

machine
design
and
research

机械 设计 与研究

1985

上海交通大学出版社

3

主 编： 黄步玉
常务编委： 花家寿
责任编辑： 吴良宝
封面设计： 瞿大刚

机械设计与研究

(1985 年第三辑)

上海机械工程学会 编
上海 交 通 大 学

上海交通大学出版社出版
(淮海中路 1984 弄 19 号)

新华书店上海发行所发行

常熟市文化印刷厂排版印装

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 8.125 字数 200,000

1985 年 11 月第 1 版 1985 年 11 月第 1 次印刷

印数：1—5,050

统一书号：15324·80 科技书目：105—279

定价：1.50 元

机械设计与研究

(总第九辑)

目 录

专题研究

管件和管接头脉冲试验台液压系统的特征线法分析研究·····	张永果(1)
液压管道的快速高精度特征线法分析研究·····	蔡亦钢 盛敬超(21)
高压隔膜式蓄能器动态特性研究·····	段晓宏 高澜庆 毛信理(32)
折腰转向车辆转向油缸主要参数的理论分析·····	张培生 关景泰 严继东(44)
液压分流阀动态性能分析·····	任锦堂 吴良宝 黄雷坤(54)
优化方法在液压系统辨现中的应用·····	陈 庆 严金坤(63)
二进制数字控制泵的研究·····	王钧功 施佐原 彭昌宗(71)

计算机辅助设计与分析

电反馈伺服阀的微机辅助建模与数字仿真分析··李国栋 周 宇 田源道 张 军(79)
被动式电液加载系统的微型机控制·····高如俊 胡庆超(85)
柴油机调速器模拟试验台的微机应用·····田纪熊 刘连山(92)
川崎型平衡阀的计算机仿真·····唐永麒(97)

专题讲座

键图理论及其在工程中的应用(一)·····任锦堂 吴良宝(103)

管件和管接头脉冲试验台液压系统的特征线法分析研究

张 永 杲

上海交通大学

运用数字机来研究分析液压系统的动态性能是计算机在液压技术中应用的一个课题,然而用数字机来分析液压系统的动态性能时必然遇到的一个问题是如何计算管道动特性?怎样把管道动特性和液压元件动特性联系起来,从而得出整个液压系统的动特性:特征线法能满意地解决这个问题。

求解管道动特性的方法除特征线法外还有传递矩阵法。但特征线法和传递矩阵法相比,后者仅适用于较简单的管道和管端边界条件,而特征线法则不论管道及管端边界条件是简单或复杂都能适用;系统中液压损失不论是沿途损失或局部损失都可处理,且解题思路清晰,程序编写方便,计算结果有足够的精度,因此特征线法对计算液压系统的动态性能来说是一种十分有用的方法。

为了摸索和推广特征线法的应用,本文运用特征线法对我校的管道及管接头脉冲试验台的液压系统特性进行了分析研究,获得了较为满意的结果。

一、特征线法的基本原理和计算方法

特征线法是从研究管道动特性开始的。

(一) 管道非恒定流动基本方程式

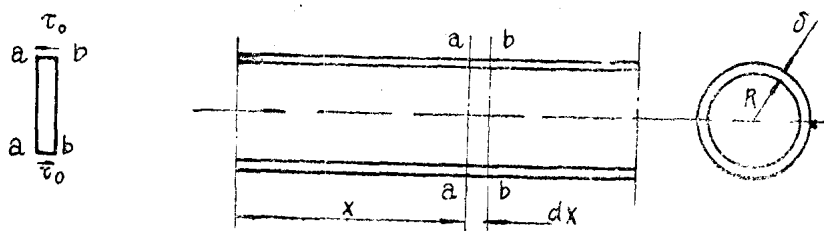


图 1

如图 1 所示,设管道中任一截面 aa (它和管道左端的距离为 x) 在任一瞬时 t 的压力为 p , 平均流速为 v , 管壁处的粘性切应力为 τ_0 , 则显然非恒定流动时,它们都是 x, t 的函数。

由管道中液流的运动方程、连续方程,并考虑管壁弹性、油液的压缩性后,可得圆管一元非恒定流动的基本方程式(推导从略)。

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + f(x, t) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中 ρ ——油液密度;

c ——管道中冲击波传播速度;

$f(x, t)$ ——单位体积液体所承受的切向力, 简称粘性阻力项。

$$f(x, t) = \frac{2\pi R \cdot dx \cdot \tau_0}{s dx} = \frac{2\tau_0}{R} \quad (3)$$

其中 R ——管道半径;

s ——管道截面积。

显然, 只有把 $f(x, t)$ 化成 v 的函数, 基本方程方能求解。但因液流作非恒定流动, 故 τ_0 不能简单地取恒定流动时管壁处的粘性切应力的值。

美 W. Zielke 求得液流在圆管中作非恒定层流流动时 $f(x, t)$ 的值为

$$f(x, t) = \frac{8\rho\nu}{R^2} v(x, t) + \frac{4\rho\nu}{R^2} \int_0^t \frac{\partial v}{\partial t}(x, t_1) W'(t-t_1) dt_1 \quad (4)$$

式中 ν ——油液的运动粘度;

