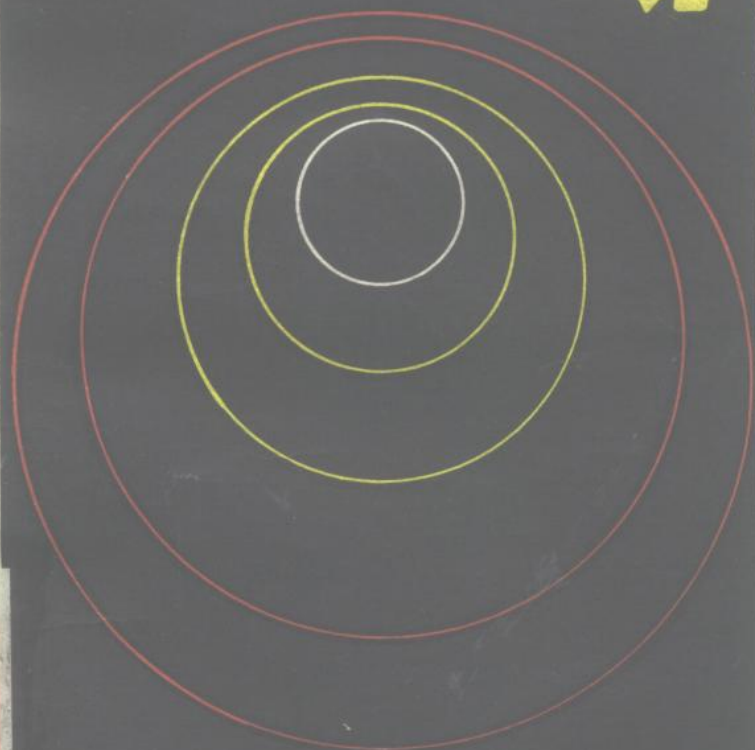


数字滤波器引论

程佩青 译



清华大学出版社

73.762
507

数 字 滤 波 器 引 论

〔英〕T.J. 特雷尔 著

程佩青 译

冯一云 校

清 华 大 学 出 版 社

1637.12

内 容 简 介

本书是数字滤波器的入门书,它较全面而又通俗易懂地讨论了数字滤波器的设计与实现的基本方法。全书共分五章,其内容包括:离散时间信号与系统、 Z 变换、离散傅里叶变换及其快速算法等的基本理论,递归与非递归数字滤波器的逼近(设计)与综合(有限字长效应,结构选择),尤其是用足够的篇幅讨论了数字滤波器的实现问题(包括专用硬件及计算机软件的实现,特别是用微处理机的实现方法)。各章都有例题和习题,书末有习题答案,便于学习和实际应用。

本书可供从事数字信号处理及通信、雷达、导航、遥控、遥测和其它电子工程方面的科技人员和有关专业的大学生学习参考,也可供其它爱好者自学。

数 字 滤 波 器 引 论

[英]T. J. 特雷尔 著

程佩青 译

冯一云 校

☆

清华大学出版社出版

(北京清华园)

北京市昌平环球印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

☆

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: 8.5 字数: 187千字

1986年9月第1版 1986年9月第1次印刷

印数: 0001—3500

统一书号: 15235·226 定价: 1.45元

序

在二十世纪七十年代,计算机工艺飞速发展。随着微处理器系统的不断发展,实现数字信号处理器的价格可望相应地降低,因而,预期在八十年代,数字滤波器的实际应用量将会显著地增加。此外,许多已建成的连续时间滤波器系统将用等效的数字滤波器代替。因而,需要更多训练有素的工程和科学方面的毕业生、研究生和工程师,他们要擅长于设计和实现数字滤波器系统。幸好,许多工业学校和大学已经认识到数字信号处理的重要性,并且,现在一般已将此课题列为大学生和研究生的工科课程的核心部分。

本书提供设计和实现数字滤波器所用基本技术的简要导引。其水平主要适用于电气和电子工程大学生第二年和最后一年的教程。某些内容超出了大学生的水平,但对研究生和工程师是有用的。本书包含了许多适当的例子,以用来说明课文中导出的理论概念。确实,这些例子的主要目的是有助于填补数字滤波器理论和实际间的空白。我们力图使这一特点能在很大程度上帮助读者(特别是大学生)把理论与实际结果联系起来。

