：物体的位置周期性的离开其系统中的原定位置。

一般地说来，一个弹性系统能作许多种不同形式的振动。形式最简单的一种振动，只需要一个座标就可以确定振动系统的位置，这种振动系统称为具有一个自由度的系统。有时，在我们遇到的振动系统中，需要有许多独立座标来确定其位置。这种振动系统就称为多自由度的系统。

一、简谐运动

所谓简谐运动，就是运动的位移、速度和加速度按正弦函数或余弦函数变化的运动。一切周期振动，如不是单一的简谐运动，就是不同振幅和不同频率的多简谐运动的合成。因此，简谐运动是振动方式的基本形态。举一个简单的例子来说，如果一动点 P' 以等速度在一个圆周上运动，它在圆周的一个直径上的投影 P 的运动，将是简谐运动，如图 1-1 所示。圆的半径 x_0 是运动的振幅，P' 点绕圆心转动的角速度 ω 是圆频率，它的单位是rad/s。在 t 秒钟内旋转的角度是

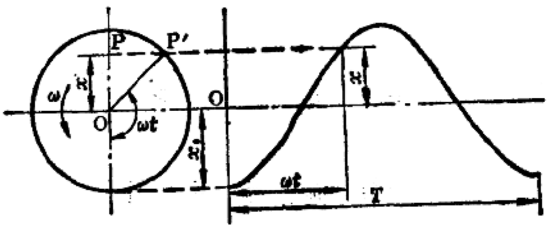

图 1-1 简谐运动图示

ωt，而这时P点的位移是：

$$x=x_0\cos\omega t。\tag{1-1}$$

周频率f就是通常所称的频率，即单位时间的振动次数，即：

$$f=\omega/2\pi。\tag{1-2}$$

它的单位是Hz。由式(1-2)可知，圆频率代表 2π秒中物体的振动次数。物体完成一次振动所需的时间 T 叫周期，即 $T=2\pi/\omega$，它的单位是s。由上可知T和f互为倒数，即：

$$f=1/T \qquad 或T=1/f。\tag{1-3}$$

P点的运动速度，可以位移对时间求导数而得：

$$U=\frac{dx}{dt}=x_0\omega\cos(\omega t+\pi/2)。\tag{1-4}$$

P点的运动加速度，可以它的速度对时间求导数而得：

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=x_0\omega^2\cos(\omega t+\pi)。\tag{1-5}$$

由上可见，不仅振动的位移是简谐函数，振动的速度和加速度也都是简谐函数，因而也可用旋转矢量表示，但是它们的位置各超前了位移矢量90度及180度，如图1-2所示。

二、谐波分析

上述的简谐振动是一种最简单的周期振动。实际问题中，更多的是存在着复杂的非简谐振动。由于这种复杂振动的波

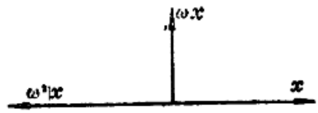

图 1-2 振动矢量图示

形仍为周期函数，如用下面介绍的傅里叶级数展开，就可表示为一系列简谐函数（三角函数）之和。用这个方法可以分析该波形在多大振幅内含有哪种频率分量。这种分析称为傅里叶分析或谐波分析。

现在研究在周期为T自变量为t的周期函数$F(t)$。这时，$F(t)$可展开成下列三角函数的级数之和：

$$F(t)=\frac{a_0}{2}+a_1\cos\omega t+a_2\cos 2\omega t+\cdots b_1\sin\omega t+b_2\sin 2\omega t+\cdots=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t). \tag{1-6a}$$

有的则表示为：

$$F(t)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n\cos n\omega t+\sum_{n=1}^{\infty}B_n\sin n\omega t \quad (n=0,1,2,\cdots). \tag{1-6b}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}A_0&=\frac{2}{T}\int_0^T F(t)dt\\ A_n&=\frac{2}{T}\int_0^T F(t)\cos n\omega t dt\\ B_n&=\frac{2}{T}\int_0^T F(t)\sin n\omega t dt\end{aligned}\right\}. \tag{1-7}$$