W' ——为时间 t 的函数值(图 2)

$$W'(t) \equiv W(\tau);$$

τ 为一无因次量,

$$\tau = \frac{\nu}{R^2} t_0.$$

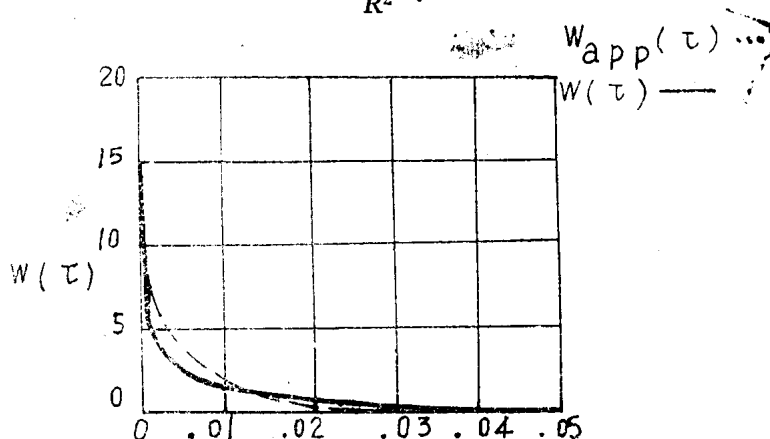


图 2

$W(\tau)$ 值为

$$\begin{cases} \tau > 0.02 & W(\tau) = e^{-26.3744\tau} + e^{-70.8493\tau} + e^{-135.0198\tau} \\ & \quad + e^{-218.9216\tau} + e^{-322.5544\tau} \\ \tau < 0.02 & W(\tau) = 0.282095\tau^{-\frac{1}{2}} - 1.250000 + 1.057855\tau^{\frac{1}{2}} \\ & \quad + 0.937500\tau + 0.396696\tau^{\frac{3}{2}} - 0.351563\tau^2 \end{cases} \quad (5)$$

采用式(4)上机计算时所需内存极大, 难以计算。为此 A. K. Trikha 对 $W(\tau)$ 作了某些数学处理。

令

$$W(\tau) \approx W_{app}(\tau) = W_1(\tau) + W_2(\tau) + W_3(\tau)$$

式中

$$W_i(\tau) = m_i e^{-n_i \tau} \quad i = 1, 2, 3,$$

m_i, n_i 值为:

$$\begin{array}{ll} m_1 = 40.0 & n_1 = 8000 \\ m_2 = 8.1 & n_2 = 200 \\ m_3 = 1 & n_3 = 26.4 \end{array}$$

$W(\tau)$ 和 $W_{app}(\tau)$ 见图 2。 $W_{app}(\tau)$ 能和 $W(\tau)$ 很好地重合 ($\tau < 0.00005$ 除外)。

用 $W_{app}(\tau)$ 代替 $W(\tau)$, A.K. Taikha 推得

$$f(x, t) = \frac{8\rho v}{R^2} v(x, t) + \frac{4\rho v}{R^2} \sum_{i=1}^3 y_i(x, t) \quad (6)$$

式中

$$y_i(x, t) = \int_0^t W_i^1(t-t_1) \frac{\partial v}{\partial t}(x, t_1) dt_1$$

其中

$$W_i^1(t) \equiv W_i(\tau) = m_i e^{-n_i \tau} \quad (6-a)$$

而

$$y_i(x_1, t + \Delta t) = y_i(x, t) \cdot e^{-n_i \frac{v}{R^2} \Delta t} + m_i [v(x, t + \Delta t) - v(x, t)] \quad (6-b)$$

这样, 式(6)化成

$$\begin{aligned} f(x, t) = & \frac{8\rho v}{R^2} v(x, t) + \frac{4\rho v}{R^2} \sum_{i=1}^3 \{y_i(x, t - \Delta t) \cdot e^{-n_i \frac{v}{R^2} \Delta t} \\ & + m_i [v(x, t) - v(x, t - \Delta t)]\} \end{aligned} \quad (7)$$

这样, 采用式(7)只要贮存前一瞬时的 y_1, y_2, y_3 及 v 值, 求得当前瞬时的 v 后, 即可求得管道任一截面当前瞬时的粘性阻力项。这就大大节省内存, 为上机计算铺平了道路。

式(7)右端第一项是层流恒定流动时的粘性阻力项, 第二项则为层流非恒定流动时的附加阻力项。

液流在圆管中作紊流非恒定流动时, 建议取:

$$\begin{aligned} f(x, t) = & \frac{0.3164}{Re^{0.25}} \cdot \frac{\rho}{D} \cdot \frac{(v(x, t))^2}{2} \\ & + \frac{4\rho v}{R^2} \sum_{i=1}^3 \{y_i(x, t - \Delta t) e^{-n_i \frac{v}{R^2} \Delta t} \\ & + m_i [v(x, t) - v(x, t - \Delta t)]\} \end{aligned} \quad (8)$$

Zielke 推导非恒定流动粘性阻力项的计算式是以层流流动为前提的, 故式(8)是缺乏严格的数学根据的。这里假设非恒定流动时紊流流动和层流流动的附加阻力项相等(式(8)右端第一项是紊流恒定流动时的粘性阻力项)。已有一些实验数据证明式(8)是成立的。

已知 $f(x, t)$ 就可以着手解式(1)、(2)。

(二) 特征线法

1. 特征线法基本方程

圆管一元非恒定流动的基本方程式(1)、式(2)无法求得通解, 为了利用计算机求得其数值解, 出现了特征线法。

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + f(x, t) = 0 \\ \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式(1)+ λ 式(2)得

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + f(x, t) + \lambda \left(\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0$$

式中 λ 为一任意常数。如取 $\lambda = \lambda_1, \lambda = \lambda_2$, 而 $\lambda_1 \neq \lambda_2$, 则得两等价于方程式(1)、(2)的方程。

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + f(x, t) + \lambda_1 \left(\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + f(x, t) + \lambda_2 \left(\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad (10)$$

这样, 求解方程式(1)、(2)就转化为求解方程式(9)、(10)。 λ 可取任意不相等的两值 λ_1, λ_2 , 当然实际选取 λ 时应尽量使方程式(9)、(10)简化, 为此, 取

$$\frac{\rho c^2}{\lambda} = \frac{\lambda}{\rho} \quad \text{或} \quad \lambda = \pm \rho c。$$

再令:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\rho c^2}{\lambda} = \frac{\lambda}{\rho} = \pm c,$$

即

$$x = ct + x_{10} \quad (11)$$

$$x = -ct + x_{20} \quad (12)$$

式中 x_{10}, x_{20} ——某一常数。

显然 $x = ct + x_{10}$ 是一族斜率为 c 的直线, 叫第一类特征线族;

