

# 频率合成

郑燕诒 编著



科学出版社

73·45  
820  
323

# 频 率 合 成

郑燕诒 编著



科学出版社

1982

1109969

## 内 容 简 介

频率合成技术是无线电技术中一个较新的领域，它在无线电技术各个方面上的应用越来越广泛。十多年来，这种技术获得了非常迅速的发展，现已达到比较成熟和完善的阶段。

本书是一本全面介绍频率合成技术的读物。主要介绍频率合成技术的基本理论、方案、电路、设计方法、衡量合成信号质量的各项指标及其测量方法，以及频率合成技术的应用和发展动向。书中附有大量的参考文献，供读者更深入研究时查阅。

本书可供通信、广播、电视、雷达、电子测量、仪器仪表、频率标准等无线电技术领域从事频率合成技术的工程技术人员和科研人员参考，也可供大专院校和中等专业学校的师生参考。

## 频 率 合 成

郑燕治 编著

责任编辑 刘兴民

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1982年2月第一版 开本：787×1092 1/16

1982年2月第一次印刷 印张：13

印数：0001—6,500 字数：292,000

统一书号：15031·384

本社书号：2456·15—7

定 价： 2.00 元

## 前　　言

频率合成技术是无线电技术中一个较新的领域。它在无线电技术的各个方面都得到了广泛的应用。各种新型的频率合成器和频率合成方案还在不断出现，至今已达到了比较成熟和完善的阶段。本书主要是参考国内外的有关资料，并结合自己十多年来在这方面的工作经验，编写出来的。

频率合成技术涉及面较广，书中只能就频率合成技术的一些关键问题进行介绍。本书首先介绍基本频率合成技术及其理论基础。这样，可给读者先建立一个概念：在频率合成的过程中，不但要研究如何以最有效的方法合成出所需的频率，而且要特别注意如何消除在合成过程中产生的那些不需要的频率成分和噪声。在此基础上，再介绍频率合成方案、电路、信号质量的指标测量等问题，从而有利于加深读者对这些问题的理解。

编著者虽力图尽可能详尽地介绍与频率合成技术有关的问题，但限于篇幅，不可能面面俱到。为使读者更深入地了解频率合成技术，在各章后面均附有参考文献供读者查阅。对一些阐述得比较简要的部分还特别注出了对这些问题作有详细论述的文献资料。

在本书编写过程中，得到了张有正、左孝彪、郑继禹、万心平、张厥盛等同志的指导。书中有一些电路和数据是我的同事们提供的。编后又承霍华东、范传立同志认真校阅。在此谨向他们以及所有曾给予本书热情支持的同志表示谢意。