第一章介绍抽样数据信号和系统,并且研究所需要的 Z 变换和 Z 反变换的基本数学概念。第二章详细地说明了适合于递归数字滤波器的许多有用的设计方法。第三章研究适于非递归数字滤波器的设计方法。第四章主要研究实际实现数字滤波器时的量化效应。第五章(最后一章)详细讨论了实

现数字滤波器的硬件和软件以及适度的微处理器系统概念。本书末尾列有附录，它可以帮助读者把“纸面设计”转化为实际的数字滤波器，典型地是，它可作为大学生的设计课题，或者在某些情况下作为研究生的设计课题，以及作为实际工作的工程师的研究课题。

T·J·特雷尔

目 录

序	1
第一章 引言	1
1.1 数字滤波器的基本情况	1
1.2 抽样数据信号	3
1.3 Z变换	6
1.4 由拉普拉斯变换确定Z变换的方法	23
1.5 Z反变换	26
1.6 数字滤波器转移函数	29
1.7 离散傅里叶变换	36
1.8 快速傅里叶变换	38
1.9 结论要点	43
参考资料	44
习题	45
第二章 递归数字滤波器设计	47
2.1 引言	47
2.2 利用连续滤波器原型的间接方法	48
2.3 频率抽样滤波器	80
2.4 利用幅度平方函数的直接方法	90
2.5 波形形成滤波器	94
参考资料	102
习题	104
第三章 非递归数字滤波器设计	106
3.1 引言	106

3.2	利用窗函数的频域设计	107
3.3	等波纹逼近方法	114
3.4	设计 FIR (有限长冲激响应) 滤波器的分析方法	120
3.5	数字横向滤波器的时域设计	129
	参考资料	130
	习题	132
第四章	数字滤波器实现中量化的研究	134
4.1	引言	134
4.2	二进制数的表示法	135
4.3	数字滤波器输入信号的量化	140
4.4	实现结构的研究	145
4.5	极限环振荡	164
4.6	溢出振荡	168
4.7	结论要点	171
	参考资料	171
	习题	174
第五章	数字滤波器的实际实现	177
5.1	引言	177
5.2	采用专用硬件的实现	178
5.3	采用数字计算机的实现	195
5.4	信号与噪声	220
5.5	结论要点	227
	参考资料	227
	习题	229
附录		230
习题答案		260

第一章 引言

1.1 数字滤波器的基本情况

在1960年到1970年的十年中，高速数字计算机迅速发展，并被广泛地用来处理数字形式的电信号。因而，在数字滤波器的设计中，就有可能采用傅里叶分析、波形抽样、 Z 变换等已有的基本理论概念。于是，随着计算技术的发展，电信号的数字滤波就成为现实可行的了。

1965年发表了库利-图基算法^[1]，从而对数字信号处理的发展做出了重要的贡献。另一个对数字滤波器的早期发展做出显著贡献的是杰姆斯·凯塞^[2]，它利用双线性 Z 变换设计了滤波器。但是，这些并不是唯一重要的贡献。从20世纪60年代中期以来，已发表了很多研制数字滤波器的著作^[3,4]。

数字信号处理已成为人们确认的过滤电信号的方法，与之相联系的离散时间系统理论常被用于许多科学和技术的学科中^[5]。数字信号处理有很多应用，典型的应用是：生物医学信号分析、振动分析、图象处理、地震信号分析以及语音信号分析。

在70年代，计算机技术发展极快，很多相对便宜的大规模集成数字电路、微计算机以及A/D（模拟/数字）D/A（数字/模拟）变换器的产生显示出数字滤波器将得到广泛的应用，而且很多已有的连续时间滤波器系统极可能将被等效的数字滤波器系统所代替。由于微计算机技术的不断发展，实现