$x = -ct + x_{20}$ 是一族斜率为 $-c$ 的直线, 叫第二类特征线族, 如图3所示。

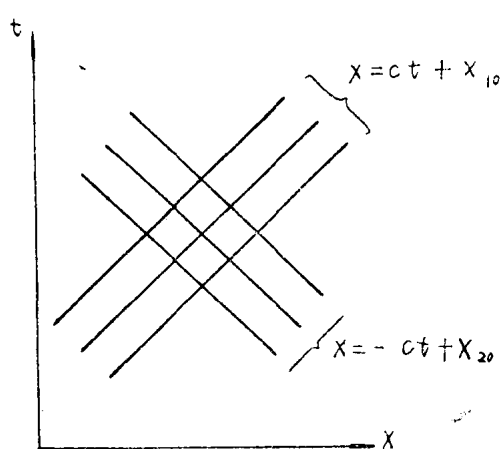


图 3

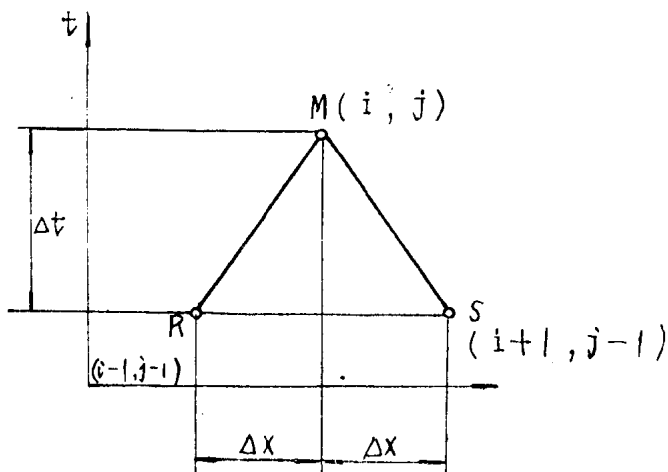


图 4

第一类特征线实际上是冲击波在管道中传递时的正向波(入射波)方程, 而第二类特征线实际上是冲击波在管道中传递时的反向波(反射波)方程。

我们沿特征线对式(9)、(10)进行数值积分。经简易数学运算后得:

沿第一族特征线进行数值积分时,式(9)转化成

$$\frac{1}{c} \frac{dp}{dt} + \rho \frac{dv}{dt} + f(x, t) = 0 \quad (13)$$

沿第二族特征线进行数值积分时,式(10)转化成

$$-\frac{1}{c} \frac{dp}{dt} + \rho \frac{dv}{dt} + f(x, t) = 0 \quad (14)$$

显然,沿特征线进行数值积分,使方程简化,也减少了计算时的累积误差。

2. 沿特征线求数值解

为了沿特征线求数值解,

令

$$p(x, t) = p(i\Delta x, j\Delta t) = p_{i,j}$$

$$v(x, t) = v(i\Delta x, j\Delta t) = v_{i,j}$$

$$f(x, t) = f(i\Delta x, j\Delta t) = f_{i,j}$$

式中

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$j = 1, 2, \dots, L$$

经离散化后,式(13)、(14)化成差分方程为

$$\Delta p + \rho c \Delta v + f c \Delta t = 0 \quad (15)$$

$$-\Delta p + \rho c \Delta v + f c \Delta t = 0 \quad (16)$$

再化为

$$\begin{aligned} (p_{i,j} - p_{i-1,j-1}) + \rho c (v_{i,j} - v_{i-1,j-1}) \\ + \frac{1}{2} (f_{i,j} + f_{i-1,j-1}) c \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (-p_{i,j} + p_{i+1,j-1}) + \rho c (v_{i,j} - v_{i+1,j-1}) \\ + \frac{1}{2} (f_{i,j} + f_{i+1,j-1}) c \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

为简化计算,令

$$f_{i,j} = \frac{1}{2} (f_{i-1,j-1} + f_{i+1,j-1})$$

为了便于编写计算程序,引进工作参数 c_1 、 c_2 、 c_3 ,

令

$$c_2 = \frac{1}{\rho c} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} c_{1(k,j-1)} = v_{k,j-1} - c_2 \cdot p_{k,j-1} \\ - \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{1}{4} f_{k-2,j-1} + \frac{3}{4} f_{k,j-1} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} c_{3(k,j-1)} = v_{k,j-1} + c_2 \cdot p_{k,j-1} \\ - \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{3}{4} f_{k,j-1} + \frac{1}{4} f_{k+2,j-1} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

将 $f_{i,j}$ 、 c_1 、 c_2 、 c_3 值代入式(17)、(18)得

沿第一族特征线进行数值积分时,为

$$c_2 \cdot p_{i,j} + v_{i,j} - c_{3(i-1,j-1)} = 0 \quad (22)$$

沿第二特征线进行数值积分时,为

$$-c_2 p_{i,j} + v_{i,j} - c_{1(i+1,j-1)} = 0 \quad (23)$$

式(22)、(23)联立得

$$p_{i,j} = \frac{1}{2c_2} [c_3(i-1, j-1) - c_1(i+1, j-1)] \quad (24)$$

$$v_{i,j} = \frac{1}{2} [c_3(i-1, j-1) + c_1(i+1, j-1)] \quad (25)$$

如图4所示,由式(24)、(25)知,如已知 $(j-1)\Delta t$ 瞬时R、S两点的参数 $p_{i-1,j-1}$, $v_{i-1,j-1}$, $p_{i+1,j-1}$, $v_{i+1,j-1}$, $f_{i+1,j-1}$ 就可算得 $c_1(i+1, j-1)$ 及 $c_3(i-1, j-1)$ 的值,即可由式(24)、式(25)求得 $f_{i-1,j-1}$; $j\Delta t$ 瞬时M点的参数 $p_{i,j}$, $v_{i,j}$ 。

