中國科学院水工研究室譯叢第五种

粒狀材料水力学

Д. М. 明滋　С. А. 舒别尔特　著

水利出版社

中國科学院水工研究室譯叢第五种

粒狀材料水力学

Д.М.明滋　С.А.舒別尔特　著

惠遇甲　馬惠民　合譯

水利出版社

本書以新的理論观点研究了液体与固体顆粒介質相对运动的規律性。根据文献記載及作者所進行的理論分析的結論和試驗研究的綜合成果，本書給出了顆粒的自由沉速与制約沉速的实用計算方法，以及在水中可变形和不可变形粒狀結構的多孔介質中滲透的实用計算方法。

本書可供工程技術人員及科学工作者参考。

本書由清華大学水利系惠遇甲及中國科学院水工研究室馬惠民合譯，水工研究室黃俊校。

2P92/308
08

粒狀材料水力学

原書名 ГИДРАВЛИКА ЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ
原著者 Д.М.МИНЦ、С.А.ШУБЕРТ
原出版处 ИЗДАТЕЛЬСТВО МИНИСТЕРСТВА КОММУНАЛЬНОГО ХОЗЯЙСТВА РСФСР
原出版年份 1955
譯者 惠遇甲 馬惠民
出版者 水利出版社（北京和平門內北新華街35号）
北京市書刊出版業營業許可証出字第080号
印刷者 水利出版社印刷厂（北京西城成方街13号）
發行者 新華書店

93千字 850×1168 1/32开 3 9/16印張
1957年11月第一版 北京第一次印刷 印数1—1,500
統一書号：15047.96 定价：（10）0.60元

序　言

液体中顆粒的自由沉降，成羣顆粒的制約沉降，液体在緊密粒狀結構的多孔介質中的滲透，以及液流中可变形顆粒介質的滲透——所有这些种流动，在自然界中和各种工程領域中都經常遇到。

其中有些流动（顆粒的自由沉降，緊密多孔介質的滲透）早就已經進行研究了。另一些流动（制約沉降，可变形顆粒介質的滲透）的系統研究在不久以前才开始。但直到目前所有这些流动形式的研究都是單独地、彼此弧立地進行的，正像彼此之間毫無联系的那些現象一样。

在本書中，我們联系起來研究了流动的各种形式。問題的这种提法，不僅因为在实質上它們屬于液体与固体顆粒相对运动的同一类型的現象，而且首先因为这些流动之間具有直接的物理联系及共同的規律。

确定这种共同性和揭露液体与固体顆粒相对运动中的各种形式間的有机联系，就在邏輯上產生了对它們進行綜合研究的必要性。

新的理論見解要求進行新的試驗，这些試驗的主要部分是屬于很少研究过的懸浮顆粒層中液体运动的范圍的。

这些关于緊密粒狀介質的滲透及液体中顆粒自由沉降的試驗資料和新的試驗数据本身，对于解决实际問題是很重要的。所以我們認为在書中需要載入我們的試驗資料。

書中所涉及到的个別問題的基本的理論及一些試驗，可能讀者已从近年來在期刊中發表的 Д.М.明滋（Минц）的論著中知悉。在本書中系統地叙述了用新研究成果所补充的这些結論。

試驗資料中补充了 C.A.舒別尔特在以潘菲洛夫(К.Д.Памфилов)命名的市政科学院給水試驗室中的試驗設备上，所進行的在緊密可变形顆粒層中滲透和液体中固体顆粒沉降的綜合研究試驗(Ⅳ組試驗)。

第Ⅰ—Ⅵ章为技術科学博士明滋所寫，第Ⅶ章为技術科学副博士舒別尔特所寫。

目　　錄

第一章　相似理論与量綱分析的方法在液体与固体顆粒相对运動的研究中的应用

量綱方程

相似理論与量綱分析的方法廣泛地应用于現代的流体动力学中。在十九世紀末 O. 雷諾的著名的研究發表以后，它們的重要意义首先在研究管內液体运动时被說明了。

应用相似理論与量綱的方法，能够使長期用于管路水力学中的許多經驗公式獲得一致，并能确定各种不同直徑管路中不同流速的液体运动的規律的共同性。因而使水力学的發展前進了一大步。

