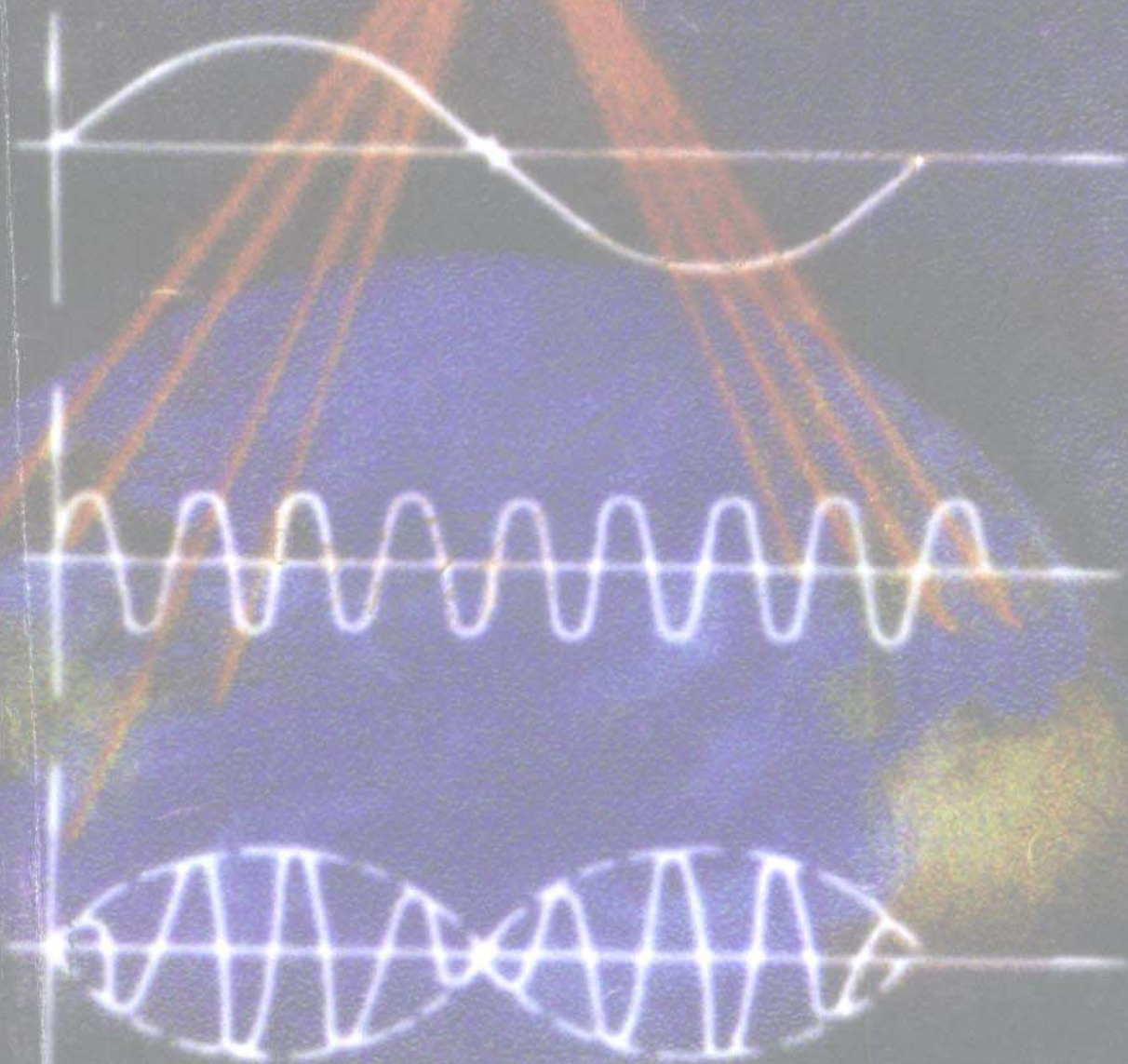


高等学校教学用书

测试技术与实验方法

主编 柳昌庆 刘 玠



中国矿业大学出版社

H82
64

测试技术与实验方法

主编 柳昌庆 刘玢

中国矿业大学出版社

内容提要

测试技术是科学技术发展的成果,也是各种技术科学发展的手段。因此,它在各个领域都得到飞速的发展和应用。

本书的内容,主要是针对在机械制造中常见的动态物理量的电测法,其中着重介绍了测试原理和机械测试中应用最多的振动、位移、力、温度、噪声等测试方法;以及对测试信号的分析 and 数据处理方法;同时介绍了最优实验设计及量纲分析。本书为高等学校教材,也可供有关专业技术人员参考。