由于编者的水平有限，书中难免有错误和不足之处，希望广大读者批评指正。

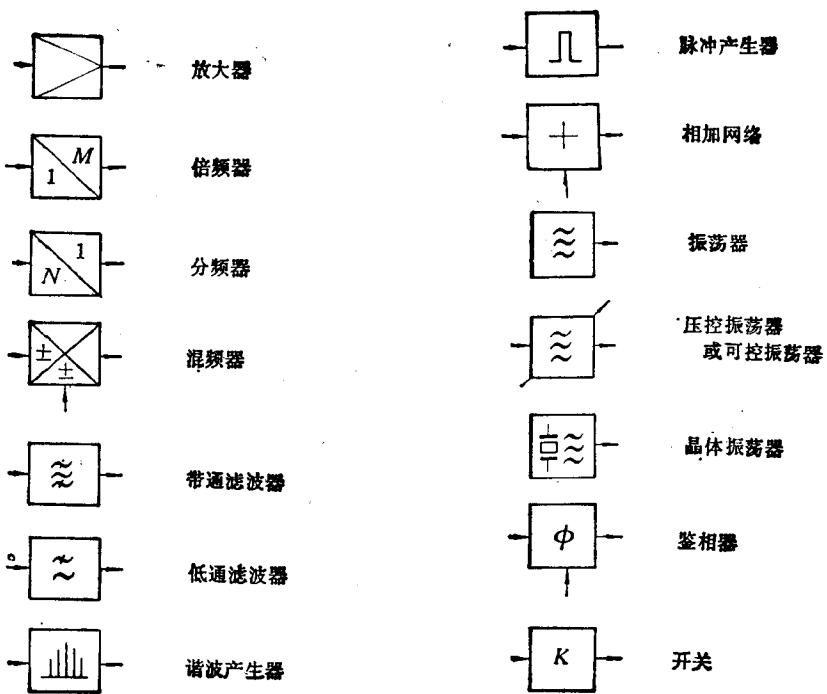
编著者

## 主要符号表

<b>A</b>	幅度、放大量	<b>PD</b>	鉴相器
<b>B</b>	带宽	<b>P<sub>N</sub></b>	噪声功率
<b>B<sub>L</sub></b>	锁相环等效噪声带宽	<b>Q</b>	谐振回路品质因素、触发器输出端
<b>B<sub>ω</sub></b>	十进可逆可预制分频器全“0”输出端	<b>R</b>	参考频率分频系数、触发器置“0”端
<b>C<sub>p</sub></b>	触发器时钟脉冲输入端	<b>R(τ)</b>	相关函数
<b>C<sub>r</sub></b>	触发器清除端	<b>S</b>	边带抑制能力、拉普拉斯算子、触发器置“1”端
<b>C<sub>y</sub></b>	十进可逆可预制分频器满量输出端	<b>S/N</b>	信噪比
<b>D</b>	延迟触发器延迟输入端	<b>S(ω)</b>	功率谱密度
<b>E</b>	电源电压	<b>S<sub>φ</sub>(ω)</b>	相位功率谱密度
<b>f</b>	频率	<b>S<sub>ψ</sub>(ω)</b>	频率功率谱密度
<b>Δf</b>	频偏	<b>T, t</b>	时间、周期
<b>Δf/f</b>	频率稳定度	<b>u</b>	电压
<b>F(S)</b>	滤波器传递函数	<b>u<sub>n</sub></b>	噪声电压
<b>G(S)</b>	锁相环对压控振荡器噪声抑制特性函数	<b>VCO</b>	压控振荡器
<b>H(S)[H(ω)]</b>	传递函数	<b>VCXO</b>	晶体压控振荡器
<b>H<sub>o</sub>(S)[H<sub>o</sub>(ω)]</b>	锁相环开环传递函数	<b>ζ</b>	锁相环阻尼系数
<b>I, i</b>	电流	<b>θ</b>	流通角
<b>J</b>	触发器时钟控制置定端	<b>ℒ(f<sub>m</sub>)</b>	单边的射频频谱密度
<b>K</b>	触发器时钟控制置定端、开关	<b>σ</b>	频率稳定度方差
<b>K<sub>d</sub></b>	鉴相器增益系数	<b>τ</b>	时延、脉宽、时间常数
<b>K<sub>o</sub></b>	压控振荡器灵敏度	<b>φ</b>	相角
<b>K<sub>r</sub></b>	锁相环直流总增益	<b>φ<sub>n</sub></b>	调相噪声
<b>L<sub>d</sub></b>	十进可预置分频器 预置动作指令输入端	<b>△φ</b>	相位偏移、相位抖动
<b>M, m</b>	倍频、分频系数, 门电路	<b>ω</b>	角频率
<b>M(S)</b>	锁相环对控制线上噪声的抑制特性函数	<b>ω<sub>m</sub></b>	调制频率
<b>m<sub>f</sub></b>	调频指数	<b>ω<sub>n</sub></b>	锁相环自由振荡角频率
<b>m<sub>φ</sub></b>	调相指数	<b>ω<sub>3dB</sub></b>	锁相环三分贝带宽
<b>N, n</b>	倍频、分频系数、噪声, 变容指数	<b>△ω</b>	频偏、频差
<b>P</b>	变容管高低端控制电压比	<b>△ω<sub>H</sub></b>	锁相环同步带宽
<b>PC</b>	可预置分频单元	<b>△ω<sub>L</sub></b>	锁相环快捕带宽
		<b>△ω<sub>P</sub></b>	锁相环捕捉带宽

1109969

## 图例



# 目 录

前言	i
主要符号表	v
图例	vii
绪言	1

## 第一编 基本频率合成技术

第一章 频率合成的基本技术	4
1-1 纯净信号通过非线性电路	4
1-2 两个纯净信号同时通过非线性电路	8
1-3 电路的噪声特性，纯净信号通过有噪声和干扰的电路	12
1-4 信号源的噪声特性	15
1-5 带干扰和噪声的信号通过各种电路	16
1-6 频率合成过程中信号的干扰和噪声	19
1-7 频率合成中不同方案的选择对信号质量的影响	20
1-8 小结	21
第二章 锁相环的基本理论及其设计方法	23
2-1 锁相环的基本理论	23
2-2 锁相环的噪声抑制特性	35
2-3 锁相环频率合成技术	43
2-4 锁相环的设计	51
2-5 小结	57

## 第二编 频率合成方案与电路

第三章 频率合成的方案	59
3-1 频率合成的基本方案	59
3-2 混频级联式频率合成法	65
3-3 锁相环倍频式频率合成法	69
直接混频级联法与锁相环倍频法的比较	74
频率合成器的输出部分	75
频率合成器方案	77
合成中常用的倍频、分频、混频电路	89
	89
	93
	101
	105