$F(t)$可按上式算出。式（1-6）的右边称为$F(t)$的傅里叶级数展开式，a_0、a_n（A_n）、b_n（B_n）称为傅里叶系数。

由式（1-6）和（1-7）知，$F(t)$是由不变的分量与频率为$\frac{1}{T}$的整数倍的频率分量所组成。其中，$f_1=\frac{1}{T}$称为基频，该频率分量称为基波。大小为基频n倍（$n=2, 3, \cdots$)的其它频率称为n阶高频，其频率分量称为n阶高次波。

如将式（1-6）加以合成，就可改写成：

$$F(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}c_n\sin(n\omega t+\varphi_n). \qquad (1-8)$$

在式（1-8）中，$c_n=\sqrt{A_n^2+B_n^2}$，$\varphi_n=\tan^{-1}\frac{B_n}{A_n}$。

这种振幅c_n称为频率$f_n=\frac{n}{T}$的谱分量，表示对应于各频率的振幅的图为频率谱。由于周期函数可表示为傅里叶级数，而谱分量仅离散地出现在大小为基频的整数倍之处，所以成为线谱。

下面举例说明傅里叶级数的展开，如图1-3示。图（a）为锯齿形波，该函数的表示式为：

$$F(t)=\frac{t}{T}\ (0<t<T). \qquad (1-9)$$

将式（1-9）代入式（1-7）得：

$$A_0=\frac{2}{T}\int_0^T\frac{t}{T}dt=1;$$

$$A_n=\frac{2}{T}\int_0^T\frac{t}{T}\cos n\omega t dt=0;$$

$$B_n=\frac{2}{T}\int_0^T\frac{t}{T}\sin n\omega t dt=-\frac{1}{n\pi}.$$

由此得$F(t)$的傅里叶级数展开式为：

$$F(t)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\omega t.$$

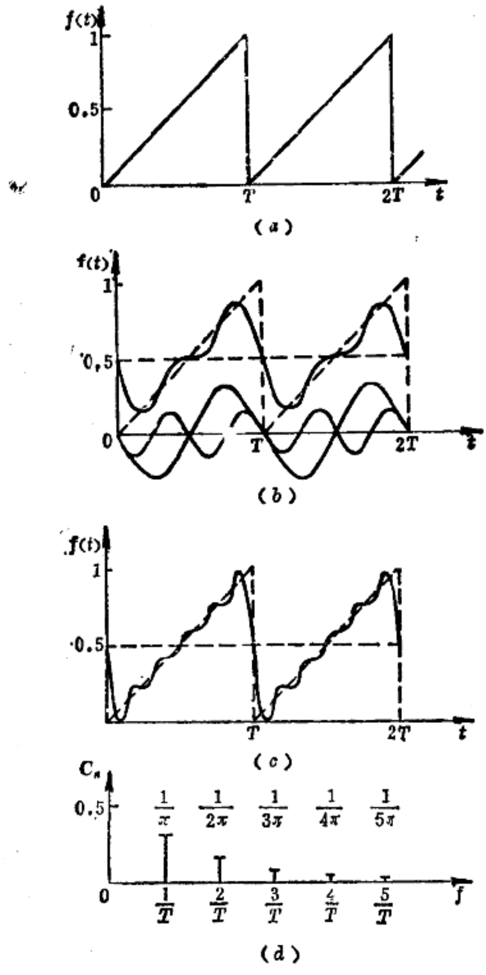

图 1-3 傅里叶级数展开的例子 图示 $F(t)=\frac{t}{T}(0<t<T)$

为了观察该级数根据项数而定的收敛状态，在图 1-3（b）和（c）上分别示出了到 $n=2$ 和 $n=5$ 为止各项之和的波形，n 取得愈大愈接近真实波形。在图（d）上还示出了频率谱。

