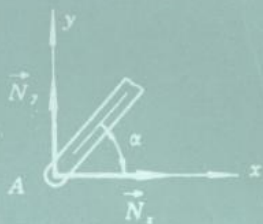


多刚体静力分析及程序设计

徐妙新 著



DUOGANGTI
JINGLI
FENXI JI
CHENGXU
SHEJI

同济大学出版社

多刚体静力分析及程序设计

徐妙新 著



同济大学出版社

内 容 提 要

本书主要内容是基于理论力学的知识,应用坐标变换,矩阵表示等数学工具,推导出统一而又程式化的平衡方程形式,并编制出相应的FORTRAN程序,能在计算机上实现。

全书按照由单刚体至多刚体、由平面至空间的次序编写。书中附有相当数量的完整程序及运算实例。

书本所需的预备知识是静力学、线性代数和算法语言,适合大专院校师生及工程技术人员阅读。

责任编辑 解明法
封面设计 冯益平

多刚体静力学分析及程序设计

徐妙新 著

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

常熟市印刷二厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 7 字数: 180 千字

1990 年 7 月第 1 版 1990 年 7 月第 1 次印刷

印数: 1—2600 定价: 5.50 元

ISBN 7-5608-0537-X/0.60

前 言

本书采用矩阵语言表述静力学基本理论，並引入了结构化程序设计思想和数据结构方面的基本知识，具体叙述了静定刚体系统力分析程序的编制原理、方法和技巧，力图使读者了解并掌握编制静力计算程序的基本方法与技能，为进一步开展计算机辅助设计工作提供必要的基础。

为便于读者阅读，全书按照由单刚体至多刚体、由平面至空间的次序编写。书中附有相当数量的完整程序及运算实例可供读者参考，在本书最后一章里，介绍了多刚体系统静力分析通用程序，并给出了完整的SXCF通用程序。这些程序均按基本FORTRAN算法语言编写，並按模块化结构组合而成，全部程序都在APPLE II机上进行了验算。读者既可直接使用这些程序，也可根据实际需要，方便地对其中某些模块进行修改或拼装，如适当变换读写语句的通道号，则书中程序均可在IBM微型机上运行。

本书承蒙复旦大学陈守吉副教授审阅，提出了许多宝贵意见，谨此表示感谢。

本书根据作者近年来研制的SXCF多刚体静力分析通用软件成果整理编写而成，现将它奉献给读者。限于水平，书中一定有不少缺点和错误，恳请广大读者批评指正。

作者 1989年6月

目 录

第一章 受平面力系作用的刚体的静力分析..... (1)

§1-1 平面汇交力系的平衡..... (1)

§1-2 矩矢·平面矩矢的坐标变换..... (14)

§1-3 平面约束力的矩矢表示法..... (19)

§1-4 分块矩阵形式的平面任意力系的平衡方程..... (23)

§1-5 平面任意力系的程序设计..... (28)

§1-6 平面任意力系的程序举例和运算实例..... (34)

§1-7 平面平行力系的计算程序..... (49)

第二章 平面系统的静力分析..... (58)

§2-1 实例分析..... (58)

§2-2 分块矩阵单元分割法..... (65)

§2-3 平面系统的描述..... (73)

§2-4 单约束系数矩阵的生成..... (77)

§2-5 平面系统约束系数矩阵的生成..... (79)

§2-6 平面系统已知荷载列阵的生成..... (84)

§2-7 两刚体系统的静力分析程序和运算实例..... (85)

第三章 空间系统的静力分析.....(103)

§3-1 力矢和力偶矩矢投影的坐标变换.....(103)

§3-2 空间矩矢的坐标变换.....(110)

§3-3 空间约束力和主动力的矩矢表示法.....(113)

§3-4 分块矩阵形式的空间系统的平衡方程.....(120)

§3-5 空间系统的描述.....(133)

§3-6 空间系统约束系数矩阵的生成.....(138)