当研究液体中运动物体的阻力及研究多孔介質中液体的滲透时，相似理論与量綱方法的应用起着相当顯著的作用。

在本書中，整理試驗資料与進行理論分析时廣泛地运用了这些方法。

量綱理論能够在决定液体运动的諸基本因素之間确定函数关系的形式。

对于管路或多孔介質中液体流动的情况（流体动力学的內部問題）这些因素是：

$\frac{P}{L}$——單位管長或多孔介質單位厚度內的压力差；

ρ_1——液体的密度；

μ——液体的粘滯系数；

l——水流的特性綫性尺度；

U——特性速度。

一般的关系式为：

$$\frac{P}{L}=f(U,\ \rho_1,\ l,\ \mu).$$

將 U，ρ_1，l 当作基本量，根据量綱理論中著名的 π 定理，得到：

$$\pi=f(1,1,1,\pi_1),$$

式中　π 与 π_1——無量綱数：

$$\pi=\frac{\frac{P}{L}}{U^x\cdot\rho_1^y\cdot l^z} \tag{1—1}$$

和

$$\pi_1=\frac{\mu}{U^{x_1}\cdot\rho_1^{y_1}\cdot l^{z_1}}. \tag{1—2}$$

在关系式(1—1)和(1—2)中分子和分母的量綱冪次应該相等。

从关系式(1—1)，有

$$\left[\frac{P}{L}\right]=[U^x]\cdot[\rho_1^y]\cdot[l^z]$$

或　(公斤·秒$^{-2}$·公分$^{-2}$)=(公分·秒$^{-1}$)^x(公斤·公分$^{-3}$)^y·公分^z，

从而：

$$y=1,$$
$$x-3y+z=-2,$$
$$x=2.$$

解这些方程，得到：

$$x=2,\ y=1,\ z=-1.$$

同样，从关系式(1—2)得到：

$$x_1=1,\ y_1=1,\ z_1=1.$$

由此得到：

$$\frac{\frac{P}{L}l}{U^2\cdot\rho_1}=f\left(\frac{\mu}{\rho_1\cdot U\cdot l}\right).$$

在方程式右边的值是雷諾数

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho_1\cdot U\cdot l}{\mu}. \qquad (1—3)$$

的倒数。

方程式左边的無量綱数称为阻力系数：

$$\eta=\frac{P\cdot l}{L\cdot\rho_1\cdot U^2}. \qquad (1—4)$$

因而，

$$\eta=\varphi(\mathrm{Re}),$$

即阻力系数是雷諾数的函数。

从(1—4)得：

$$\frac{P}{L}=\eta\frac{\rho_1\cdot U^2}{l}. \qquad (1—5)$$

在液体繞顆粒流动或顆粒在液体中运动（流体动力学的外部問题）的情况下，决定流动的基本因素是：

F_3——顆粒阻力；

ρ_1——液体的密度；

μ——液体的粘滯系数；

l_3——顆粒的特性綫性尺度；

U——特性速度。

对这种情况从量綱方程得到：

$$\frac{F_3}{U^2\cdot\rho_1\cdot l_3^2}=f\left(\frac{\mu}{\rho_1\cdot U\cdot l_3}\right).$$

無量綱数

$$\mathrm{Re}_3=\frac{\rho_1\cdot U\cdot l_3}{\mu} \qquad (1—6)$$

是雷諾数。

無量綱数

$$\eta_3=\frac{F_3}{\rho_1\cdot U^2\cdot l_3^2} \qquad (1—7)$$

是阻力系数。

因而，

$$\eta_3=\varphi(\mathrm{Re}_3).$$

从（1—7）得：

$$F_3=\eta_3\cdot\rho_1\cdot U^2\cdot l_3^2. \tag{1—8}$$

液体在管路中流动或液体在多孔介質中流动的情况下，以及液体圍繞顆粒流动的情况下，阻力系数的表达式，如公式（1—4）和（1—7）所示，彼此有所不同。在（1—3）和（1—6）兩种情况下雷諾数的表达式，虽然表面上有相同之点，但本質上是不同的。在第一种情况雷諾数决定于水流的特性綫性尺度，而在第二种情况則决定于流体繞过的物体的特性綫性尺度。