第二节 一个自由度的无阻尼的自由振动

一切振动系统中总有些阻尼作用，所有的自由振动都会因阻尼作用而渐渐自行停止。在有些系统中，阻尼力非常微小。根据无阻尼的自由振动得来的自然频率即自振频率，和实测频率非常接近，例如某些振动表自振频率的设计，就可采用此原则。

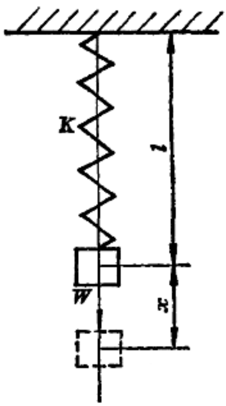

图 1-4 一个自由度无阻尼的自由振动图示

现研究图 1-4 所示的情况，如果把重物 W 安排得只能作上下移动，而且弹簧的质量比重物 W 的质量小得多的话，那末这个系统便算作是一个自由度的系统。系统的形态只要用重物在铅直方向的位移便可完全表明。令 K 代表弹簧产生单位伸长所需要的载荷。这个量称为弹簧刚度，单位是 N/cm。在重力 W 的作用下，弹簧的静变位是：

$$\delta_s = W/K \text{ cm}。\qquad (1\text{-}10)$$

根据牛顿定律来建立重物的运动微分方程式。这条定律说明，一个质点的质量与该质点加速度的乘积，等于作用于该质点沿加速度方向的作用力。

即
$$\frac{W}{g}\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0。\qquad (1\text{-}11)$$

上式说明单自由度无阻尼的自由振动系统，在振动过程中，惯性力适和弹性力相平衡。

将式（1-11）改写成：

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}x。$$

这个微分方程的解，应是一个以时间t来表示的函数$x=x(t)$。这个函数经过对时间二次求导以后，必需等于原函数乘以（$-k/m$）。这个微分方程的通解是：

$$x=A\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t+B\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t。\qquad (1\text{-}12)$$

常数A，B由振动初始条件决定。假如自由振动是由于使重块自平衡点移动x_0以后又放开而产生的，在放开的瞬间，重块的速度$\frac{dx}{dt}$是零。如果把在$t=0$时$x=x_0$；$\frac{dx}{dt}=0$的初始条件代入式（1-12），则可以求出常数A、B：

$$A=0;$$

$$B=x_0$$

则式（1-11）的解是：

$$x=x_0\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t。\qquad (1\text{-}13)$$

从式（1-13）中可看出，运动的自振圆频率是：

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}\ \text{rad/s}。$$

自振频率是：

$$f_n=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\quad \text{Hz}$$

或
$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\delta_s}}\ \text{Hz}。 \qquad (1\text{-}14)$$

第三节　一个自由度的有阻尼的强迫振动

在第二节中已提到，一切振动系统中，总有些阻尼作用。要使振动问题的分析更接近于实际，那就必需把振动阻尼力考虑进去。

振动阻尼力通常可想象为一种阻力。这种阻力可以有多种不同来源，如：

（1）干摩擦：一般来说这是一种近乎常数的阻尼力，它与接触面的性质和垂直压力有关；

（2）材料内摩擦：这是材料本身内部晶粒之间的摩擦。由经验可知，它和每周振动中的最大应变成正比；

（3）粘滞阻尼：两接触面之间有润滑剂时，摩擦力和物体的材料无关，而决定于润滑剂的粘性及运动速度。如果是完全的液体摩擦，那就可以假定摩擦力与润滑剂的粘性及速度成正比。