这样,在计算机上利用循环语句就很容易求得管道上各离散点 p, v 的动态响应了,这就是用特征线法解管道动特性的基本原理。

3. 边界点上各点参数计算

显然,在管道的 $x-t$ 图(图5)上在非边界区内的点不受边界影响,单凭管道特性及管道各离散点的初始参数,就可确定各点的 p, v 。在边界区内各点,则受边界影响,必须已知边界点上各点参数,方可确定各点的 p, v 。确定边界点的参数对确定液压系统动特性来说是极为重要的。

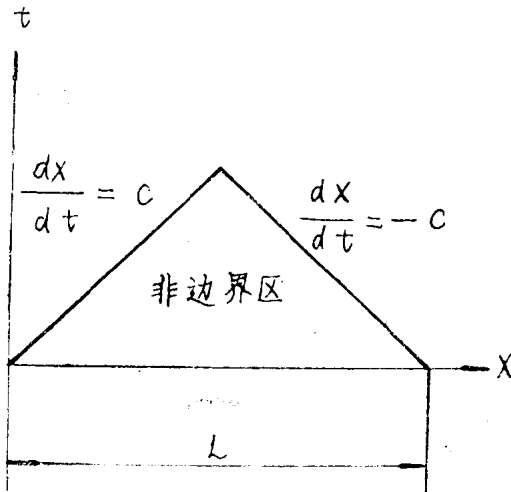


图 5

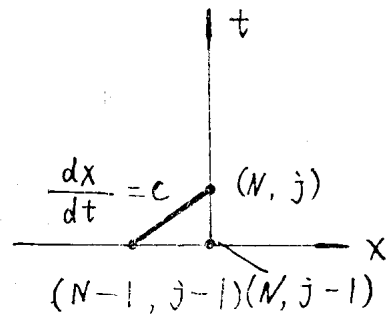


图 6

(1) 右边界点

只能沿第一族特征线进行数值积分(图6),由式(22)得

$$v_{N,j} = c_3(N-1, j-1) - c_2 \cdot p_{N,j} \quad (26)$$

注意:

$$c_3(N-1, j-1) = v_{N-1, j-1} + c_2 p_{N-1, j-1} - \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{3}{4} f_{N-1, j-1} + \frac{1}{4} f_{N+1, j-1} \right)$$

但“N+1”点已在右边界之外,无法取得 $f_{N+1, j-1}$,故近似地令 $f_{N+1, j-1} = f_{N, j-1}$,因而得

$$c_3(N-1, j-1) = v_{N-1, j-1} + c_2 \cdot p_{N-1, j-1} - \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{3}{4} f_{N-1, j-1} + \frac{1}{4} f_{N, j-1} \right)$$

(2) 左边界点

只能沿第二族特征线进行数值积分(图7),由式(23)得

$$v_{1,j} = c_{1(2,j-1)} + c_2 \cdot p_{1,j} \quad (27)$$

注意:

$$c_{1(2,j-1)} = v_{2,j-1} - c_2 \cdot p_{2,j-1} - \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{1}{4} f_{0,j-1} + \frac{3}{4} f_{2,j-1} \right)$$

但“0”点已在左边界之外,无法取得 $f_{0,j-1}$, 故近似地令

$$f_{0,j-1} = f_{1,j-1}$$

因而得

$$c_{1(2,j-1)} = v_{2,j-1} - c_2 \cdot p_{2,j-1} - \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{1}{4} f_{1,j-1} + \frac{3}{4} f_{2,j-1} \right)$$

无论是左边界点或右边界点,只能沿一族特征线进行数值积分,故求各边界点的 p, v 只能得到一个方程式,为了解得边界点上的 p, v , 必须由边界条件提供第二个方程。怎样具体确定边界点上的参数将结合管件及管接头脉冲试验台的具体情况介绍。

二、管件及管接头脉冲试验台液压系统

一般液压系统的回路中都存在着一定频率的压力波动和或大或小的液压冲击。管件和管接头的破坏,往往是由于远低于爆破压力的脉冲压力,因此对管件和管接头,提出了脉冲压力试验的要求。