4-5 小结.....	108
<b>第五章 数字锁相环中的常用电路.....</b>	<b>110</b>
5-1 电压控制振荡器.....	110
5-2 鉴相器.....	128
5-3 可变分频器.....	138
5-4 小结.....	149

### 第三编 频率合成器的指标、用途及发展

<b>第六章 频率合成器的主要指标.....</b>	<b>152</b>
6-1 影响频率合成器信号质量的各种因素及其表现形式.....	152
6-2 衡量信号质量的各种指标.....	153
6-3 衡量信号质量的方法.....	157
6-4 频率合成器的其它指标.....	161
6-5 小结.....	164
附录 国外频率合成器一览表 .....	165
<b>第七章 频率合成器的用途.....</b>	<b>169</b>
7-1 通信机中的频率合成器.....	169
7-2 通用仪器频率合成器.....	171
7-3 频率标准中的频率合成器.....	175
7-4 频率合成器应用的新领域.....	176
7-5 小结.....	177
<b>第八章 频率合成技术发展动向.....</b>	<b>179</b>
8-1 直接数字式频率合成技术.....	179
8-2 数字化锁相环频率合成技术.....	188
8-3 集成化问题.....	190
8-4 方案的改进.....	193
8-5 频率合成器指标的改善.....	195
8-6 小结.....	196

## 绪 言

在详细介绍频率合成技术之前,我们首先简单说明以下三个问题:

### 1. 什么叫频率合成技术和频率合成器

为研究“频率合成”,首先让我们对“频率合成技术”下一定义:

将一个(或多个)基准频率信号变换为另一个(或多个)所需频率信号的技术就叫“频率合成技术”或“频率综合技术”。

例如,把一个基准的 1 MHz 的频率变成一个 45.179 MHz 的所需信号,可有下述各种方法:

$$(1) 45.179 = (1 \times 10) \times 4 + (1) \times 5 + \left(\frac{1}{10}\right) \times 1 + \left(\frac{1}{100}\right) \times 7 + \left(\frac{1}{1000}\right) \times 9,$$

$$(2) 45.179 = (1) \times 46 - \left(\frac{1}{100}\right) \times 82 - \left(\frac{1}{1000}\right),$$

$$(3) 45.179 = \left(\frac{1}{1000}\right) \times 45179,$$

.....

从上述举例中,可以看出,无论采取什么方法,都离不开对频率的加、减、乘、除运算。这里特别要提醒读者注意的是,上述运算只是对“频率”而言的,而不是对任何其它的量。通过上述运算法则对频率进行变换的技术就是频率合成技术。

人们常常需要用频率合成的方法产生许多可变的、不同频率的信号。人们就把由基准频率获得不同频率信号的组件或仪器称为“频率合成器”或“频率综合器”。

### 2. 频率合成器的出现和发展

随着无线电事业的发展,要求信号的频率越来越稳定和准确。一般振荡器不能满足要求,于是出现了晶体振荡器等高稳定的标准信号产生器。它们的频率标准往往都是单一频率(或只能在一极小范围内微调频率)的。然而,许多无线电设备,却需要在一个很宽的频段范围内为其提供极多的频率点。如短波通信接收机要求在 2 到 30MHz 范围提供以 100Hz 为间隔的 280000 个频率通道。而每个频率点又都需要具有晶体振荡器频率标准的稳定性。为解决既要频率稳定准确,又要频率在大范围内可变这样一对矛盾,就产生了频率合成技术。

频率合成技术是根据实际需要提出的,同样它又在实践中不断得到提高和发展。频率合成技术,大约是在三十年代提出来的。那时的办法是利用几个不同频率的晶体振荡器,让它们互相之间进行混频,以获取更多的频率点。如十个晶体振荡器互相之间进行一次混频,就可得到一百个频率点。但是由于这种方法要用多个晶体,因而逐渐被淘汰。最后形成目前比较完善的、用一个晶体振荡器频率标准合成多个频率点的频率合成技术。

五十年代到六十年代,由于电子管和晶体管电路占统治地位,所以这时的频率合成器都是以混频级联法为主。如图 0-1,它由多级倍频分频混频链组成,是按前述的运算方法(1)进行频率合成的。