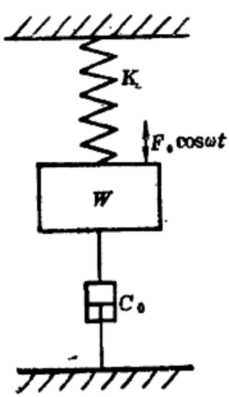

图 1-5　一个自由度有阻尼的强迫振动图示

一个物体以一定的速度在粘性液体内运动，或者一个运动物体使流体从很狭窄的缝（如电磁式拾振器采用的空气阻尼装置）或孔里通过时，阻力也是与速度成正比的。下面凡是讨论到与速度成正比的阻尼力时，都是指粘

滞阻尼。

以上数种阻尼力，只有在粘滞阻尼下的强迫振动才是简谐运动，方可用最简单的数学方程作详细的分析，故本节以后讨论的仅限于粘滞阻尼振动。

一个受有外来力而被粘滞阻尼所阻滞的振动系统，可由图 1-5 来表示。重物W悬挂在一弹簧刚度为K的弹簧上，被一简谐外力$F_0\cos\omega t$作用着，在重物与地面之间接入一个阻尼器C_0来产生阻尼作用，它的阻尼系数是c。

在这种情况下，重物运动的微分方程式就不是第二节里公式（1-11）而成为下式：

$$\frac{W}{g}\frac{d^2x}{dt^2}=-Kx-c\frac{dx}{dt}+F_0\cos\omega t.$$

即重物在运动中，还有一个与速度成正比、方向与速度相反的阻力$\left(-c\frac{dx}{dt}\right)$和一个外力$F_0\cos\omega t$作用着，令$\omega_n^2=\frac{Kg}{W}$及$2\varepsilon=\frac{cg}{W}$，前者为系统的自振圆频率，后者为阻尼系数，则上式为：

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\varepsilon\frac{dx}{dt}+\omega_n^2x=\frac{F_0g}{W}\cos\omega t. \qquad (1\text{-}15)$$

公式（1-15）的稳定解即特解的形式将是：

$$x=M\cos\omega t+N\sin\omega t, \qquad (1\text{-}16)$$

其中M和N都是常数。将式（1-16）代入式（1-15），因

$$\frac{dx}{dt}=-M\omega\sin\omega t+N\omega\cos\omega t,$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-M\omega^2\cos\omega t-N\omega^2\sin\omega t,$$

故得：

$$(-M\omega^2+2\varepsilon N\omega+M\omega_n^2)\cos\omega t+(-N\omega^2-2\varepsilon M\omega+N\omega_n^2)\sin\omega t=\frac{F_0 g}{W}\cos\omega t.$$

若此恒等式成立，则必须使下面两式成立：

$$-M\omega^2+2\varepsilon N\omega+M\omega_n^2=\frac{F_0 g}{W};$$

$$-N\omega^2-2\varepsilon M\omega+N\omega_n^2=0。$$

解上列二式得：

$$\left.\begin{aligned} M&=\frac{F_0 g}{W}\cdot\frac{\omega_n^2-\omega^2}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\varepsilon^2\omega^2}\\ N&=\frac{F_0 g}{W}\cdot\frac{2\varepsilon\omega}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\varepsilon^2\omega^2}\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}17)$$

将式（1-17）中的M和N值代入式（1-16），即得式(1-15)的特解。从微分方程理论可知，式（1-15）的通解，应是特解（1-16）与下列齐次方程的解的代数和：

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\varepsilon\frac{dx}{dt}+\omega_n^2x=0。\qquad(1\text{-}15')$$