一般形式的方程式（1—5）和（1—8）可表示各因素之間的关系，这些因素按通常采用的假設，可确定液体的运动或液体中顆粒的运动。为了解决实际問題必須建立阻力系数η与雷諾数 Re 間的关系曲綫。这种关系是用試驗資料計算出η和 Re 值。再画点于坐标系中來得到的。一般横坐标是 lg Re 值而縱坐标是 lg η 值。根据全部試驗点子即可描繪出所求的关系曲綫。

在解决任何流体动力学問題时，欲使所求的关系具有最普遍的性質，則必須按照运动的物理特点來正确地选擇特性綫性参变数及特性速度的数值。这样，在管道水力学中采用輸水管直徑D作为水流的特性綫性尺度，采用液流的平均流速V作为特性速度，并且如所周知，將阻力系数与雷諾数寫为下列形式：

$$\lambda=\frac{2P\cdot D}{L\cdot\rho_1\cdot V^2} \tag{1—9}$$

和

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho_1\cdot V\cdot D}{\mu}. \tag{1—10}$$

在研究球狀固体在液体中运动或液体繞物体流动时，特性綫性尺度多采用球徑d，而特性速度則采用物体对液体的相对速度Θ。

在这种情况下，阻力系数与雷諾数的表达式具有下列形式：

$$\eta_3=\frac{F_3}{\rho_1\cdot\Theta^2\cdot d^2} \tag{1—11}$$

和

$$\mathrm{Re}_3=\frac{\rho_1\cdot\Theta\cdot d}{\mu}. \tag{1—12}$$

通常，在研究不規則形狀顆粒的运动时也利用公式（1—11）及（1—12），这时顆粒的直徑按体積相等的球体直徑來确定。这种方法在某种程度上是有条件的。但是这种方法是方便的，因为不規則形狀顆粒的体積容易測量。

当液体在多孔介質中流动时，特性綫性参变数和特性速度的选擇是比較复雜的。此处，流动的特性决定于多孔介質的几何結構。因此，所选擇的綫性参变数与速度参变数应与多孔介質結構的基本特性密切关联。

但是直到目前为止，当研究的对象是緊密多孔介質与运动液体的性質（密度、粘滯性）和滲透速度的关系时，研究者对速度及長度的特性参变数的选擇方面可以不加考慮。在試驗时多孔介質的結構不改变，因而結構的特性可以不加考慮。

在这种情况下，綫性参变数与速度参变数的选擇問題不过是实驗資料如何整理才更方便的問題而已。用这些可以說明各研究者对于参变数的物理意义沒有統一的意見。一些作者把滲透速度当作特性速度〔14，16，26 和 27〕，另一些作者則把孔隙通道中滲透水的平均流速当作特性速度〔15〕。顆粒的平均直徑〔14，26 和 27〕，滲透系数的平方根〔15 和 16〕，假定的通道的直徑〔8〕等等被采用为綫性参变数。

当研究的对象是多孔介質的阻力与其性質，即其結構的关系时，关于特性綫性参变数及速度参变数物理意义的問題不再是实驗資料整理的便利与否的問題了，而具有原則性的意义。在研究可变形的多孔介質中的液体流动时，即研究在实驗过程中結構有变化的那种介質中的液体流动时，这个問題是不能忽視的。

考慮到多孔介質中液体流动的特征而正确选擇特性綫性参变数与速度参变数，可便于对多孔介質結構对其阻力影响的研究，而且能够揭露經过緊密及可变形的顆粒層的滲流，液体中固体顆粒的有約束的和自由的沉降等一些現象的內在联系。

滲透水流的特性参变数

我們來研究粒狀結構的多孔介質。假想有一个垂直于顆粒層中液体运动方向的平面。在这个横断面中，可以看出有很多不同形狀与大小的封閉輪廓，它們是表示組成横断面所通过的那層的顆粒的横断面（圖 1）。在这些顆粒輪廓的間隔当中，我們看到許多孔隙通道的横断面。在复雜多变的顆粒層横断面的圖形中反映出顆粒層的几何結構：顆粒分布的密度，顆粒的尺寸及形狀。

