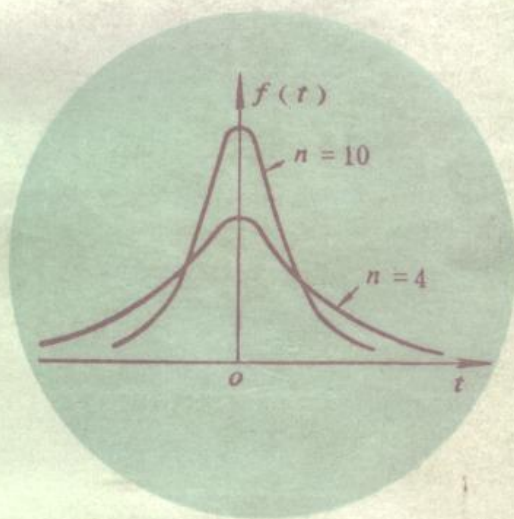




自学函授基础课教材

自学函授概率论与数理统计

杨德保 编



北京工业学院出版社

自学函授概率论与数理统计

杨德保 编

北京工业学院出版社

内 容 简 介

本书是为成年人学习概率论与数理统计而编写的。内容有随机事件及其概率；随机变量及其概率分布；多维随机变量及其分布；随机变量的数字特征；大数定律与中心极限定理；样本及其分布；参数估计；假设检验；回归分析等。

本书充分运用了成年人实际工作经验丰富的特点，联系实际紧密，抓住问题的本质属性，形成概念，并提到一定的理论高度。重要问题反复阐述。叙述直观、明瞭、详细，力求使读者有面授之感。每节后有练习题，每章后有学习指导，以利读者循序渐进掌握知识。

本书可作为工科各专业自学函授教材，也可供夜大及自学者和工程技术人员参考。

自学函授概率论与数理统计

杨德保 编

※

北京工业学院出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防科工委印刷厂印刷

※

787×1092 毫米 32 开本 13.125 印张 282 千字

1986 年 12 月第一版 1986 年 12 月第一次印刷

印数：1—12,000 册

统一书号：18434·47 定价：2.25 元

前 言

这套自学函授教材是根据高等工业学校函授大学教学大纲和自学考试大纲编写的机械类专业用基础课教材。它的出版为高等函授学生和参加自学考试的自学者做了一件极有意义的好事。

党的十一届三中全会以来，随着我国四个现代化建设事业的发展，出现了全社会努力学习科学文化的可喜形势。成千上万的自学者在缺少面授条件的困难条件下，为四化事业而勤奋地刻苦学习。但是，由于缺乏合适的教材，给他们的学习造成不少困难。他们迫切需要能反映成人教育特点、极便于自学的书。

现在推荐给读者的这套自学函授教材，就是北京工业学院一批热心成人教育的同志奉献给广大自学者的礼物。全书包括高等数学、工程数学、普通物理、英语、机械制图、理论力学、材料力学、机械原理、机械零件、电工电子学等。每本书名都冠以“自学函授”字样，以示区别于普通高等学校教材。本书不仅适用于函授学生和参加自学考试的人员，也可作为电大、夜大、职工大学、甚至普通高等学校学生的参考资料。

参加编写的同志把自己多年积累的丰富的教学经验和心得编入书中，力求按照自学者学习特点和规律进行编写，使本书具有鲜明的特色。全书内容取材适当，重视基本概念

和基本理论，并保证一定的高度和深度；为了便于自学，书中叙述详尽细致，讲解深入透澈；书中编有具体的自学指导，针对性强，编排合理，指导及时，便于读者参阅使用；全书力求文字简洁、通俗易懂，生动活泼，引人入胜。