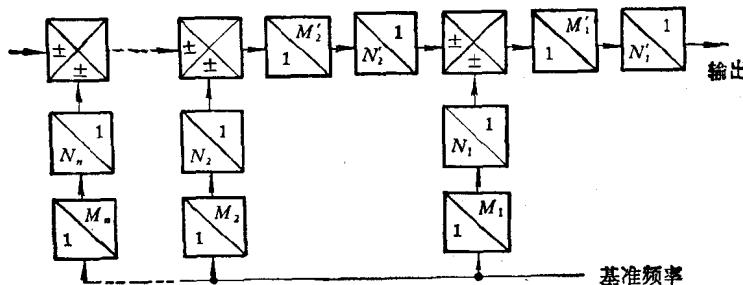


图 0-1 混频级联法频率合成器

六十年代末期到七十年代,集成电路迅速发展起来,特别是数字集成电路中出现可变分频器以后,频率合成器就进入了它的第二代方案——数字式锁相环法。它的电路由压控振荡器、鉴相器和可变分频器组成。如图 0-2 所示,可以按运算方法(3)通过高次倍频得到所需的信号。

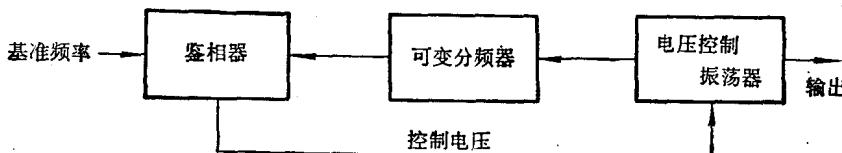


图 0-2 数字锁相环频率合成器

目前由于中规模集成电路的问世,频率合成器趋向于全数字化的方案。其中有两种方案:一种方案是利用一台专用的类似计算机的设备,在要求的时间间隔内,给出一组脉冲编码序列,并通过数-模转换器给出对应的所需的波形。这种方案称为波形合成法或直接数字合成法。另一种方案是将锁相环中的所有部件全部代以数字化电路,组成全数字锁相环的频率合成器。这两种方案目前还处于研制阶段。因此,本书还是以介绍前述的两类合成方案为主。

### 3. 频率合成的任务——获取纯净的信号

一个标准的理想的正弦信号应表示为

$$U_c(t) = U_c \cos(\omega_c t + \varphi_0) \quad (0-1)$$

其中振幅  $U_c$ 、频率  $\omega_c$  和相位  $\varphi_0$  都应该是恒定不变的常数。然而,任何一个实际存在的信号都不是绝对纯洁的,这是频率合成电路本身决定的。例如,元件噪声引起的调相噪声,混频、倍频造成的旁频杂波,电源的交调干扰等,都会引起上述三个参数变化。因此,任何一个实际的正弦信号只能表示为

$$u_c(t) = U_c[1 + a(t)] \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (0-2)$$

即信号的幅度和相位都是时间的变量,其变化规律由外界影响因素来决定。

一个实际的经频率合成产生的信号,就是这样一个幅度和相位均有变化的信号,这样

的信号从频谱的角度分析，除主频谱以外还有其它的成分。这些其它的频谱成分大致应包括以下三方面：

- (1) 由晶体管等元件产生的噪声构成的调相噪声边频，简称噪声。
- (2) 由信号变换、信号干扰造成的杂散频率，即杂波。
- (3) 信号本身的谐波。

可以看出，要获取一个纯净的正弦信号，必须下很大的功夫滤除所需频率以外的各种频谱成分才行。对于频率合成技术来说，滤除不需要的频谱成分要比产生所需要的频率成分更困难。

这一点我们在频率合成过程中必须时刻牢记。初搞“频率合成”的人往往都只注意如何产生所需要的频率，而忽略在“合成”过程中产生的不需要的频谱成分以及滤除它们的方法。这样，可能由于“合成”方案选择不当，根本无法消除不需要的频谱成分，以致不得不从头开始，重新进行“频率合成”的设计，以便选择合理的方案。

当然，与世界上任何事物一样，绝对纯净的信号是不存在的。我们只能让获得的信号所带有的不需要的频谱成分尽可能地小。就此而言频率合成出来的信号纯度如何，是衡量频率合成好坏的一项最重要的指标。

从另一个角度讲，信号的幅度和相位(频率)变化越小，信号就越纯净。因此也可以用合成信号的稳定度来衡量频率合成信号的好坏。

#### 参 考 文 献<sup>1)</sup>

- [1] V. F. Kroupa: Frequency Synthesis Theory, Design and Applications, Wm. Clowes & Son Ltd., 1973. (频率合成：理论、设计与应用，国防工业出版社，1979。)
- [2] V. Manassewitsch: Frequency Synthesizers Theory and Design, John Wiley & Sons Inc., 1976.
- [3] О. И. Губернаторов, Ю. Н. Соколов: Цифровые синтезаторы частот радиотехнических систем, Издательство Энергия, 1973.
- [4] J. Gorski-Popiel (ed.): Frequency Synthesis: Techniques and Applications, IEEE Press, IEEE Inc., 1975.
- [5] 频率合成技术，成都电讯工程学院二系，1973。
- [6] 频率合成、电调谐，西北电讯工程学院，1975。