责任编辑 朱守昌

责任校对 周俊平

测试技术与实验方法

主编 柳昌庆 刘玲

中国矿业大学出版社出版发行
新华书店经销 中国矿业大学印刷厂印刷
开本 787×1092 毫米 1/16 印张 20 字数 480 千字
1997年1月第一版 1997年1月第一次印刷
印数 1—3000册

ISBN 7 - 81040 - 605 - 1

TH·24

定价:18.50元

前 言

本书按照机械类各专业有关测试技术教学大纲要求,并参照理工类各专业及煤矿机械对“测试技术及实验方法”课程的要求编写而成。

随着科学技术的发展,测试技术越来越为人们所重视,特别是以机一电一体化为技术发展方向的今天,人们对测试技术更加重视,不论是在经济发达的国家,还是在经济发展较快的发展中国的各个部门中,对测试技术都越来越重视。在大学生和研究生的教学计划中,都把这门课程作为培养学生科学研究和实验研究能力的理论基础和必要的技能训练。

科学与工业技术同测试技术之间从来就是互相关联、互相推动的。掌握测试原理,正确选择测试方法和测试装置,进行必要的数据处理是改善产品质量、推动工业技术发展、开展科学试验的重要手段。因此,采用先进的测试技术是科学技术现代化的重要标志之一。可以说测试技术既是创立科学理论的必要手段,也是验证科学理论的必要手段。

本书参阅了国内外已发表和出版的各类有关学术论文、教材,结合作者多年科研成果和教学实践的经验编写而成。

本书研究的对象重点是机械制造中常见的动态物理量的电测法,以介绍测试原理为主,结合机械测试中应用最多的振动、位移、速度、加速度、应力应变、噪声等的测试方法进行阐述,同时对试验数据处理进行分析,另外还对实验设计及量纲分析进行了论述。通过本课程的学习,使读者初步掌握上述领域的基本原理及测试方法,并具备一定的独立试验能力。

参加本书编写的有刘玪(负责编写第四、五、十二、十四章),王其广(负责编写二、三、七、十一章及第六章部分内容),洪晓华(负责编写第十、十三、十五章),舒风翔(负责编写第六、十六章),史成平和丁保华(负责编写第一、八、九章)。本书由中国矿业大学柳昌庆和山西矿院刘玪主编。由于编者水平所限,对于本书中存在的错误和不当之处请给予指正。

编者

1996年10月

目 录

前 言	
第一章 概论	(1)
§ 1-1 测量系统的组成及特点	(1)
§ 1-2 测试工作的含义和范围	(2)
§ 1-3 测试技术在机械工程中的应用	(3)
§ 1-4 测试技术的发展状况	(4)
第二章 测试信号及其描述	(5)
§ 2-1 周期信号及离散频谱	(5)
§ 2-2 非周期信号及连续频谱	(10)
§ 2-3 随机信号	(14)
第三章 测量装置的基本特性	(22)
§ 3-1 概述	(22)
§ 3-2 测量装置的静态特性	(23)
§ 3-3 常见测量装置的动态特性	(25)
第四章 常用传感器及其变换原理	(35)
§ 4-1 概述	(35)
§ 4-2 参量型传感器	(36)
§ 4-3 发电型传感器	(62)
§ 4-4 其它类型的传感器	(76)
第五章 中间转换电路	(83)
§ 5-1 概述	(83)
§ 5-2 电桥	(83)
§ 5-3 调制与解调	(92)
§ 5-4 信号滤波器	(102)
§ 5-5 模拟与数字转换器	(111)
第六章 记录仪器及分析仪器	(123)
§ 6-1 概述	(123)
§ 6-2 显示式记录仪器	(123)
§ 6-3 磁带记录器	(126)