§3-7 方向余弦矩阵的程序结构·····	(141)
§3-8 空间系统已知荷载列阵的生成·····	(144)
第四章 多刚体系统的静力分析通用程序·····	(146)
§4-1 SXCF 通用程序的功能·····	(146)
§4-2 程序的总体结构·····	(148)
§4-3 输入格式设计·····	(152)
§4-4 源程序·····	(158)
§4-5 数据的传递方式·····	(188)
§4-6 应用实例·····	(191)
附 录·····	(212)

第一章 受平面力系作用的刚体的静力分析

本章具体讲述了矩阵形式的平面力系平衡方程的建立方法及编制静力分析程序的基本原理与技巧。为便于形成统一而简洁的算法方案，本章引入了矩矢的概念，将平面约束力看成由三维向量表示的矩矢，并运用矩矢坐标变换，建立矩阵形式的平衡方程。由于此算法提供了程式化的解算步骤，所以十分有利于程序设计。

本章涉及的力分析问题虽然简单，但提出的分析方法与程序设计的原理，是多刚体系统力分析程序设计的基础，因而掌握本章内容至关重要。

§ 1-1 平面汇交力系的平衡

1. 平衡方程的矩阵形式

设刚体受一平面汇交力系作用而处于平衡(图 1-1)，其中 $\vec{F}_i$ ($i=1, 2, \dots, n$) 表示已知力， $\vec{N}_j$ ($j=1, 2$) 表示方位

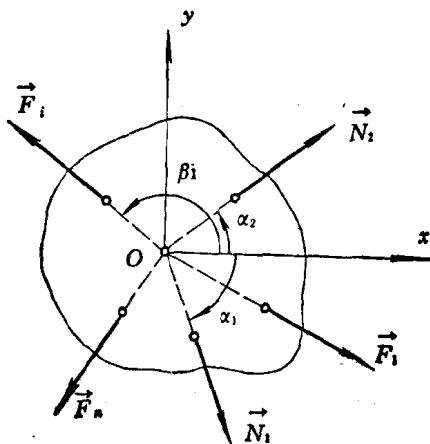


图 1-1

确定的未知力，则该力系平衡的必要与充分条件是：该力系的矢量和等于零，即

$$\sum_{j=1}^2 \vec{N}_j = - \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (1-1)$$

当运用计算机进行分析计算时，应尽可能选用较为简单而统一的算式，以利于程序编制和提高程序的通用程度。所以选用无需附加任何条件的正交投影方程表示上述矢量方程

$$\left. \begin{aligned} \sum X &= 0 \\ N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 &= -(F_1 \cos \beta_1 + \dots + F_n \cos \beta_n) \\ \sum Y &= 0 \\ N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 &= -(F_1 \sin \beta_1 + \dots + F_n \sin \beta_n) \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

式(1-2)即为平面汇交力系的平衡方程，其中角 $\alpha_j (j=1, 2)$ ，角 $\beta_i (i=1, 2, \dots, n)$ 分别表示力 $\vec{N}_j$ 、力 $\vec{F}_i$ 与X轴正向间的夹角，单位为度，並取逆时针向为正值，反之为负值。

由于计算机较适宜矩阵运算，所以将该方程组按原来的行列次序改写成以未知力为列阵的矩阵方程

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 & \sin \alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n F_i \cos \beta_i \\ \sum_{i=1}^n F_i \sin \beta_i \end{pmatrix} \quad (1-3)$$

$$\text{或} \quad \underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B} \quad (1-3)'$$

$$\text{其中} \quad \underline{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} \quad (1-4)$$

在一般情况下，列阵 $\underline{X}$ 中元素是由未知的约束力组成，所以称 $\underline{X}$ 为约束力列阵。通常，在平面汇交力系的平衡问题中，物体受有两个约束的作用，所以，不失一般性，可以将 $\vec{N}_1$ 与 $\vec{N}_2$ 分别看成一个约束的约束反力。若其中某未知量是属于未知的主动力。