1) 这里列出的参考文献为本书主要参考资料，除特殊情况外，在各章参考文献中不再单独列出。

# 第一编 基本频率合成技术

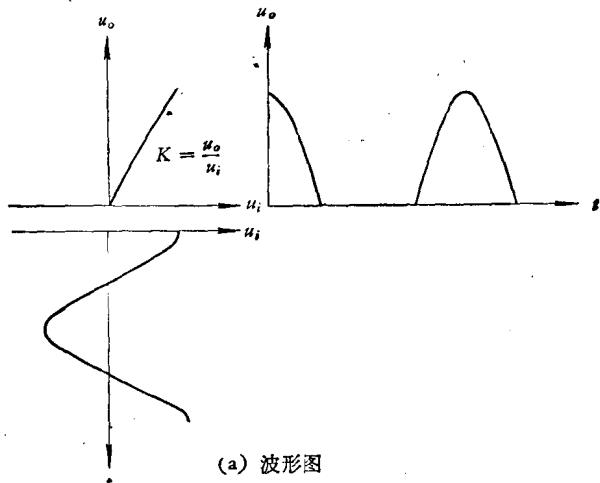
## 第一章 频率合成的基本技术

本章我们将研究基本的频率合成技术,看它们是如何获得“所需频率”的,以及它们在获取“所需频率”的同时可能会带来哪些不需要的频谱成分,以便尽可能防止产生或抑制这些成分。

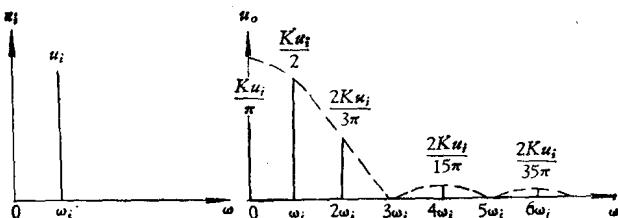
任何一个“频率合成”过程都包括产生“所需频率”和选取“所需频率”的两步过程。选取“所需频率”又可分为两种方法:一种是用滤波器直接滤除不需要频谱成分,选取“所需频率”成分的方法;另一种是用锁相环组成有源滤波器选取“所需频率”成分的方法。有关锁相环的问题我们将在第二章中专门论述。

### 1-1 纯净信号通过非线性电路

单一的纯正弦信号通过非线性电路就会变成一个非正弦信号。例如图 1-1,余弦信



(a) 波形图



(b) 频谱图

图 1-1 余弦信号通过非线性电路

号通过一个折线特性的非线性电路,就会产生一个半周的余弦脉冲输出,即

$$u_o(t) = \begin{cases} Ku_i \cos \omega_i t & (\cos \omega_i t > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\cos \omega_i t \leq 0 \text{ 时}) \end{cases} \quad (1-1)$$

它的傅里叶级数可写成

$$u_o(t) = Ku_i \left[ \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \cos \omega_i t + \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos n \frac{\pi}{2}}{1-n^2} \cos n \omega_i t \right] \quad (1-2)$$

其频谱如图 1-1(b) 所示。

如果通过滤波器选取  $\omega_o = n\omega_i$  次谐波作为我们所需合成的频率，滤除其它次不需要的谐波成分，我们就可实现频率乘法的运算，即倍频。

任何通过非线性电路的信号都可用傅里叶级数表示：

$$u_o(t) = Ku_i [A_0 + A_1 \cos \omega_i t + A_2 \cos 2\omega_i t + A_3 \cos 3\omega_i t + \dots] \quad (1-3)$$

说明输出含有丰富的谐波成分。各种波形的傅里叶展开式（频谱成分）示于表 1-1。我们都可通过滤波器选取某次谐波作倍频输出。然而滤波器不可能是理想的，它的带外衰减不可能是无穷大的。因此其它次的不需要的谐波一定还有剩余，即不需要的谐波不可能为零。不管采取多么好的滤波，只能尽量减小不需要谐波的大小，但不能彻底去除它们，在输出旁频上也还会有不需要的谐波成分存在。如果输出  $\omega_o = n\omega_i$ ，一般情况  $(n \pm 1)\omega_i$  的成分应最大，因为离通带最近。我们称这些成分为杂波。

还可以看出，谐波次数越高，相邻两次谐波频率间隔相对于输出频率来说越小。这意味着，要求滤波器的相对带宽越窄，滤波器的设计越困难。

从表 1-1 中可知，不同波形以及不同的流通角，含有的谐波成分不同。因此，针对不同的倍频次数，应选取不同的波形和流通角，以求所需谐波成分最大，不需谐波成分最小。例如表 1-1 第 2 项的波形，当  $\theta = \pi$  时，便只有偶次谐波成分，没有奇次谐波成分。