§ 6-4	波形存储器	(132)
§ 6-5	数据采集系统	(134)
§ 6-6	分析仪器	(137)
第七章	测试信号的处理和分析	(142)
§ 7-1	概述	(142)
§ 7-2	确定性信号的处理和分析	(142)
§ 7-3	随机信号的处理和分析	(150)
第八章	微机在测试技术中应用的发展	(160)
§ 8-1	概述	(160)
§ 8-2	虚拟仪器的概念	(166)
§ 8-3	虚拟仪器的组成	(167)
第九章	机械振动的测量	(172)
§ 9-1	概述	(172)
§ 9-2	振动的基本原理	(172)
§ 9-3	测振系统	(177)
§ 9-4	振动的激励	(183)
§ 9-5	振动的测试系统及分析	(188)
第十章	温度的测量	(194)
§ 10-1	温度和测量方法的分类	(194)
§ 10-2	接触式测温方法	(195)
§ 10-3	非接触式测温方法	(201)
第十一章	流体参量的测量	(204)
§ 11-1	压力的测量	(204)
§ 11-2	流量的测量	(211)
第十二章	噪声测量	(217)
§ 12-1	基本概念	(217)
§ 12-2	噪声测量常用仪器	(221)
§ 12-3	噪声的测量方法	(224)
第十三章	位移的测量	(228)
§ 13-1	常用的位移传感器	(228)
§ 13-2	位移测量应用实例	(240)

第十四章	力学参数的测量	(248)
§ 14-1	概述	(248)
§ 14-2	应力应变的测量	(248)
§ 14-3	力和力矩的测量	(260)
第十五章	测试技术在矿山机械中的应用	(267)
§ 15-1	矿山机械零部件的测试	(267)
§ 15-2	矿山采掘机械和大型固定设备的测试	(271)
第十六章	试验的正交设计及量纲分析	(282)
§ 16-1	多因素试验的数学方法	(282)
§ 16-2	量纲和量纲分析	(302)
参考文献		(310)

第一章 概 论

§ 1-1 测量系统的组成及特点

随着科学技术的迅猛发展,新技术革命将把人类由工业化社会推进到信息化社会。对于信息来说,都有一个检测、转换、存贮和加工的过程。以检测、转换为主要内容的测试技术,已形成了一门专门的技术科学。人们通过测试获得客观事物的定量概念,以掌握其运动规律。在某种意义上来说,“没有测试,就没有科学。”广泛地说,人类的各种活动领域中都离不开测试。测试包含着测量和试验两大内容。测量就是把被测系统中的某种信息,如运动物体的位移、速度、加速度检测出来,并加以度量;试验就是通过某种人为的方法,把被测系统所在的许多信息中的某种信息,用专门的装置,人为地把它激发出来,加以测量。

现代工业技术及科学研究中,测试手段十分重要,涉及面很广,在各种测量中,大量的参量很难用直接测量的方法获得,需要将它们的变化转换成另外某些参量的变化,然后对转换后的参量进行测量。测量的方法可以用机械方法、光学方法和电学方法。随着微电子技术、半导体超大集成器件的发展,特别是微型电子计算机技术的成熟,极大的推进了测试技术的进步,对电量的测量技术已达到比较完美的程度。由于它的高精确度、高灵敏度、高响应速度,以及低功耗、结构小,可以连续测量、自动控制和可以方便地与计算机接口等特点,使之达到了用机械方法和一般光学方法测量时很难达到的水平,致使电测法(把被测的非电量转换成电量后,再加以测量)在动、静态测量中得到了广泛的应用。用电测方法测试时有以下优点:

- (1) 可以将许多不同的非电量转换成电量加以测量,从而可以使用相同的测量和记录显示仪器。
- (2) 输出的电量信号可以作远距离传输,有利于远距离操作和自动控制。
- (3) 采用电测法可以对变化中的参数进行动态测量,因此可以测量和记录其瞬时值及变化过程。
- (4) 易于用许多后续的数据处理分析仪器,特别是与电子计算机连接。从而能够对复杂的测量结果进行快速的运算分析处理,以及提供反馈控制。