侧将它视为约束力处理，并不会影响求解过程。

$$\text{又} \quad \underline{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 & \sin \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (1-5)$$

它是式(1-2)中的未知力系数组成的矩阵，所以称为约束系数矩阵。对于静定问题，约束系数矩阵 $\underline{A}$ 的行数应等于力系的独立平衡方程数，它的列数应等于力系的未知量数，所以矩阵 $\underline{A}$ 是个 2×2 的方阵。另外，它的每一列元素依次表示了相应单位的约束力对X轴和Y轴的投影值，故约束系数矩阵 $\underline{A}$ 有着清晰的力学概念。

$$\text{而} \quad \underline{B} = - \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n F_i \cos \beta_i \\ \sum_{i=1}^n F_i \sin \beta_i \end{pmatrix} \quad (1-6)$$

它是由式(1-2)中已知荷载组成的列阵，称为已知荷载列阵，简称荷载列阵。显然，它的行数等于力系的独立平衡方程数。

由线性代数知识可知，当矩阵 $\underline{A}$ 、 $\underline{B}$ 已知时，就可解出约束力列阵 $\underline{X}$ 。如果用计算机解上述线性方程组，则可调用成熟的高斯过程，顷刻就可获得所求的解向量 $\underline{X}$ 。由此可知，运用计算机解平衡问题的关键是让计算机根据提供的原始数据自动生成矩阵 $\underline{A}$ 和 $\underline{B}$ 。这就是下面要介绍的内容。

2. 力学计算简图的数学描述

当计算机执行运算任务时，首先要向它提供一张力学计算简图所具备的各项信息。由于计算机较擅长于对数据进行处理。因此，我们选用一批适当的数据来描述力学计算简图。

由式(1-3)可知，对于平面汇交力系的平衡问题，仅需提供约束力的方位和已知荷载的大小、方位，就可让计算机按照预定的步骤进行运算。

为了便于识别各数据对应的物理量，必须对约束力和已知荷载分别编号，并按照编号顺序将各类数据存放在表 1-1 所示的各相应数组中。考虑到在实际问题的计算中，约束反力 $\vec{N}_j$ 的方位一般有两种给定方法，或直接给出方位角 α_j ，或由相应的坐标增量 Δx_j 、 Δy_j 确定其方位角 $\alpha_j = \arctg \frac{\Delta y_j}{\Delta x_j}$ ，如表 1-1 附图所示。所以设置了 AC、DX 与 DY 三个数组，让用户按不同的方位角 α_j 的输入条件进行选用。

3. 程序流程图

计算机是根据给定的程序进行处理的，因此使用计算机执行一个运算任务时，必须要编制程序。为了保证程序的质量，在编写程序之前，应该把程序的逻辑路线仔细安排好，并用图解方法将它表示出来，即通过各种形状的图形与箭头的连结来图示一给定任务的计算步骤，并称之为流程图。有了这样一张形象化的图表，十分有利于程序结构的考虑和防止任何逻辑上的混乱。本书采用的流程图符号如表 1-2 所示。

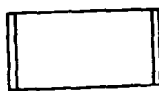
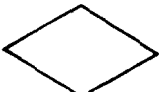
表 1-1

数组元素	参 数	附 图
AC(J)	$\alpha_j = \angle \vec{N}_j, \vec{i}$ ①	
DX(J)	Δx_j	
DY(J)	Δy_j	
F(I)	$ \vec{F}_i $	
AF(I)	$\beta_i = \angle \vec{F}_i, \vec{i}$	

① $\vec{i}$ 为沿 X 轴正向的单位向量。

在具体绘制流程图时，一般先画出描述整个程序逻辑层次的总流程图，在此基础上，根据需要再作各层次段的详细流程图。如果逻辑层次较简单，那么总流程图与细流程图可以合二为一。