如果通过非线性电路形成大量  $\omega_i$  的分谐波成分，我们也用滤波器选取  $\omega_o = \omega_i/n$  次分谐波成分作为所需合成的频率，滤除其它次不需要的分谐波和杂波成分，就可实现频率除法的运算，即分频。

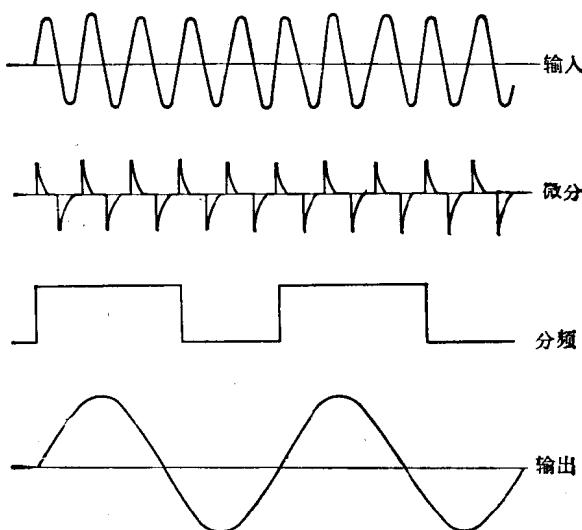
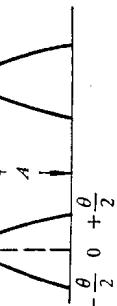
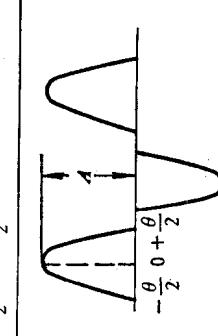
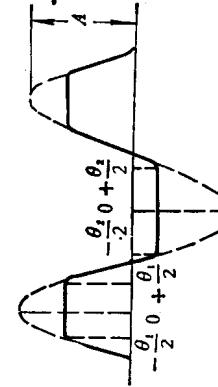
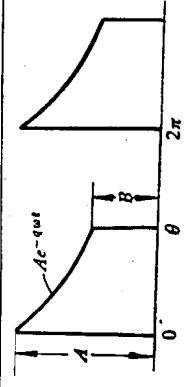


图 1-2 正弦信号分频波形变换

表 1-1 各种波形的傅里叶展开式

序号	名称	波形	展开式
1	理想正弦波开关信号		$\frac{1}{\pi} \frac{A}{1 - \cos \theta/2} [\sin \theta/2 - \theta/2 \cos \theta/2 + (\theta/2 - \sin \theta/2 \cos \theta/2) \cos \omega t]$ $+ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1} \left( \frac{1}{n} \sin n\theta/2 \cos \theta/2 - \cos n\theta/2 \sin \theta/2 \right) \cos n\omega t$
2	理想正弦波开关接推-推-关联接		$\frac{2}{\pi} \frac{A}{1 - \cos \theta/2} [\sin \theta/2 - \theta/2 \cos \theta/2]$ $+ \sum_{n=2,3,5,7}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1} \left( \frac{1}{n} \sin n\theta/2 \cos \theta/2 - \cos n\theta/2 \sin \theta/2 \right) \cos n\omega t$
3	理想正弦波开关接推-关联接		$\frac{2}{\pi} \frac{A}{1 - \cos \theta/2} [(\theta/2 - \sin \theta/2 \cos \theta/2) \cos \omega t]$ $+ \sum_{n=2,3,5,7}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1} \left( \frac{1}{n} \sin n\theta/2 \cos \theta/2 - \cos n\theta/2 \sin \theta/2 \right) \cos n\omega t$
4	理想正弦波限幅信号		$A \left\{ \frac{1}{\pi} \left[ -(\sin \theta_1/2 - \theta_1/2 \cos \theta_1/2) + (\sin \theta_2/2 - \theta_2/2 \cos \theta_2/2) \right] \right.$ $+ \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} (\theta_1 + \theta_2 - \sin \theta_1 - \sin \theta_2) \right] \cos \omega t - \frac{1}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1} \left[ \left( \frac{1}{n} \sin n\theta_1/2 \cos \theta_1/2 - \cos n\theta_1/2 \sin \theta_1/2 \right) - (-1)^n \left( \frac{1}{n} \sin n\theta_2/2 \cos \theta_2/2 - \cos n\theta_2/2 \sin \theta_2/2 \right) \right] \cos n\omega t \}$
5	微分矩形波信号		$\frac{A - B}{2\pi q} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{q^2 + n^2} \{ [Aq - B(q \cos n\theta - n \sin \theta)] \cos n\omega t$ $+ [Aq - B(q \sin n\theta + n \cos \theta)] \sin n\omega t \}$