希望这套书能够有效地帮助读者顺利学习，迅速自学成材，这是编者们的最大心愿。

孙树本

一九八五年二月于北京工业学院

序

概率论与数理统计是从数量方面研究偶然现象规律性的学科。概率论是数学的一个有特色的分支。它一方面具有独特的概念和方法，内容丰富，结果深刻；另一方面它与其它数学分支有密切联系。在社会科学，自然科学，技术科学和管理科学中都有广泛的应用。数理统计是以概率论为基础，研究数据资料的收集、整理、分析与推断的科学。数理统计所考虑的问题与方法，不同于一般的资料统计（如求百分比，平均值等）。它着眼于根据偶然现象本身的规律性进行分析与推断，有效地利用资料信息，尽可能作出精确而可靠的结论。本书是一本供成年人用的自学函授教材。在编写中，充分运用了成年人实际经验丰富的优点。引入新内容时，一般都从实际问题出发，抓住问题的本质，形成概念，并提到一定的理论高度。重要内容反复阐述，以利读者把住概念的实质，理解理论的实际意义。为了便于自学，叙述力求直观明瞭，尽量使读者有面授之感。本书每节附有练习，读者在阅读完一节之后，要及时完成，以帮助理解基本内容。每章末附有习题，它是本书内容的重要部分，读者要在理解基本内容的基础上，独立完成，以巩固所学知识。

本书也可作为一般院校工科概率论与数理统计的教学参考书或教材。

由于编者水平有限，时间匆促，错误与不足之处在所难免。敬请读者指正。

目 录

第一章 随机事件及其概率

§1.1 随机事件与样本空间	1
一、随机现象	1
二、随机试验	2
三、随机事件	4
四、样本空间	6
练习 1.1	7
§1.2 事件的关系与运算	8
一、事件的包含与相等	9
二、事件的和、差、积	10
三、事件的运算规律	13
练习 1.2	15
§1.3 概率的概念	15
一、古典概率	16
二、几何概率	25
三、统计概率	28
四、概率的数学定义	32
练习 1.3	33
§1.4 概率的性质与概率的加法法则	34
练习 1.4	39
§1.5 概率的乘法法则	40
一、条件概率	40

二、乘法公式	45
三、事件的独立性	47
四、贝努里概型	52
练习 1.5	55
§1.6 全概公式与逆概公式	57
练习 1.6	66
习题一	67
第二章 随机变量及其概率分布	
§2.1 随机变量	74
练习 2.1	78
§2.2 离散型随机变量的概率分布	78
一、概率分布的概念	78
二、几个常用的离散型分布	81
三、超几何分布、二项分布、泊松分布之间的关系	88
练习 2.2	91
§2.3 随机变量的分布函数	92
练习 2.3	96
§2.4 连续型随机变量	96
一、连续型随机变量的概率密度	97
二、几个常用的连续型分布	101
练习 2.4	112
§2.5 随机变量函数的分布	113
一、关于离散型	114
二、关于连续型	117
练习 2.5	123
习题二	124
第三章 多维随机变量及其分布	

§3.1 二维随机变量及其概率分布	129
一、二维离散型随机变量的联合分布	130
二、二维连续型随机变量的联合分布函数	133
三、二维连续型随机变量的概率密度函数	134
四、边缘分布	136
练习 3.1	142
§3.2 随机变量的独立性	144
练习 3.2	151
§3.3 两个随机变量函数的分布	154
一、两个随机变量的和的分布	154
二、瑞利分布	158
三、最大值与最小值分布	160
练习 3.3	163
习题三	164
第四章 随机变量的数字特征	
§4.1 数学期望与方差	168
一、随机变量的数学期望 (均值)	168
二、随机变量函数的数学期望	178
三、随机变量的方差	182
四、数学期望与方差的性质	189
练习 4.1	195
§4.2 协方差与相关系数	197
一、协方差	198
二、相关系数	199
练习 4.2	210
习题四	210
第五章 大数定律与中心极限定理	

§5.1 切比雪夫不等式	214
§5.2 大数定律	216
§5.3 中心极限定理	220
习题五	227

第六章 样本及其分布

§6.1 数理统计的几个基本概念	229
一、总体与个体	229
二、样本与样品	230
三、统计量	233
练习 6.1	234
§6.2 抽样分布	235
一、样本均值的分布	236
二、 χ^2 分布	238
三、 t 分布	242
四、 F 分布	245
习题六	249

第七章 参数估计

§7.1 数学期望与方差的点估计	251
一、数学期望的点估计	251
二、方差的点估计	255
练习 7.1	257
§7.2 估计量的评选标准	259
一、无偏性	260
二、有效性	263
三、一致性	264
练习 7.2	266
§7.3 参数的区间估计	266