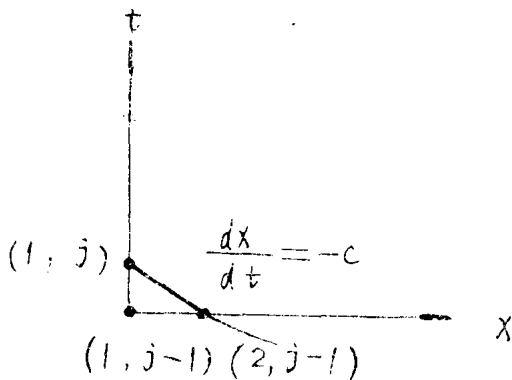


图 7

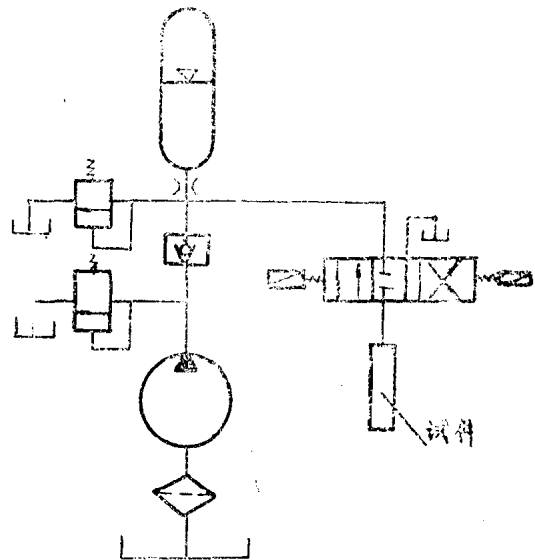


图 8

我校管件和管接头脉冲试验台的液压系统原理如图 8、图 9 所示。它们是利用蓄压器瞬时释放能量的原理产生冲击压力的。

图 8 所示的系统无增压器,用于额定工作压力不大于油泵和蓄压器额定工作压力的试件。

图 9 所示的系统有增压器,用于额定工作压力大于油泵和蓄压器额定工作压力的试件。

管件和管接头脉冲压力试验对压力波形有较严格的要求,由于我国尚未制订国标,目前试验是参照国外标准进行的(图 10)。

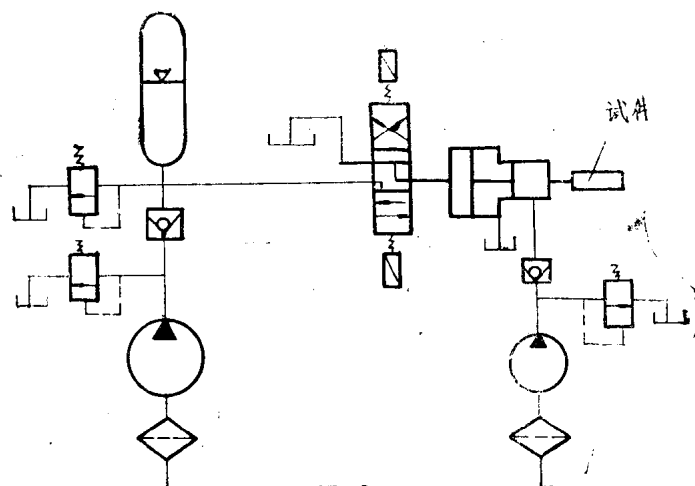


图 9

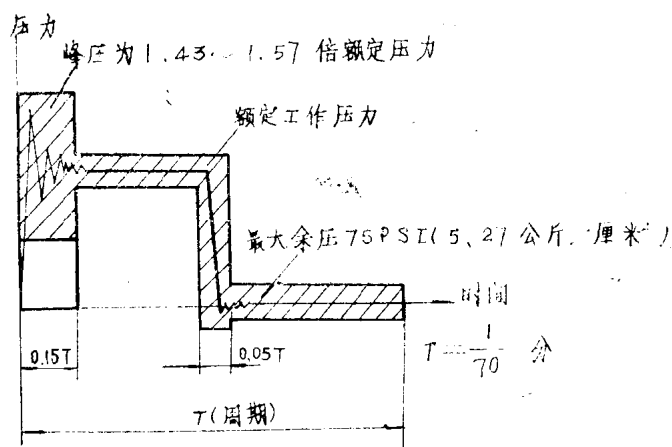


图 10

三、用特征线法分析管件和管接头脉冲试验台液压系统动特性

(一) 无增压器脉冲试验台

1. 试验台的物理模型如图 11 所示。

蓄压器出口处的节流阻抗描述为直径为 d_t 的节流小孔，其局部损失系数为 ξ_1 ，经过节流小孔的液压损失为

$$\Delta p = \xi_1 \cdot \frac{\rho}{2} v^2 t$$

式中 v_t ——经过节流小孔的流速。

经过换向阀的节流阻抗描述为局部损失系数为 ξ_2 的局部阻抗，经过换向阀的液压损失为

$$\Delta p = \xi_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_{4(1)}^2$$

式中 $v_{4(1)}$ ——管道 4 左端处的流速。

假定换向阀瞬时打开(脉冲试验台上的换向阀从中立位置转换到工作位置，总共需 10 毫

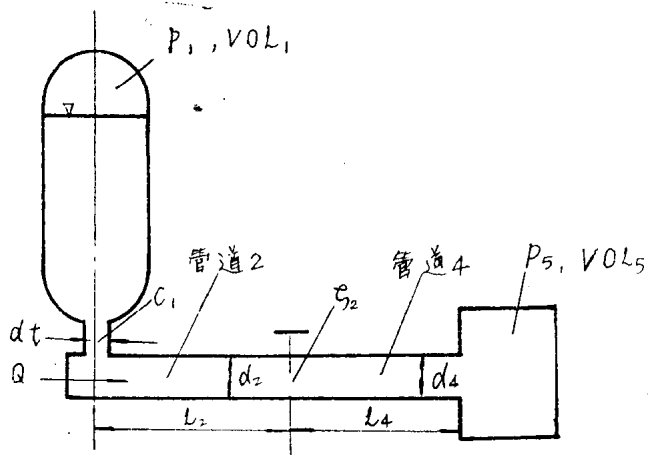


图 11

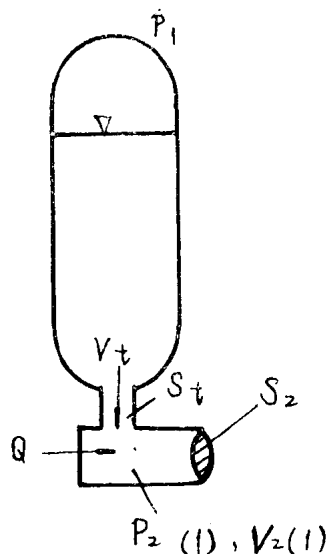


图 12

秒,而换向阀的 A、B 口从开始打开到完全打开的时间仅 4 毫秒。曾考虑了换向阀换向时间对试验台液压系统动特性的影响,计算结果表明,影响很小,故认为换向阀是瞬时打开的这个假定还是合理的),油泵和蓄压器联合向管接头供油,使管接头升压。

油泵的流量为 Q , 蓄压器中气体压力为 p_1 , 其容积为 VOL_1 ; 管接头容腔的压力为 p , 其容积为 VOL_5 ; 管道 2、4 中的压力为 p_2 、 p_4 , 截面平均流速为 v_2 、 v_4 。

2. 液压系统各点参数(p 、 v)的确定

下面介绍如已知液压系统各点在 $(j-1)\Delta t$ 瞬时的参数, 如何求得系统各点在 $j\Delta t$ 瞬时的参数的方法。

因系统初始状态(换向阀瞬时打开时)的参数是已知的, 故如能掌握根据系统各点在 $(j-1)\Delta t$ 瞬时的参数求得系统各点在 $j\Delta t$ 瞬时参数的方法, 即可顺利地求得系统各点压力、速度的瞬态响应。