数字滤波器的费用将会减少，可以预见，其实际应用数量将有相应地增加，这个预言的另一个证据是数字滤波器具有如下固有的优点：

- (1) 它没有漂移；
- (2) 它能处理低频信号；
- (3) 频率响应特性可做成极接近于理想的特性；
- (4) 它可以做成没有插入损耗；
- (5) 可以有线性相位特性；
- (6) 可相当简单地获得自适应滤波；
- (7) 滤波器的设计者可以控制数字字长，因而可以精确地控制滤波器的精度；
- (8) 一般来说，硬件的价格和供应是不成问题的。

图 1.1 概要地画出了一个典型的数字滤波过程。参照图 1.1，将输入信号在各等间隔的 T 秒上抽样，并且把每个抽样

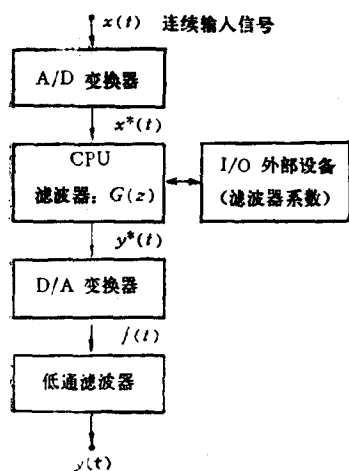


图 1.1 典型的数字滤波过程方框图

值变换成数字码，于是得到了数字输入序列 $x^*(t)$ 。数字滤波器 $G(z)$ 作用于序列 $x^*(t)$ 上，形成了输出序列 $y^*(t)$ 。将序列 $y^*(t)$ 变换成一串脉冲串 $f(t)$ ，每个脉冲的面积等于所对应的序列值的 T 倍。为了恢复连续输出 $y(t)$ ，可将脉冲串 $f(t)$ 通过一个简单的模拟 $R-C$ 低通滤波器。这就明显地看出，抽样数据信号 $x^*(t)$

和 $y^*(t)$ 在数字滤波过程中起着重要作用。因此，在下一节中将详细讨论这类信号。

1.2 抽样数据信号^[6,7]

图1.2是一个简单而又满足需要的抽样过程的模型。它被看成是连续输入信号 $x(t)$ 被一个周期性闭合的开关抽样，开关的闭合时间为 τ 秒，而抽样间隔为 T 秒。参见图1.2可知，输出是一串有限宽度的脉冲。但是，如果与两个相继抽