表 1-2

符 号	名 称	含 义
	终 端 框	开始、停机、结束
	输入/输出框	输入、输出数据
	处 理 框	运算、循环
	过 程 框	调用过程
	判 定 框	通过判断、选择下一步流向
	连 结 圆	与流程图的其它部分相联结的出入口
	流向箭头	示意运行次序

平面汇交力系平衡问题的力分析计算程序，按算式 (1-3)

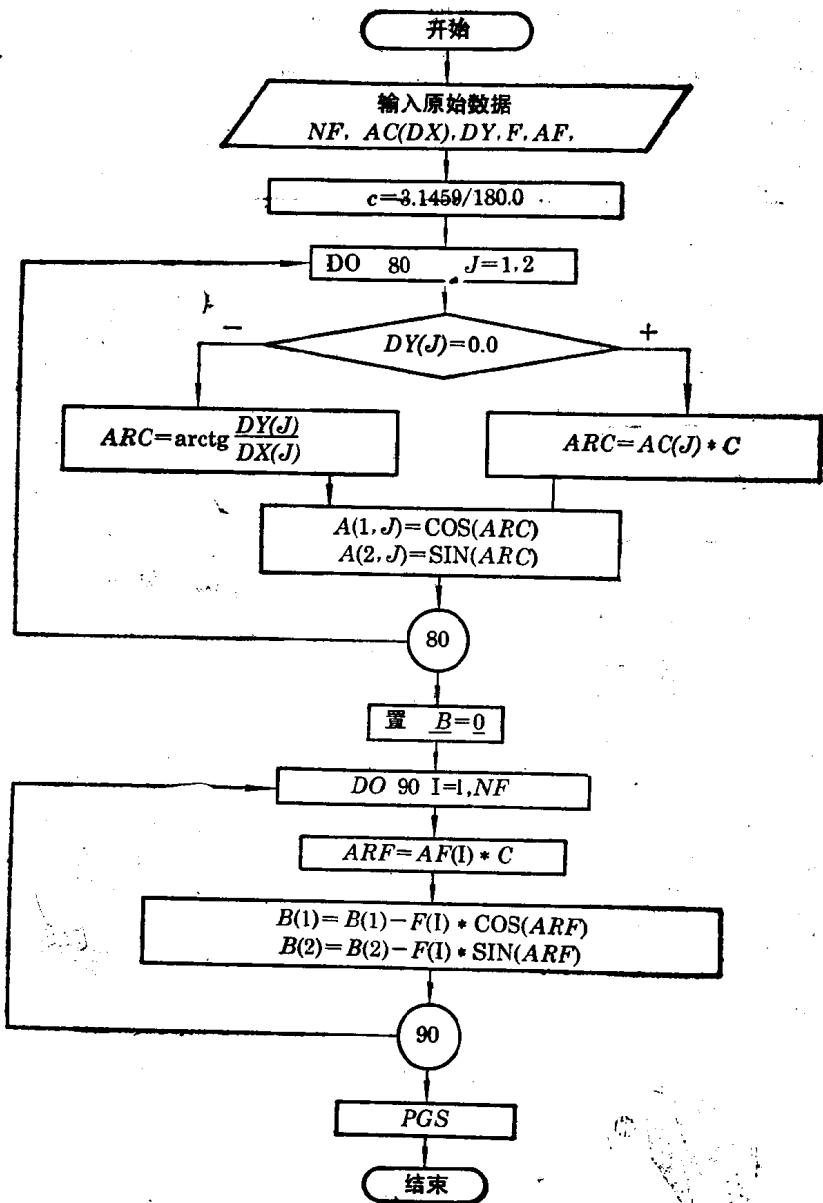


图 1-2

可分成三个层次。首先按力 $\vec{F}$ 与 $\vec{N}$ 的编号顺序输入、输出表1-1的有关数据；其次，利用循环语句按列分别形成矩阵 A 和 B ；最后运用高斯消元法求得解向量 X ，并输出矩阵 A 、 B 和运算结果。由于以力或力偶为未知量的各类静定的平衡问题，其平衡方程总可以表示成式(1-3)所示的矩阵形式，并通过消元法解出未知量，因此，对于静定问题，第3层次的程序设计是相同的，可以单独编制一个PGS过程。所以，本书程序编制的重点是放在如何建立矩阵 A 、 B 上。图1-2给出了平面汇交力系计算程序的细流程图，图中NF标记已知荷载的个数。由数据设置可知，数组AC和DX、DY是选择其一输入的，为节省内存，可使AC与DX共享一个存贮单元，即在具体程序处理中，可开辟一个数组AC，存放方位角 α 或坐标增量 Δx ；也可以在形式上开辟两个数组AC和DX，然后用等价语句，使它们共享一个存贮空间，这里采用前者来存放方位角的有关信息，并通过数组元素DY(J)的值，判断方位角 α 的输入方式（见图1-2）。

图1-3是PGS过程的粗框图。由于计算机使用有限位字长进行运算，故一般总要引进舍入误差，为了减少舍入误差的影响，本书采用全主元高斯消去法解线性方程组，其源程序可参考附录。

4. 程序举例和运算实例

(1) 本程序适用范围

根据以上分析，编制一个适用于表1-3给定条件下的平面汇交力系计算程序。

表 1-3

刚体数 N	约束数 NC	已知力数 NF
1	2	2

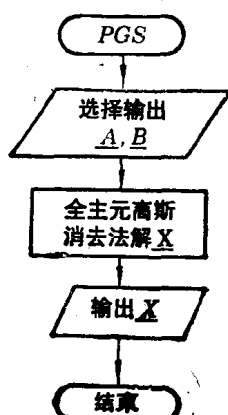


图 1-3

显然，数组F、AF的最大下标应等于2。

(2) 输入、输出的格式设计

数据的输入与输出是程序编制的一个很重要方面。它应力求输入简便、可靠，输出结果清晰、便于阅读与保存。据此，在本书的程序设计中，原始数据的输入输出格式，除特别说明外，一律选用整型I3与实型F9.4，并采用格式化和交互式的输入输出方式，将需要键入的原始数据及小数点位置通过屏幕向操作者提示，这样可减少数据输入的差错。本程序的原始数据输入输出格式设计图如图1-4a、b所示。图中框内字符表示屏幕显示或打印的内容（下同），框外字符为键入数据，图中每一‘x’串或‘0’串表示一个数据、符号‘|’表示一个空格。关于A、B矩阵及计算结果的输出格式可参阅PGS子程序或运算实例，这里不再详述。