一般的测试系统由以下单元组成,如图 1-1 所示。

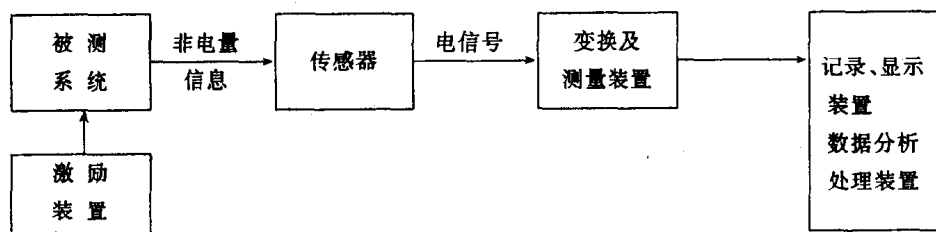


图 1-1 测试系统的组成

传感器——从被测对象中接受能量信息,把某种或多种信息从被测系统中检拾出来,并将它转换成电信号输出的装置。它是获得信息的手段,在整个测试系统中占有首要地位。

变换及测量装置——它的作用把传感器送来弱的电信号变换放大成具有一定功率的电压、电流等信号输出推动下一级的记录和显示及分析处理装置。有时也兼作测量。根据变换及测量装置的类型和测量结果的要求不同,有时进行必要的信号变换,如低频信号或近似直流信号,为了传输方便,需要将其调制成高频信号,有时为了与计算机接口方便,将模拟信号变换成数字信号或其它形式。所以变换及测量装置的形式类别很多,一般包括有阻抗变换器、前置放大器、电桥电路、调制/解调电路、模数转换电路等组成。

记录、显示装置和数据分析处理装置——它的作用是把变换及测量装置送来的电量信号不失真地记录和显示,而记录和显示的方式一般又分为模拟和数字两种显示、记录。有时可以在一个装置中同时实现记录和显示,如电子记忆示波器。在许多情况下,不仅需要被测参数的平均值或有效值,而且还需要它的瞬时值和变化的过程。用显示器无法达到此目的,特别是对动态测试结果的频谱分析、幅值谱分析、能量谱分析等,这时必须使用记录装置将信号记录、存贮在存贮介质中(纸、磁带、磁盘),然后对测试记录的数据进行处理、运算、分析等,如大量数据,还进行数理统计分析实验曲线的拟合,以及动态测试数据的谱分析等。

激励装置——它的作用是人为地模拟某种条件,把被测系统中的某种信息激发出来,以便检测,如用激励器作用在机械装置上,然后把机械结构产生的振动幅值、应力变化等信息激发出来,由后序装置检测后对它的性能进行分析研究。

§ 1-2 测试工作的含义和范围

测试工作是为了获取研究对象的状态、特征等自然规律的有关信息。信息的载体则是信号。信息总是以某种形式的物理量表现出来的。而这些物理量就是信号。例如,在研究一个物体的冷热状态时,物体的冷热信息是通过辐射红外光波的形式表现出来,这里红外光波就是信号,它携带着物体的冷热状态的有关信息,通过对该物体辐射的红外光波进行有效的测量,经过对信号的变换和处理,最后以温度的高低表征物体的冷热状态。至此我们就可以对该物体的冷热状态有了认识和了解。

在测试研究中,被测对象的信息总是非常丰富的。测试工作又总是根据一定的目的和具体的要求,限于获取有限的、研究者感兴趣的某些特定的信息。例如,研究一个简单的单自由度的质量——弹簧系统的微小自由振动,我们有兴趣于该系统的固有频率和阻尼比。我们可以通过施加一定的激励而观察测量质量块的有关运动参数。这时我们不去研究弹簧的微观表现。而当我们研究弹簧的疲劳问题时,有关材料的微观特性(如微裂纹等)的信息就是非常重要的了。

在以往的测试工作中,从信号的获取、变换、传输、显示、记录、分析计算和反馈控制等方面看,以电量形式表示的电信号最为方便。所以本书所指的信号一般是指随时间变化的电量——电信号。