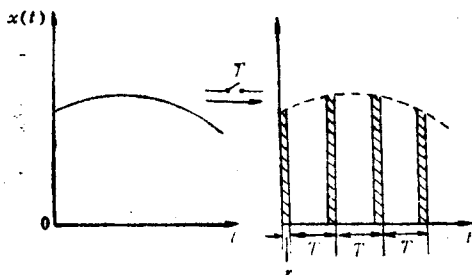


图1.2 抽样过程的模型

样的间隔 T 相比，脉冲的宽度 τ 是可以忽略的，则抽样器的输出可以看成是一串冲激，冲激的高度正比于抽样瞬间 $x(t)$ 的数值（见图1.3）。

理想抽样函数 $\delta_T(t)$ 表示一串单位冲激，它定义为

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (1.1)$$

其中 $\delta(t)$ 是在 $t=0$ 处的单位冲激函数， $\delta(t-nT)$ 是延时后在 $t=nT$ 处的冲激函数，因此

$$x^*(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (1.2)$$

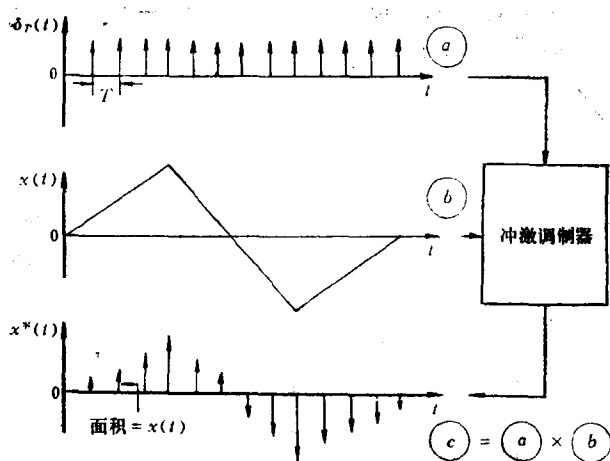


图1.3 用冲散的抽样过程

但是，由于只在 $t = nT$ 处 $x(t)$ 取值，而且，一个物理上可实现的系统满足 $t < 0$ 时， $x(t) = 0$ ，所以

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) \quad (1.3)$$

于是， $x^*(t)$ 是各移位的单位冲激的加权和（见图1.3波形©）。

参看 (1.1) 式，可将 $\delta_T(t)$ 展成傅里叶级数，即

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_s t}$$

其中

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T \delta_T(t) e^{-jn\omega_s t} dt$$

而 ω_s 是抽样频率，它等于 $\frac{2\pi}{T}$ 弧度/秒，由于一个冲激的面

① 原书中 $x(t)$ 的第 n 个抽样用 $x(n)T$ 表示，容易看成相乘，故以后译文中都改成 $x(nT)$ 。——译者注

积是1, 则 $\int_0^T \delta_T(t) e^{-jn\omega_s t} dt = 1$

故 $C_n = \frac{1}{T}$, 所以

$$\delta_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t}$$

从图1.3已看出, 冲激调制器满足 $x^*(t) = \delta_T(t)x(t)$, 因此

$$x^*(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) e^{jn\omega_s t} \quad (1.4)$$

对此式取拉普拉斯变换, 且利用移位定理可得到

$$X^*(S) = \mathcal{L}[x^*(t)] = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(S - jn\omega_s)$$

因此

$$X^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X[j(\omega - n\omega_s)] \quad (1.5)$$

从(1.5)式看出, 由于冲激抽样的结果, 使 $x(t)$ 的频谱以 $j\omega_s$ 为间隔而无限地重复。我们来研究 $x^*(t)$ 的频谱。

参看图1.4, 如果 $\frac{\omega_s}{2}$ 大于 $x(t)$ 的最高频率分量(见图1.4a),

那么, 理论上说从 $x^*(t)$ 的频谱可以恢复原信号; 相反地,

如果 $\frac{\omega_s}{2}$ 不大于连续信号的最高频率分量(见图1.4c), 则

频率响应函数发生折叠, 那么, 从抽样数据信号就不能复原出原信号。由频率折叠引起的误差通常被称为混叠误差。如果滤波器的实际限制条件许可的话, 则增加抽样频率可避免混叠误差。另一点也是重要的, 这就是 $x^*(t)$ 的基带频谱与

$x(t)$ 的频谱在幅度上相差一个比例因子 $\frac{1}{T}$ (见公式(1.5))。

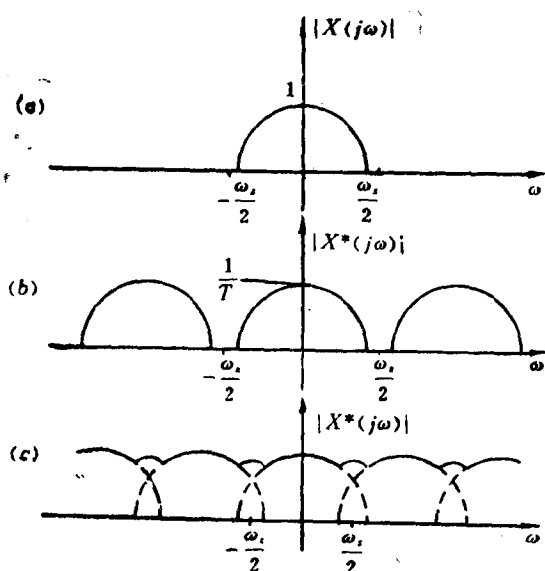


图1.4 (a)连续信号的频谱; (b)抽样信号的频谱; (c)频谱的混叠

已经知道, 抽样数据信号有无限多个附加的频谱, 这意味着在 S 平面的表示式中必然有无限多的零极点, 因此, 在 S 平面上分析任何抽样数据信号或系统都是极其困难的。幸好可利用抽样数据信号或系统的 Z 变换, 从而引出相当易于分析的数学表示。在下一节中将详细讨论 Z 变换。