一、数学期望的置信区间	267
二、方差的置信区间	272
练习 7.3	275
习题七	275
第八章 假设检验	
§8.1 假设检验的问题、方法及其它	278
一、假设检验的问题	278
二、假设检验的思想与方法	280
三、两类错误	282
§8.2 一个正态总体参数的假设检验	285
一、均值的假设检验	285
二、方差的假设检验	299
练习 8.2	306
§8.3 两个正态总体参数的假设检验	308
一、两个正态总体均值的假设检验	308
二、成对数据平均数的比较	312
三、两个正态总体方差的假设检验	315
练习 8.3	321
§8.4 总体分布函数的假设检验	323
一、皮尔逊定理, 多项分布 χ^2 检验举例	324
二、总体分布函数的检验	329
习题八	335
第九章 回归分析方法	
§9.1 回归分析问题	340
§9.2 一元线性回归	341
一、散点图与经验公式	342
二、相关性检验	346

三、预测与控制	353
四、非线性问题的线性化	356
习题九	359
附表 1 标准正态分布表	360
附表 2 泊松分布表	362
附表 3 t 分布表	364
附表 4 χ^2 分布表	365
附表 5 F 分布表	367
附表 6 相关系数检验表	379
附录 排列组合和二项式定理	380
习题答案与提示	387

第一章 随机事件及其概率

§1.1 随机事件与样本空间

一、随机现象

人类社会和自然界发生的现象多种多样。其中有一类称为必然现象，其规律是，只要具备一定的条件，某确定的现象一定发生（或一定不发生）。下面举几个大家熟悉的例子：

如果平面图形是三角形（条件）。那么，其内角和一定是 180° （现象）；

在一个标准大气压，温度 100°C （条件）下，纯水一定沸腾（现象）；

同性电荷（条件）一定不互相吸引（现象）；

在常温（条件）下，铁一定不熔化（现象）。

这种例子还可举出很多。我们称在一定条件下，一定发生的现象为必然现象。称在一定条件下，一定不发生的现象为不可能现象。不可能现象也是必然现象。因为“一定不发生的现象”也可说成“不发生某现象”的现象一定发生。研究必然现象的数学工具是微积分，线性代数等。

与必然现象不同，还存在另一类现象，其规律是，在一定条件下，某种现象可能发生，也可能不发生。我们也举几个例（读者在看这些例时，不妨思考一下，能否举出你熟悉的类似的例子）。请看：

火炮对坦克射出一发炮弹（条件），“命中坦克”（现象）可能发生，也可能不发生；

从一批产品中，任取10件（条件），“其中正好有不合格产品”（现象）可能发生，也可能不发生（这里所谓“任取”，粗浅地说，是不受主观意愿支配，不加选择地随便取）；

将6件同型产品标上1, 2, 3, 4, 5, 6号，然后，从中任取一件（条件），“正好取得2号产品”（现象）可能发生，也可能不发生。

我们称在一定条件下，可能发生，也可能不发生的现象为随机现象。概率论就是研究随机现象中的数量规律的科学。

二、随 机 试 验

为了发现并掌握随机现象在数量方面的规律性，必须对随机现象进行深入观察。我们把在一定条件下，对事物的某特征随机现象的一次观察称为随机试验（简称试验）。这里所指的“试验”是较广泛的术语。它包括各种各样的科学试验。也包括在较普通的场合下，对某种现象的一次十分平常的观察。这里要说明一点，我们所说的试验，在一定条件下可以重复进行，试验的可能结果不只一个，并且在试验前不能准确预言发生这些结果中的哪一个。随机试验常用字母 E 表示。为了区分不同的试验，可用 $E_1, E_2, \dots$ 等符号表示。下面用表格形式举一些随机试验的例：

对于一个随机试验，必须注意试验条件与观察特征。条件相同，观察的特征不同，其可能结果也不同。如 E_1 与 E_2 ，就是如此。观察特征相同，条件不同（如 E_1 与 E_2 ），其结果