(1) 管道 2 左边界点参数的确定

现在有四个变量: p_1 , v_t , $p_{2(1)}$, $v_{2(1)}$ 。

其中 $p_{2(1)}$ 、 $v_{2(1)}$ 分别是管道 2 左边界点的压力和平均流速。

我们的任务是: 已知 $(j-1)\Delta t$ 瞬时这四个参数值 $p_{1(j-1)}$ 、 $v_{t(j-1)}$ 、 $p_{2(1,j-1)}$ 与 $v_{2(1,j-1)}$, 如何求得 $j\Delta t$ 瞬时这四个参数的值 $p_{1(j)}$ 、 $v_{t(j)}$ 、 $p_{2(1,j)}$ 、 $v_{2(1,j)}$ 。

可列出四个方程:

I. 蓄压器中气体状态方程(见图 12):

$$p_{1(j)} \cdot [VOL_{1(j)}]^r = p_{1(j-1)} \cdot [VOL_{1(j-1)}]^r \quad (28)$$

在蓄压器放油使管接头容腔升压过程中可以认为蓄压器中气体膨胀是绝热过程, 故可取指数 $r = 1.4$ 。

因为

$$\frac{d(VOL_1)}{dt} = S_t \cdot v_t$$

式中 S_t ——节流小孔截面积。

故得:

$$VOL_{1(j)} - VOL_{1(j-1)} = S_t \cdot v_{t(j-1)} \Delta t$$

$$\text{所以 } VOL_{1(j)} = VOL_{1(j-1)} + S_t \cdot v_{t(j-1)} \Delta t \quad (29)$$

从式(29)求得 $VOL_{1(j)}$, 再代入式(28)即可得 $p_{1(j)}$

$$p_{1(j)} = p_{1(j-1)} \cdot \left[\frac{VOL_{1(j-1)}}{VOL_{1(j)}} \right]^{1.4} \quad (30)$$

II. 蓄压器出口处节流阻抗局部损失方程:

$$p_{1(j)} - p_{2(1,j)} = \xi_1 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_{t(j)} \cdot |v_{t(j)}| \quad (31)$$

式(31)右端用 $v_{t(j)} \cdot |v_{t(j)}|$ 代替 $v_{t(j)}^2$, 就可考虑由于 $v_{t(j)}$ 方向不同而引起 $p_{1(j)} - p_{2(1,j)}$ 值的符号也不同。

III. 蓄压器出口处液流连续方程:

$$Q + S_t v_{t(j)} = S_2 \cdot v_{2(1,j)} \quad (32)$$

式中 S_2 ——管道 2 的截面积;

Q ——油泵流量。

IV. 管道 2 左边界方程:

$$v_{2(1,j)} = c_{12(2,j-1)} + c_2 \cdot p_{2(1,j)} \quad (33)$$

式中 $c_{12(2,j-1)}$ ——管道 2 从左端算起第二个离散点在 $(j-1)\Delta t$ 瞬时的 c_1 值。

式(31)~(33)联立, 可解得

$$v_{t(j)} = \frac{p_{1(j)} - \frac{Q}{c_2 \cdot S_2} + \frac{c_{12(2,j-1)}}{c_2}}{0.5 \cdot \xi_1 \cdot \rho \cdot |v_{t(j-1)}| + \frac{S_t}{c_2 S_2}} \quad (34)$$

有了 $v_{t(j)}$ 即可由式(32)、(33)求得 $v_{2(1,j)}$ 和 $p_{2(1,j)}$ 。

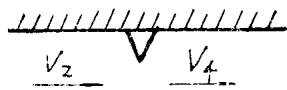
(2) 管道 2 各离散点(除边界点)参数的确定

设管道 2 的离散点为 1, 2, ..., N_2 。令 $N_1 = N_2 - 1$, 则管道 2 的非边界离散点为 2, 3, ..., N_1 。

设管道 2 的 c_1 、 c_3 值分别记为 c_{12} 、 c_{32} 则由式(24)、(25)可得管道 2 各离散点的参数 $p_{2(i,j)}$ 、 $v_{2(i,j)}$ 为

$$p_{2(i,j)} = \frac{1}{2c_2} [c_{32(i-1,j-1)} - c_{12(i+1,j-1)}] \quad (35)$$

$$v_{2(i,j)} = \frac{1}{2} [c_{32(i-1,j-1)} + c_{12(i+1,j-1)}] \quad (36)$$



式中 $i = 2, 3, \dots, N_1$ 。

(3) 管道 2 右边界点及管道 4 左边界点参数的确定

(见图 13)

$p_2(N_2, j)$ 、 $p_4(1, j)$ 管道 2 右边界点及管道 4 左边界点的参数为 $p_{2(N_2, j)}$ 、 $v_{2(N_2, j)}$ 及 $p_{4(1, j)}$ 、 $v_{4(1, j)}$

图 13

列出四个方程:

I. 管道 2 右边界方程:

$$v_{2(N,j)} = c_{32(N_1,j-1)} - c_2 \cdot p_{2(N,j)} \quad (37)$$

II. 管道 4 左边界方程:

$$v_{4(1,j)} = c_{14(2,j-1)} + c_2 \cdot p_{4(1,j)} \quad (38)$$

III. 液流连续方程:

$$v_{2(N_1,j)} \cdot S_2 = v_{4(1,j)} \cdot S_4 \quad (39)$$

式中 S_4 ——管道 4 截面积。

IV. 换向阀局部损失方程:

如 $v_{4(1,j)} > 0$, 则

$$\left. \begin{aligned} p_{2(N_1,j)} - p_{4(1,j)} &= \xi_2 \cdot \frac{\rho}{2} [v_{4(1,j)}]^2 \\ p_{2(N_1,j)} - p_{4(1,j)} &= -\xi_2 \cdot \frac{\rho}{2} [v_{4(1,j)}]^2 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

由式(37)、(38)得

$$\begin{aligned} p_{2(N_1,j)} - p_{4(1,j)} &= \frac{1}{c_2} [c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} \\ &\quad - \left(1 + \frac{S_4}{S_2}\right) \cdot v_{4(1,j)}] \end{aligned} \quad (41)$$