1.3 Z 变 换^[8]

我们用 Z 变换来描述抽样数据信号或系统的特性, 随后我们将看到, 对于表示抽样数据信号或系统, 它能提供两种有用的方法, 这就是, 或者用一组有限个零点、极点(频域表

示) 或者用一个线性差分方程 (时域表示) 来加以表示。

Z 变换只不过是一个变换规则, 它将一组数的序列变换成复变量 z 的函数。它的特点是使得线性差分方程能直接用代数计算来求解。但是, 在我们对这个课题的数学概念进行讨论和证明以前, 我们准备进一步讨论 Z 变换的实际应用。现在我们来研究 Z 变换的基本数学描述以及它的一些重要性质。

假设我们令 $z = e^{sT} = e^{(\sigma + j\omega)T}$, 则 $|z| = e^{\sigma T}$, $\angle z = \omega T$, 则 S 平面的任一点 s_x 变换到 z 平面对应的 z_x 点, 如图 1.5 所示。参照表 1.1 可知, S 平面的虚轴变换 (映射) 到 z 平面单位圆

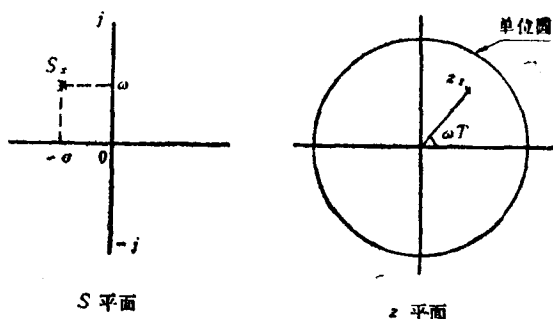


图 1.5 S 平面到 z 平面的变换

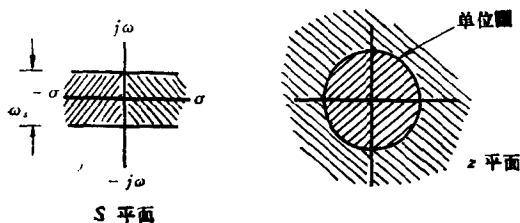


图 1.6 S 平面各区域和 z 平面各区域间的关系

的圆周上,当 σ 为负时, $|z| < 1$, 当 σ 为正时, $|z| > 1$ 。于是, S 平面的左半平面内宽为 ω_s 的一个窄条变换到 z 平面单位圆的内部区域, 而 S 平面右半平面内同一个窄条则变换到 z 平面单位圆的外部区域 (见图1.6)。

表 1.1

$\sigma=0, \omega_s=2\pi/T$		$\sigma=0, \omega_s=2\pi/T$	
$j\omega$	$z=1\angle\omega T$	$j\omega$	$z=1\angle\omega T$
0	$1\angle 0^\circ$	$5\omega_s/8$	$1\angle 225^\circ$
$\omega_s/8$	$1\angle 45^\circ$	$3\omega_s/4$	$1\angle 270^\circ$
$\omega_s/4$	$1\angle 90^\circ$	$7\omega_s/8$	$1\angle 315^\circ$
$3\omega_s/8$	$1\angle 135^\circ$	ω_s	$1\angle 360^\circ$
$\omega_s/2$	$1\angle 180^\circ$		

由于 $x^*(t)$ 的极点和零点沿虚轴方向以间距为 $\omega_s = 2\pi/T$ 弧度/秒隔开, 故 Z 变换的最重要的效果是使 S 平面所有各组极点和零点变换到 z 平面成为一组极点和零点——严格说是各组极点和零点在 z 平面的黎曼面上叠加, 我们把它当成一组极点、零点来对待。