表1-1-1

序号	条 件	观察特征	可 能 结 果
E_1	从标有1、2、3、4、5、6号码的六张卡片（其中4张红色2张白色）中任取一张	观察抽得的号码	抽得：“1号”，“2号”……“6号”。共有六种不同的简单可能结果。还有复杂一些的结果如“号数大于等于4”等
E_2	同 E_1 条件	观察抽得的卡片颜色	抽得：“红色”，“白色”共有2种不同结果
E_3	用反坦克弹对坦克射出一发炮弹	观察命中发数	命中：“0发”“1发”共有2种不同结果
E_4	火炮对目标射出4发炮弹（注意：这里把射出4发，联成一体看成一个试验）	观察命中发数	命中：“0发”，“1发”“2发”，“3发”，“4发”。共有五种不同的简单结果。还有命中次数“大于等于3”等较复杂的结果
E_5	从一批电子元件中任取一件使用	观察使用寿命（从开始使用到首次失效所经时间）	正常使用寿命为： $\{t: t \geq 0\}$ ，含无限多种不同结果，例如有： $\{t: t \geq 50\}$ $\{t: t \geq 100\}$ $\dots\{t: 10 \leq t \leq 100\dots\}$

也不相同。在后面常提到“在一定条件下，进行一次试验，”实际上是包括试验条件与观察特征两方面的内容。读者一定发现周围有许多极为普通的随机试验。例如，一个玻璃杯自

桌上掉下，观察其损坏情况，其可能结果是：碎或不碎两种（当然若观察得仔细，可能结果还会更多）。

三、随机事件

从表1-1-1看到，一个随机试验 E ，有多个可能结果（观察必然现象时，只有一个结果，这是特例）。这些结果，有的很简单，有的复杂一些。以 E_1 为例，它的结果，最简单的有“0发”、“1发”、“2发”、“3发”、“4发”。较复杂的如命中发数“小于3”，“大于等于1”，“大于等于1，小于等于3”等。我们给试验 E 的结果一个名称。

定义1.1.1 随机试验 E 的每一种结果称为随机事件（简称事件）。

随机事件一般用大写字母 A 、 B 、 C 等表示。例如，在 E_1 中，用 A_1 表示“抽得1号卡片”，用 A_2 表示“抽得2号卡片”。用 B 表示“抽得的卡片号数小于3”。又如在 E_2 中，可用 A 表示“命中1发”（即命中坦克），用 B 表示“命中0发”（即不命中坦克）。我们要特别提一下随机事件中三种具有特殊意义的事件：必然事件，不可能事件与基本事件。

随机试验 E 中，一定会发生的结果，称为必然事件。例如在 E_1 中，“命中发数小于等于4”是必然事件。在 E_2 中，“使用寿命大于等于0”，即 $\{t; t \geq 0\}$ 也是必然事件。在本书中，必然事件用 S 表示。

随机试验中，一定不发生的结果，称为不可能事件。例如，在 E_2 中，“使用寿命小于0”是不可能事件。因为无论取到哪一个电子元件，其使用寿命不可能小于0。又如，在常温下（条件），观察铁的存在状态（观察特征），“熔化”这个事

件是不可能事件。因为在常温下，铁熔化是不可能的结果。不可能事件用 ϕ 表示。

必然事件与不可能事件是随机事件的特例。下面讲基本事件。

随机事件有的简单些，有的复杂些。例如在试验 E 中，事件 $B = \text{“抽得的卡片号数小于3”}$ 要比事件 $A_1 = \text{“抽得1号卡片”}$ ， $A_2 = \text{“抽得2号卡片”}$ 复杂些。实际上， B 是由 A_1 ， A_2 构成的。这就是说，事件 B 还可再分开。但 A_1 ， A_2 就不能再分了。或者说，对于所观察的特征来说，不能再分了。我们把这种最简单的事件叫做基本事件，深刻一点的说法是

定义1.1.2 设试验 E 有多个可能结果，若这些结果满足：

(1) 在任何一次试验中，这些结果至少有一个发生（即除这些结果外，试验 E 没有其它结果。这种性质称为完备性）。

(2) 在任一次试验中，这些结果至多有一个发生（即任何两个不同结果，不能在一次试验中都发生。这种性质称为互斥性）。

则称其中每一个事件为试验 E 的基本事件。

例如， E_1 中的 A_1 、 A_2 都是基本事件。但 $B = \text{“抽得的号码小于3”}$ 不是基本事件（它由 A_1 、 A_2 共同构成）；又如在 E_2 中， $A = \text{“命中坦克”}$ 与 $B = \text{“不命中坦克”}$ 都是基本事件。我们将会看到，试验 E 的任何一个事件，都由若干个基本事件构成。