分别讨论三种情况, 求 $v_{4(1,j)}$:

(I) $\Delta p = p_{2(N_1,j)} - p_{4(1,j)} > 0$, 则此时必为 $v_{4(1,j)} > 0$

由式(41)知 $c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} > \left(1 + \frac{S_4}{S_2}\right) \cdot v_{4(1,j)} > 0$

故
$$\Delta p = \frac{1}{c_2} [c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} - \left(1 + \frac{S_4}{S_2}\right) \cdot v_{4(1,j)}] = \xi_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot [v_{4(1,j)}]^2$$

由此解得

$$v_{4(1,j)} = \left[-\left(1 + \frac{S_4}{S_2}\right) + \sqrt{\left(1 + \frac{S_4}{S_2}\right)^2 + 4(c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)}) \cdot \frac{c_2 \xi_2 \rho}{2}} \right] / c_2 \xi_2 \rho \quad (42)$$

(II) $\Delta p < 0$, 则此时必为 $v_{4(1,j)} < 0$

由式(41)知这时 $c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} < 0$

因为

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{1}{c_2} [c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} \\ &\quad - \left(1 + \frac{S_4}{S_2}\right) v_{4(1,j-1)}] = -\xi_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot [v_{4(1,j)}]^2 \end{aligned}$$

故
$$v_{4(1,j)} = \left[1 + \frac{S_4}{S_2} - \sqrt{\left(1 + \frac{S_4}{S_2}\right)^2 - 4c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} \cdot \frac{c_2 \xi_2 \rho}{2}} \right] / c_2 \xi_2 \rho \quad (43)$$

(III) $\Delta p = 0$, 则此时必为 $v_{4(1,j)} = 0$ (44)

由式(11)知这时 $c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} = 0$

在计算机上计算时究竟用式(42), 抑式(43), 抑式(44)是根据

$c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)}$	的值。
$c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} > 0$	用式(42);
$c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} < 0$	用式(43);
$c_{14(2,j-1)} + c_{32(N_1,j-1)} = 0$	用式(44)。

求得 $v_{4(1,j)}$ 后由式(39)、(37)、(38)即可依次求得 $v_{2(N_1,j)}$, $p_{2(N_1,j)}$, $p_{4(1,j)}$ 。

(4) 管道 4 非边界离散点参数的确定

令 $N_3 = N_4 - 1$, 管道 4 的 c_1, c_3 值记为 c_{14}, c_{34} 。则得

$$v_4(i, j) = \frac{1}{2} [c_{34}(i-1, j-1) c_{14}(i+1, j-1)] \quad (46)$$

式中 $i = 2, 3, \dots, N_3$ 。

(5) 管接头容腔参数的确定(图 14)

因管接头容腔中的压力 $p_{5(j)} = p_{4(N^*, j)}$

所以只有两个变量 $p_5(t), v_{4(N,t)}$, 可由两个方程求解。

I. 管道 4 右边界方程:

$$v_4(N_4, t) = c_{34}(N_3, t-1) - c_2 \cdot p_5(t) \quad (47)$$

II. 管接头容腔的液体压缩方程:

$$\frac{dp_5}{dt} = \frac{E_1}{VOL_5} \cdot v_{4(N^*)} \cdot S_4$$

式中 E_1 ——管接头容腔中油液的体积弹性模数。

化成差分方程,得

$$p_5(j) = p_5(j-1) + \frac{E_1}{VOL_5} \cdot v_{4(N^*, j-1)} \cdot S_4 \cdot \Delta t \quad (48)$$

由式(48)、(47)可得 $p_5(j)$ 、 $v_4(N^4, j)$ 。

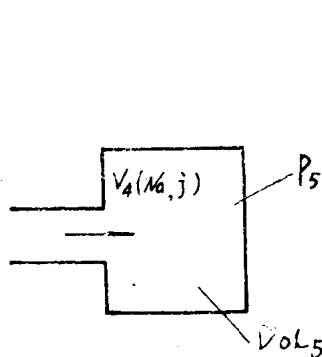


图 14

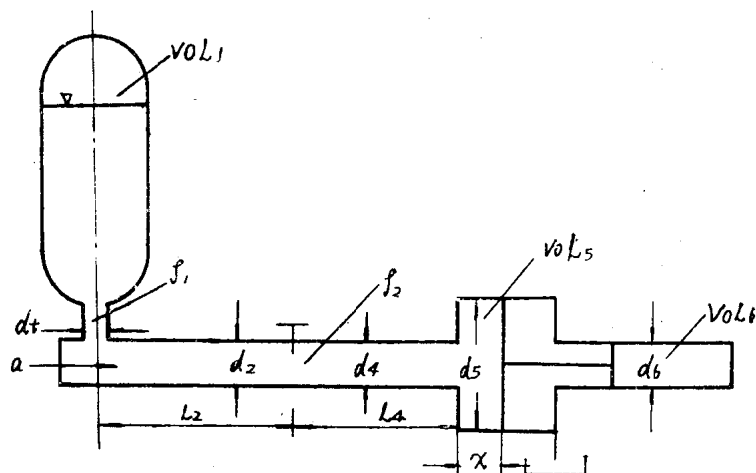


图 15

3. 液压系统初始状态参数

蓄压器油压 $p_{10} = p_{溢}$

式中 $p_{溢}$ ——系统溢流阀的调定压力。

蓄压器气体容积 VOL_{10} 求法如下:

蓄压器的初始充气参数是已知的, $p_1 = p_A$, $VOL_1 = VOL_A$

可认为蓄压器中的气体由初始充气压力 p_A 升至溢流阀调定压力 p_{10} 为等温过程, 则得

$$p_{10} \cdot VOL_{10} = p_A \cdot VOL_A$$

所以

$$VOL_{10} = \frac{p_A}{p_{10}} \cdot VOL_A \quad (49)$$

蓄压器出口处小孔流速 $v_{10} = 0$;