参照公式(1.3), 我们看出

$$x^*(t) = x(0T)\delta(t) + x(1T)\delta(t-T) + x(2T)\delta(t-2T) + \dots$$

对此式取拉普拉斯变换可得

$$\mathcal{L}[x^*(t)] = x(0T) + x(1T)e^{-sT} + x(2T)e^{-2sT} + \dots$$

对于 Z 变换, 有 $z = e^{sT}$, 则 $z^{-1} = e^{-sT}$, 因而 $z^{-n} = e^{-nsT}$ 。 z^{-n} 表示 n 个抽样周期的延时, 于是 $x^*(t)$ 的 Z 变换是

$$X(z) = x(0T) + x(1T)z^{-1} + x(2T)z^{-2} + \dots$$

即

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)z^{-n} \quad (1.6)$$

例1.1 与抽样数据信号相应的输入序列是

$\{1, 0.5, 0, -0.8, -3\}$, 求此序列的 Z 变换。

解 利用公式 (1.6) 可得

$$X(z) = 1 + 0.5z^{-1} - 0.8z^{-3} - 3z^{-4}$$

例1.2 设数字滤波器的输入信号是 $x(t) = e^{-at}$, 求 $x^*(t)$ 的 Z 变换。

解 $x^*(t) = \{e^{-aT}, e^{-aT}, e^{-3aT}, e^{-3aT}, \dots\}$, 因此, 利用公式 (1.6) 可得

$$X(z) = 1 + e^{-aT}z^{-1} + e^{-3aT}z^{-3} + e^{-3aT}z^{-3} + \dots$$

当 $|z| > e^{-aT}$ 时, $X(z)$ 可以表示成闭合形式

$$X(z) = \frac{z}{z - e^{-aT}}$$

例1.2 是几何序列的一个特殊情况, 一般说, 一个几何序列 g^n 的 Z 变换可表示成 (见公式 (1.6))

$$\mathcal{Z}[g^n] = \sum_{n=0}^{\infty} g^n z^{-n}$$

因此

$$X(z) = \begin{cases} \frac{z}{z-g} & (|z| > |g|) \\ \text{无界} & (|z| < |g|) \end{cases} \quad (1.7)$$

在 z 平面中, 使 $X(z)$ 的数值有限的所有 z 的集合称为收敛区 (例如在公式 (1.7) 中 $|z| > |g|$ 就是), 反之, 在 z 平面中, 使 $X(z)$ 的数值无限的所有 z 的集合称为发散区 (例如在公式 (1.7) 中 $|z| < |g|$ 就是), 图 1.7 画出了 $\mathcal{Z}[g^n]$ 的收敛区

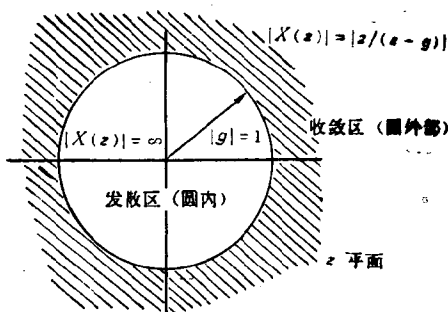


图1.7 $Z[g^n]$ 在 z 平面的收敛区及发散区

与发散区。

例1.3 设数字滤波器的输入信号是

$$x(t) = \sin \omega t$$

求 $x^*(t)$ 的 Z 变换。

$$\text{解 } x^*(t) = \sin n\omega T = (e^{-j n\omega T} - e^{j n\omega T}) / 2j$$

因此, 利用公式 (1.6) 可得

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{e^{-j n\omega T} - e^{j n\omega T}}{2j} \right] z^{-n} \\ &= \frac{1}{2j} \left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{j n\omega T} z^{-n} - \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j n\omega T} z^{-n} \right] \end{aligned}$$

令 $e^{j n\omega T} = g^n = (e^{j\omega T})^n$, 即 $g = e^{j\omega T}$, 利用公式 (1.7)

$$\text{可得 } \sum_{n=0}^{\infty} e^{j n\omega T} z^{-n} = \frac{z}{z - e^{j\omega T}} \quad (|z| > 1)$$

同样, 令 $e^{-j n\omega T} = g^n = (e^{-j\omega T})^n$, 再利用公式 (1.7) 可得

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-j n\omega T} z^{-n} = \frac{z}{z - e^{-j\omega T}} \quad (|z| > 1)$$

因而