6	矩形波信号		$\frac{2A}{\pi} \left[ \theta/4 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\theta / 2 \cos n\omega t \right]$
7	微脉冲信号		$\frac{A}{\pi} \left[ \frac{1}{2q} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{q^2 + n^2}} \sin(n\omega t + \gamma_n) \right],$ $\tan \gamma_n = q/n$
8	任意窄脉冲信号		$\approx \frac{2}{T} S \left[ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{N-1} \cos n\omega t \right] + R_T,$ $R_T$ 为脉冲序列的余项
9	正弦调制窄脉冲信号		$S = S_0 + S_1(A - A_0) + S_2(A - A_0)^2 + \dots$ $\approx \frac{2}{T} [S_0 + S_1 a_m A_0 \cos Qt + S_2 a_m^2 A_0^2 \cos^2 Qt + \dots] \left( \frac{1}{2} + \sum_{n=1,2,\dots} \cos n\omega t \right)$
10	矩形波调制正弦信号		$A \frac{\partial}{2\pi} \left\{ \sin(\omega t + \varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\theta/2}{n\theta/2} [\sin(\omega t + n\Omega t + \varphi) + \sin(\omega t - n\Omega t + \varphi)] \right\}$

例如一个由触发器组成的除 5 的分频器，工作中波形的变换大致如图 1-2。通过分频器可产生  $\omega_o = \omega_i/5$  的成分及其谐波（参看表 1-1 第 6 项）。用一低通滤波器就可选取  $\omega_o = \omega_i/5$  的成分。

## 1-2 两个纯净信号同时通过非线性电路

假设信号通过非线性电路呈如下关系：

$$u_o = f[u_i]$$

根据函数可用泰勒级数

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} \Delta x + \frac{f''(x_0)}{2!} \Delta x^2 + \dots$$

展开的原理，若有两个信号  $u_1(t) = U_1 \cos \omega_1 t$  和  $u_2(t) = U_2 \cos \omega_2 t$ ，其中  $U_1 \gg U_2$ ，那么通过上述非线性电路，就可获得如下的输出：

$$u_o = f[u_1 + u_2] = f[u_1] + \frac{f'[u_1]}{1!} u_2 + \frac{f''[u_1]}{2!} u_2^2 + \dots$$

若将非线性函数  $f[u]$  用傅里叶函数展开：

$$f[U \cos \omega t] = U[A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots]$$

则输出可表示为

$$\begin{aligned} u_o(t) &= U_1[A_0 + A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos 2\omega_1 t + A_3 \cos 3\omega_1 t + \dots] \\ &\quad + U_1 \frac{d[A_0 + A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos 2\omega_1 t + A_3 \cos 3\omega_1 t + \dots]}{d(\cos \omega_1 t)} \times U_2 \cos \omega_2 t \\ &\quad + \frac{U_1}{2} \frac{d^2[A_0 + A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos 2\omega_1 t + A_3 \cos 3\omega_1 t + \dots]}{d(\cos \omega_1 t)^2} [U_2 \cos \omega_2 t]^2 \\ &\quad + \dots \end{aligned}$$

将微分式算出，可知

$$\begin{aligned} u_o(t) &= U_1[A_0 + A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos 2\omega_1 t + A_3 \cos 3\omega_1 t + \dots] \\ &\quad + U_1 U_2[A_1 + 2A_2 \cos \omega_1 t + \dots] \cos \omega_2 t \\ &\quad + \frac{U_1 U_2^2}{4}[2A_2 + 6A_3 \cos \omega_1 t + 6A_3 + \dots](1 + \cos 2\omega_2 t) \\ &\quad + \dots \end{aligned} \tag{1-4}$$

按照三角函数积化和差的公式，上述乘积项就可变成频率的和频和差频项。如

$$2A_2 U_1 U_2 \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t = A_2 U_1 U_2 [\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t]$$

由式 (1-4) 可知，两个纯正弦信号通过非线性电路就会产生  $\pm m\omega_1 \pm n\omega_2$  的频率成分。如果通过滤波器选取  $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$  或  $\omega_0 = \omega_1 - \omega_2$  的频率作为我们所需合成的频率，滤除其它次不需要的频率成分，我们就可实现频率加减法的运算，即混频。

通过混频的作用，如果我们需要获取某一频率成分，就需滤除其它的成分，而且对这些成分抑制到越小越好。当然也和倍频一样，希望采用带宽越窄越好、带外衰减越大越好的滤波器。然而，实际中若  $f_1$  和  $f_2$  选择不当，可能造成某一次  $\pm mf_1 \pm nf_2$  的频率与所需频率挨得很近，用再窄的滤波器也不易滤除。甚至会出现这样的情况，即当  $f_1$  或  $f_2$  有某一定的变化范围时，会出现某一组  $\pm mf_1 \pm nf_2$  频率交叉通过所需频率点的情况。这种交叉干