管道 2 中各点压力、速度分别为 $p_{20} = p_{10}$, $v_{20} = 0$;

管道 4 中各点压力、速度分别为 $p_{40} = 0$, $v_{40} = 0$;

管接头容腔压力 $p_{50} = 0$ 。

(二) 有增压器脉冲试验台

1. 试验台的物理模型

有增压器脉冲试验台的物理模型(图 15)与无增压器时基本相同,不同处是无增压器时管道 4 出口接管接头容腔,有增压器时,则管道 4 出口接增压器油缸,增压器小端活塞油腔接管接头容腔。

2. 液压系统各点参数的确定

管道 2 各离散点,管道 4 除右边界点外各离散点参数的确定和无增压器时完全相同。故下面仅介绍增压器及试件部分参数的确定。

因容腔 5 的压力 $p_5(j) = p_4(N_4, j)$,故增压器及试件部分需确定的是四个参数: $p_5(j)$, $v_4(N_4, j)$, 容腔 6 的压力 $p_6(j)$ 及增压器活塞位移 $x(j)$,由下面四个方程求解。

(1) 管道 4 右边界方程:

$$v_4(N_4, j) = c_{34}(N_4, j-1) - c_2 \cdot p_5(j) \quad (50)$$

(2) 忽略增压器活塞和缸体间的摩擦力对增压器活塞及容腔 5 中油液取运动方程。

$$p_5(j)S_5 - p_6(j)S_6 = (m_5 + \rho S_5 x(j)) \cdot \left(\frac{dv_5}{dt} \right)_j;$$

式中 S_5, S_6 ——容腔 5、6 的截面积;

m_5 ——增压器活塞质量;

v_5 ——增压器活塞的速度。

因为

$$v_5 = \frac{S_4}{S_5} \cdot v_4(N_4)$$

故运动方程为

$$p_5(j)S_5 - p_6(j)S_6 = (m_5 + \rho S_5 x(j)) \cdot \frac{S_4}{S_5} \cdot \left(\frac{dv_4(N_4)}{dt} \right)_j \quad (51)$$

(3) 容腔 5 油液的连续方程:

$$x(j) = x(j-1) + v_4(N_4, j-1) \cdot \frac{S_4}{S_5} \cdot \Delta t \quad (52)$$

(4) 容腔 6 油液的弹性压缩方程:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp_6}{dt} \right)_j &= \frac{E_2}{VOL_{6(j)}} \cdot \frac{S_4 S_6}{S_5} \cdot v_4(N_4, j) \\ &= \frac{E_2}{VOL_{60} - S_6 x(j)} \cdot \frac{S_4 S_6}{S_5} \cdot v_4(N_4, j) \end{aligned} \quad (53)$$

式中 E_2 ——容腔 6 油液的体积弹性模数;

VOL_{60} ——容腔 6 的初始容积。

建立差分方程来求解未知量。

式(53)也可写为

$$\left(\frac{dp_6}{dt}\right)_{j-1} = \frac{E_2}{VOL_{60} - S_6 \cdot x_{(j-1)}} \cdot \frac{S_4 S_6}{S_5} v_{4(N_4, j-1)}$$

由此得

$$p_6(j) = p_6(j-1) + \frac{E_2}{VOL_{60} - S_6 \cdot x_{(j-1)}} \cdot \frac{S_4 S_6}{S_5} \cdot v_{4(N_4, j-1)} \Delta t \quad (54)$$

式(51)为

$$\begin{aligned} & (p_5(j)S_5 - p_6(j)S_6)\Delta t \\ & = (m_5 + \rho S_5 x_{(j)}) \cdot \frac{S_4}{S_5} \cdot (v_{4(N_4, j+1)} - v_{4(N_4, j)}) \end{aligned}$$

令

$$v_{4(N_4, j+1)} - v_{4(N_4, j-1)} \approx v_{4(N_4, j)} - v_{4(N_4, j-1)}$$

则得

$$\begin{aligned} & (p_5(j)S_5 - p_6(j)S_6)\Delta t \\ & = (m_5 + \rho S_5 x_{(j)}) \cdot \frac{S_4}{S_5} \cdot (v_{4(N_4, j)} - v_{4(N_4, j-1)}) \end{aligned} \quad (55)$$

式(55)和式(50)联立,可解得

$$p_5(j) = \frac{p_6(j) \cdot \frac{S_6}{S_5} + (W_3 + W_4 \cdot x_{(j)})(c_{34(N_4, j-1)} - v_{4(N_4, j-1)})}{1 + c_2(W_3 + W_4 \cdot x_{(j)})} \quad (56)$$

式中 W_3, W_4 ——常数;

$$W_3 = \frac{m_5 S_4}{\Delta t \cdot S_5^2}$$

$$W_4 = \frac{\rho S_4}{\Delta t \cdot S_5}$$

由式(52)、(54)、(56)分别求得 $x_{(j)}, p_6(j), p_5(j)$, 再由式(50)得 $v_{4(N_4, j)}$ 。

3. 液压系统的初始状态参数

和无增压器时相同,再补充下列参数

容腔 5 初始压力 $p_{50} = 0$,

增压器活塞初始位移 $x_0 = 0$;

容腔 6 初始压力 $p_{60} = p_{\text{补}}$, $p_{\text{补}}$ 为容腔 6 的补油压力。

为了保证初始状态时,增压器活塞紧贴油缸左端缸体,用补油泵提供一定的补油压力(参看图 9)。

四、计算程序的编写

以 FORTRAN 语言为例。

(一) 数据的确定

ξ_1, ξ_2, μ, E_i 等由试验确定,这些数据是否准确是计算结果准确性的基础。

油液体积弹性系数 E 对计算液压系统动特性来说是一个重要参数。 E 和油中含气量、压力及纯油的体积弹性模数等有关。计算 E 时采用 Goodwin 推荐的公式(注:该公式未考虑管壁弹性对 E 的影响,结合试验台具体管道情况,管壁弹性对 E 的影响甚微,忽略不计)