AC./DX	DY.	F.	AF.
--------	-----	----	-----

x x x x . x x x x 0000.0000 x x x x . x x x x 0000.0000

(a)

I	AC(I)/DX	DY(I)
x x x 0000.0000 x x x x . x x x x		
F(I) AF(I)		
0000.0000 x x x x . x x x x		

(b)

图 1-4

(3) 源程序

按照图1-3所示的框图，选用标准FORTRAN语言，编制如下源程序

```
PROGRAM CB
```

```

        DIMENSION AC(2), DY(2), F(2), AF(2),
        A(2, 2), B(2), M(2)
C      输入, 输出原始数据
100    WRITE (1, 10)
10     FORMAT (3X, 'AC./DX', 3X, 'DY.', 7X,
        F.' 6X, 'AF.'/)
        DO 30 I=1, 2
        READ (3, 35) AC(I), DY(I), F(I), AF(I)
35     FORMAT (4F9.4)
30     CONTINUE
        WRITE (2, 40)
40     FORMAT (5X, 'I', 4X' AC/DX', 7X,
        DY', 10X, 'F', 9X, 'AF'/)
        WRITE(2, 60) (I, AC(I), DY(I), F(I), AF
        (I), I=1, 2)
60     FORMAT (3X, I3, 4(2X, F9.4)/)
C      建立约束系数矩阵A
        C=3.14159/180.0
        DO 80 J=1, 2
        ARC=AC(J)*C
        IF (DY(J). NE.0.0) ARC=ATAN2 (DY(J),
        AC(J))
        A (1, J) =COS (ARC)
        A (2, J) =SIN (ARC)
80     CONTINUE
C      建立荷载列阵B
        DO 85 I=1, 2
85     B (I) =0.0
        DO 90 I=1, 2