从式（1-15）可见，齐次方程（1-15′）实际上描述了外界扰动力$F_0\cos\omega t=0$时的振动情况。它代表一个自由度的有阻尼的自由振动。用通常的待定指数函数法，在小阻尼的情况下，可求出（1-15′）的解为：

$$x=e^{-\varepsilon t}(C_1\cos Pt+C_2\sin Pt),$$

式中　C_1、C_2——常数；

$P=\sqrt{\omega_n^2-\varepsilon^2}$——当阻尼系数为$\varepsilon$时，系统作自由振动时的圆频率。

因此，方程（1-15）的通解为：

$$x=e^{-\varepsilon t}(C_1\cos Pt+C_2\sin Pt)+M\cos\omega t+N\sin\omega t.$$

由于代表自由振动部分的$e^{-\varepsilon t}(C_1\cos pt+C_2\sin pt)$具有因子$e^{-\varepsilon t}$，当$t$增加时，它就很快下降接近于零。所以只有当$t$逼近于零时，它对$x$的大小才有显著的影响（暂态过程）。而在以后，$x$值的大小就差不多完全由特解数值来确定（稳定过程）。对强迫振动来说，以下所涉及到的只限于稳定过程。因此以后对暂态过程将不作研究。

代表强迫振动的部分也可用旋转向量把它简化一下。取一个数值等于M的向量$\overline{OD}$，使它以等角速度ω作反时针方向旋转，角度的量取如图1-6所示。这个向量在x轴上的投影便是公式（1-16）的第一项。公式（1-16）的第二项等于向量$\overline{OB}$在x轴上的投影。$\overline{OB}$的绝对值等于N，方向与$\overline{OD}$垂直，它的指向与公式（1-17）中N的符号相符。$\overline{OD}$和$\overline{OB}$两向量在x轴投影的代数之和，可以用两者的几何向量$\overline{OC}$在x轴上的投影代替。$\overline{OC}$的模用A来代表，可以从三角形ODC及公式（1-17）来求得A的数值：

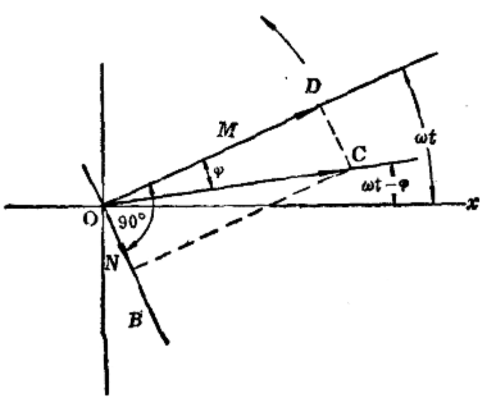

图 1-6 旋转向量图示

$$A=\sqrt{M^2+N^2}=\frac{F_0 g}{W}\cdot\frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\varepsilon^2\omega^2}}.$$

因$\omega_n^2=\dfrac{Kg}{W}$，所以上式可写成如下形式：

$$A=\frac{F_0}{K}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\dfrac{4\varepsilon^2\omega^2}{\omega_n^4}}}$$

$$=x_s\cdot\frac{1}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\dfrac{4\varepsilon^2\omega^2}{\omega_n^4}}},$$

式中x_s代表振动物体W在重力作用下所产生的静变形。向量$\overline{OD}$与$\overline{OC}$之间的夹角φ可按下式求得：

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{N}{M}=\frac{2\varepsilon\omega}{\omega_n^2-\omega^2}.$$

现在把向量$\overline{OC}$向x轴投影，得到强迫振动的位移表达式如下：

$$x=x_s\cdot\frac{1}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\dfrac{4\varepsilon^2\omega^2}{\omega_n^4}}}\cos(\omega t-\varphi). \quad (1\text{-}18)$$

可见强迫振动的振幅，等于静变形x_s乘以下列因数：

$$\frac{1}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\dfrac{4\varepsilon^2\omega^2}{\omega_n^4}}}。$$

这个因数被称为放大因数，它决定于比值$\dfrac{\omega}{\omega_n}$和$\dfrac{2\varepsilon}{\omega_n}$。现将在各种不同的$\dfrac{2\varepsilon}{\omega_n}$数值下放大因数与$\dfrac{\omega}{\omega_n}$的关系曲线示于图1-7中。

到这里为止，我们只讨论了强迫振动的振幅，即图 1-6