扰就根本无法用滤波器滤除。

例如,  $f_1 = 4 - 5 \text{ MHz}$ ;  $f_2 = 3 \text{ MHz}$ . 要求从混频器中取出  $f_1 - f_2 = 1 - 2 \text{ MHz}$  的频率。从表 1-2 中可以看出, 当  $f_1 - f_2$  由  $1 \text{ MHz}$  变到  $2 \text{ MHz}$  时,  $2f_2 - f_1$  刚好由  $2 \text{ MHz}$  变到  $1 \text{ MHz}$ 。在  $f_1 = 4.5 \text{ MHz}$  时,  $2f_2 - f_1 = f_1 - f_2$  正好相交。这样,  $2f_2 - f_1$  的频率全部落在  $f_1 - f_2 = 1 - 2 \text{ MHz}$  的通带之内了。根本无法用滤波器滤除。

表 1-2 组合交叉干扰的实例

$f_1$	4	4.25	4.5	4.75	5
$f_2$	3	3	3	3	3
$f_1 - f_2$	1	1.25	1.5	1.75	2
$2f_2 - f_1$	2	1.75	1.5	1.25	1

利用图 1-3 的混频谐波表, 可以看出各种  $\pm mf_1 \pm nf_2$  频率变化的趋势。

若已知  $f_2/f_1$ , 便可从图中查出  $f_{m,n} = mf_1 + nf_2$  与  $f_1$  的比值, 算出  $f_{m,n}$  的频率。

例如,  $f_1 = 10$ ;  $f_2 = 1$ ,  $\frac{f_2}{f_1} = 0.1$ . 可查出

$$f_{(+1)(-1)} = 0.9f_1; f_1 - f_2 = 9$$

$$f_{(+1)(+1)} = 1.1f_1; f_1 + f_2 = 11$$

$$f_{(+1)(-2)} = 0.8f_1; f_1 - 2f_2 = 8$$

$$f_{(+1)(+2)} = 1.2f_1; f_1 + 2f_2 = 12$$

.....

$$f_{(+2)(-6)} = 1.4f_1; 2f_1 - 6f_2 = 14$$

.....

从图 1-3 可以看出, 当  $f_2/f_1 = 1/2$  时, 交叉干扰最多, 有好几组  $\pm mf_1 \pm nf_2$  通过  $f_1 - f_2$  或  $f_1 + f_2$ 。由此可知  $f_2/f_1$  是不能任意选择的。如果我们取  $f_2/f_1$  趋向于 1 或 0, 但不到 1 或 0, 杂波成分就离得比较远, 则可避免产生交叉干扰。

当  $f_2/f_1 \rightarrow 1$ , 取  $f_1 - f_2$  的情况。 $f_1 - f_2$  的近旁频为  $2(f_1 - f_2)$ , 因此只要  $f_1, f_2$  的最高频率  $f_{1\max}, f_{2\max}$  和最低频率  $f_{1\min}, f_{2\min}$  满足

$$2f_{1\min} - 2f_{2\max} > f_{1\max} - f_{2\min}$$

便可用一低通滤波器滤除所有不需要的高阶杂波分量, 选出所需的  $f_1 - f_2$  的频率。

若取  $f_1 + f_2$  的情况,  $f_1 + f_2$  的近旁频为  $2f_1$  和  $2f_2$ , 只要满足

$$2f_{1\min} > f_{1\max} + f_{2\max}$$

$$2f_{2\max} < f_{1\min} + f_{2\min}$$

便可用选通滤波器选出  $f_1 + f_2$ 。

当然, 若  $f_2/f_1 = 1$  时,  $(f_1 - f_2) = n(f_1 - f_2) = 0$ ;  $f_1 + f_2 = 2f_1 = 2f_2$ 。即有许多频率成份在输出频率上交叉通过, 因此混频比不能取  $f_2/f_1 = 1$  的情况, 只能取  $f_2/f_1$  接近于 1 的情况。一般认为  $f_2/f_1 = 0.85 - 0.95$  的范围为最好。

当  $f_2/f_1 \rightarrow 0$  时, 对于  $f_1 - f_2$ , 近旁频为  $f_1$  和  $f_1 - 2f_2$ , 旁频距主频  $f_2$  远, 只要满足

$$f_{1\min} > f_{1\max} - f_{2\min}$$

$$f_{1\max} - 2f_{2\min} < f_{1\min} - f_{2\max}$$