```

```

      ARF=AF (I) • C
      B(1)=B(1)-F(I) • COS (ARF)
90    B(2)=B(2)-F(I) • SIN (ARF)
C     询问输出A、B矩阵，求解并输出计算结果
      CALL PGS (2, B, M, A)
C     询问是否要另解新题
      WRITE (1, 200)
200   FORMAT ('DO YOU WISH TO MAKE ANO-
      THER PROBLEM(Y/N)? ')
      READ (3, 220) NY
220   FORMAT (A1)
      IF (NY.EQ.'N') GO TO 230
      GO TO 100
230   STOP
      END

```

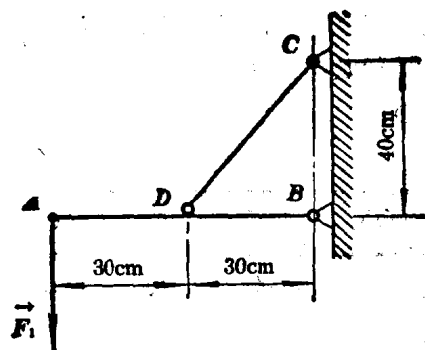
项首为C的各中文内容，注释了下属程序段的功能。

如果要在微型机上运行此程序，首先要在文本编辑程序的支持下，直接从键盘逐行逐字符地敲入此源程序，并在磁盘建立一个FORTRAN源程序文件，然后在FORTRAN编译程序支持下，对它进行编译，从而产生相应于该源程序块的目标程序。最后将此目标程序与需要调用的PGS子程序的目标程序组装在一起，得到一个可执行的目标程序。运行这个可执行模块，就可解算表1-3范围内的平面汇交力系问题。

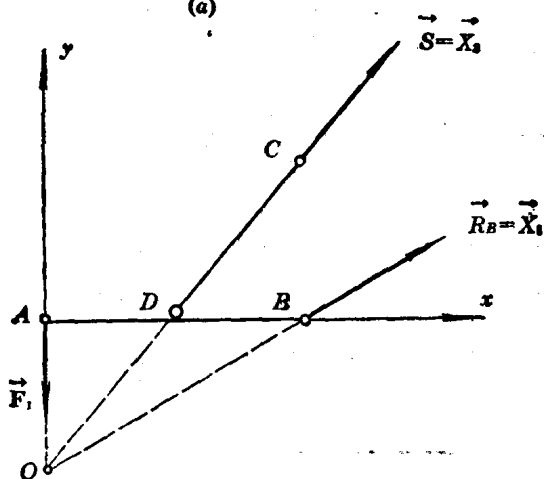
(4) 算例

例1-1 构架ABC (图1-5a) 在A点受力 $F_1=1\text{ kN}$ 的作用。杆AB和CD在D点用铰链连接，B和C处均为固定铰支座。如不计杆重，求杆CD所受的力 $\vec{S}$ 和支座B的约束反力 $\vec{R}_B$ 。

解：取构架ABC为分析对象。首先对研究对象作图示分析，它包括三个方面内容——受力分析，已知力和未知力的编



(a)



(b)

图 1-5

号,建立合适的坐标系,如图 1-5 b所示。其次按输入格式要求,准备好原始数据,由图 1-5 可知,约束反力 $\vec{S}$ 的 DC 段作用线和