顯然，只有在顆粒輪廓的間隔中（未画陰影綫的面積）液体才能运动。所有这些間隔的总面積（孔隙通道横断面的总面積）是滲透水流的过水断面。

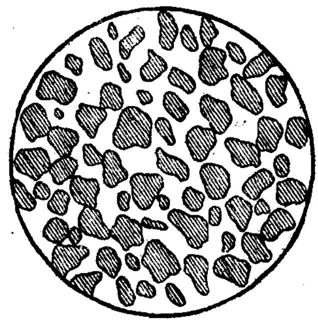

圖 1　顆粒層的断面

在固定的顆粒層体積中运动的滲流的过水断面，等于垂直于水流方向的顆粒層断面中孔隙的总面積：

$$F_{\text{ж.с}} = \Sigma f_{\text{пор}}. \qquad (1\text{—}13)$$

与約束水流的边壁相接触的过水断面的周界通常称为湿周。

在多孔介質中液体流动的情况下，約束水流的边壁就是那些难以数計的孔隙通道的表面（組成顆粒層的顆粒表面）。如圖所示，滲流的整个过水断面是以顆粒層断面中無数的顆粒輪廓來表示的。

滲流的外部边界的長度（含水層的边界；盛有多孔介質容器的边壁）較之过水断面的內部边界通常是小得不可比拟的。因而这部分过水断面的边界今后可以忽略不計。

例如，在尺寸为 1 公尺×1 公尺容器的断面中，$d=0.1$ 公厘的所有球形顆粒輪廓的总長約达 36 公里(!)，而容器器壁的边界总共才 4 公尺。

由此可見，断面中所有顆粒輪廓綫的总長就是湿周

$$\chi=\Sigma\chi_i. \tag{1—14}$$

一定体積的多孔介質中水流过水断面面積与該体積横断面面積之比

$$m=\frac{F_{\text{ж.с}}}{F} \tag{1—15}$$

和湿周与横断面之比

$$\omega=\frac{\chi}{F}. \tag{1—16}$$

是决定多孔介質几何結構的主要数量特性。

讓我們在断層的平面上选取一些僅包含几个顆粒輪廓与孔隙通道的小面積。我們可看到在这些顆粒層圖形的細節上有顯著的区别。这种区别是由組成顆粒層顆粒的分布的不同、形狀不規則和尺寸不同所造成的。对于每一个选取的面積，孔隙面積与整个面積之比值

$$m=\frac{\Sigma f_{\text{пор}}}{f}$$

將是不同的。同样，断面內各顆粒輪廓綫的总長与其面積之比值

$$\omega=\frac{\Sigma\chi}{f}.$$

也將是不同的。

但是，所选取的断面面積較之顆粒輪廓及孔隙通道的尺寸愈大，即每个面積上顆粒輪廓的数目愈多，則对每个所选面積計算出來的 m 和 ω 值間的相对差量將愈小。

当面積的尺寸足够大时，m 和 ω 的計算值实际上將完全相等。其所以如此，是由于所选平面上任一足够大的面積（例如，尺寸为 1 公尺×1 公尺）內含有如此巨量的顆粒輪廓与孔隙通道，这样，

它們的特性不直接顯露出來。顆粒輪廓与孔隙通道整个体系的綜合特性具有一定的意义。用多孔介質几何結構的概念來确定的这些特性的数值，以 m 和 ω 值來表示。

在結構均一的顆粒層中，对于在任意横断面上任何处分出的任何足够大的面積來說，m 和 ω 值应該相等。那么，根据式(1—15)和(1—16)，根据均匀的顆粒層横断面中一个任意面積 F，我們得到

$$F_{\text{ж.с}}=m\cdot F \tag{1—17}$$

和

$$\chi=\omega\cdot F. \tag{1—18}$$

很容易証明，m 值是顆粒層孔隙系数，而 ω 值是顆粒層單位体積中孔隙通道边壁总面積（顆粒表面）。

顆粒層中选取一个底面積为 F、平行于水流方向的長度为 L 的正平行六面体（圖 2）。这个平行六面体的体積等于:

$$V=F\cdot L. \tag{1—19}$$

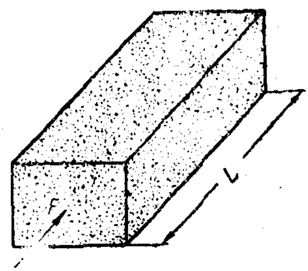

圖 2

現在我們确定在平行六面体的体積內孔隙的总体積。

平行六面体任意横断面上水流的过水断面为:

$$F_{\text{ж.с}}=m\cdot F.$$

因而，平行六面体中孔隙的体積等于:

$$V_{\text{пор}}=m\cdot F\cdot L. \tag{1—20}$$

顆粒層中孔隙体積与顆粒層体積之比称为孔隙系数。

取关系式(1—19)与(1—20)之比值，得到:

$$\frac{V_{\text{пор}}}{V}=\frac{m\cdot F\cdot L}{F\cdot L}=m. \tag{1—21}$$

因而，实际的 m 值不过是孔隙系数而已。

平行六面体任意横断面中顆粒輪廓的总長为:

$$\chi=\omega\cdot F. \tag{1—22}$$

所以，在平行六面体体積中顆粒的总表面積等于

$$W=\omega\cdot F\cdot L, \tag{1—23}$$

而在平行六面体單位体積中顆粒的总表面積为

$$\frac{W}{V}=\frac{\omega\cdot F\cdot L}{F\cdot L}=\omega, \tag{1—24}$$

即ω值实际上是多孔介質的單位体積中各孔隙通道的总表面積（顆粒的表面積）。

通常，把水流过水断面面積与湿周之比称为水流的水力半徑：

$$l=\frac{F_{ж.с}}{\chi}. \tag{1—25}$$

將公式(1—17)及(1—18)中滲流过水断面面積及湿周的数值代入上式，則得：

$$l=\frac{m}{\omega}. \tag{1—26}$$

因而，水力半徑等于孔隙度与多孔介質單位体積中各顆粒（各孔隙通道）的总表面積的比值。

多孔介質中液体流动区别于管路和明槽中液体流动的主要特点是，在这里水力半徑与水流的尺度無关，而僅与多孔介質的結構特性，即m与ω值有关。

水力半徑是綫性量綱：

$$[l]=\frac{1}{\frac{\text{公分}^2}{\text{公分}^3}}=\text{公分。}$$

正和孔隙度及顆粒的总表面積一样，水力半徑是多孔介質几何結構的一种重要特性。因此它应被認为是一种特性綫性参变数。

讓我們轉到确定滲透水流的特性速度上來。單位时間內流經垂直于液流方向的多孔介質固定面積的液体数量称为流經已知面積的滲流流量。

多孔介質横断面單位面積上的滲流流量称为滲透速度：

$$v=\frac{Q}{F}. \tag{1—27}$$

此处应注意，这只是一个形式主义的名称，它的根据是單位面積的液流流量具有速度的量綱：

$$[v]=\frac{公尺^3}{秒\cdot公尺^2}=\frac{公尺}{秒}。$$

多孔介質中液体流动的实际速度不等于滲透速度，因为只是介質横断面的一部分液流可以通过，而另一部分則为固体物質所占据。

多孔介質中液体运动的平均流速，或有时称其为滲流的“眞正”流速，是按垂直于液流方向的土壤断面計算而得的数值：

$$v_{\text{cp}}=\frac{\Sigma f_{\text{пор}}\cdot v_{\text{пор}}}{\Sigma f_{\text{пор}}}, \tag{1—28}$$

式中 $v_{\text{пор}}$——各孔隙通道横断面上液流的平均流速；

$f_{\text{пор}}$——孔隙通道横断面的面積；

$\Sigma f_{\text{пор}}$——顆粒層横断面中孔隙的总面積；

$v_{\text{пор}}\cdot f_{\text{пор}}=q_{\text{пор}}$——通过各孔隙通道的液体流量。

所有孔隙通道中流量的总和，与面積等于 F 的顆粒層横断面上滲流的全部流量 Q 相等：

$$\Sigma f_{\text{пор}}\cdot v_{\text{пор}}=\Sigma q_{\text{пор}}=Q, \tag{1—29}$$

而按公式(1—13)，土壤横断面中所有孔隙的总面積等于水流的过水断面面積：

$$\Sigma f_{\text{пор}}=F_{\text{ж.с}}.$$

因而：

$$v_{\text{cp}}=\frac{Q}{F_{\text{ж.с}}}. \tag{1—30}$$

另一方面，按公式(1—17)水流过水断面面積：

$$F_{\text{ж.с}}=mF.$$

故得，

$$v_{\text{cp}}=\frac{Q}{mF}. \tag{1—31}$$