信号中虽然携带着信息,但是信号并非就是信息。信号中既包含着我们所需要的信息,也常常含有大量不感兴趣的信息,后者统称为干扰。所以信号可分为“有用”信号和“干扰”信

号。但这是相对的,在某种场合中,我们认为干扰的信号,在另外一种场合却可能是有用的信号。例如齿轮噪声,对工作环境是一种“污染”。但是齿轮噪声是齿轮副传动缺陷的一种表现,因此可以用来评价齿轮副的运行并用作故障诊断。对故障诊断来说,就是有用信号。从复杂的信号中提取出有用信息,这也是测试中非常重要的工作。另外为了保存、传输、读取或反馈有用信息的需要,常常把信号作必要的变换。以语言为例,语言本身是人们表达思想的一种载体,用声波形式和约定的方式(各民族有自己的语言)来表达。为了便于传输和抗干扰,人们把声波信号换为电信号后,又将低频(或直流)电信号变换为高频电磁波信号。在接收后,恢复原来的电信号,或变换成磁信号保存,或将这电信号激励一个发声系统,还原成相应的声波。一系列的变换,无非是方便传输和保存。严格地说,在外界严重干扰的情况下,能够提取和辨识出信号中所包含的有用信息,是测试中的重要工作之一。

测试工作从我们确立对研究对象要探索的内容时起就已经开始了。从测试方案的考虑,最大限度地激发出所需的信息,并以较明显的信号形式表现出来。用最简捷的、最合理的方法获得最有用的、表征性强的有关信息,到实验方法的设计与实施。从后序的信号加工处理、对所得数据进一步处理以剔除干扰、清醒地估计数据的可靠程度进行误差分析,到最后得到测试的结果。这些都是测试工作的范围,所以,测试工作是一个非常复杂的工作,需要多种学科知识的综合运用。当然,根据系统的简繁和要求的不同,并不是每项测试工作都要经历上述的每一个步骤,很多工作是可以大大简化的。从广义的角度来讲,测试工作涉及试验设计、模型理论、传感器、信号加工与处理(传输、加工和分析、处理)、误差理论、控制工程、系统辨识和参数估计等学科内容。从而测试工作者应当具备这些学科的知识。从狭义来讲,测试工作则是指在选定激励方式下,信号的检测、变换、处理以及显示、记录或以电量输出数据的工作。总之测试工作的根本目的是为了达到对被测对象控制的目的。

§ 1-3 测试技术在机械工程中的作用

在机械工程领域中,测试技术得到愈来愈多的应用,起着愈来愈大的作用。对于机器制造业中的机床,以前只是测量一些静态或稳态下的参数(静态特性),如导轨平直度、主轴径向跳动和主轴轴向窜动等等。而现在,则普遍要求测量它的动态参数(动态特性),如主轴的回转误差、在切削状态下的稳定性、自激情况及它的动刚度、振型等等,以便更好地了解机床在运行时确切情况,找出薄弱环节,改进机床设计。我们通过下面的几个例子中可以看到测试技术在机械工程领域中应用的概貌和应用的广泛性。

例 1 有经验的工人用一根杆子的一头触及机器,另一端将耳朵靠上,以倾听正在运行中的发电设备工作是否正常;或用手去触摸机器表面,以鉴别其温升是否过高。这些早期的简易测试方法,在现代化的生产中,这些方法显然已经不够精确了。需用能更精确地测量其运动状态的参数,如振动、噪声、温度等参数的测试方法,以适应现代化生产的需要。

例 2 在数控车床中,机械位移的测量,无论对车床的自动控制还是对产品的质量(加工精度)都是非常重要的环节。如果没有高精度的位移测量,就无法精确的确定机床进给机构(加工刀台装置 x 、 y 、 z 方向)的位置。也就无法精确地控制其运行。如果没有高效快速的测量(响应时间),就不能提高机床的生产效率。

例 3 在提高加工质量的研究中,磨削表面粗糙度过大,是和磨床上工件与砂轮间相对

振动等因素有关。造成这种振动的原因很多,如机床上同时运行的所有电动机、机床各传动部件等都会导致振动。在诸多振动原因中,如何辨出那个是主要的影响因素,即进行振源的分析,显然是提高加工质量的主要研究内容。由人的感觉器官和简单的测量来作振源的分析是很困难的,只有借助于精密的测试设备和必要的分析仪器才能做到。

由上述三例可以看出,随着科技进步和机械工业的发展,在机械工程领域中对测试理论和测试手段,都必将提出更新更高的要求。值得重视的是现在从事机械工程方面工作的技术人员,不仅能进行静态几何量的测量,而且越来越多的要求动态物理参数的量测。在机械工程领域中,测试技术的应用主要表现在三个方面。

1. 监视生产过程,告诉人们是否处于最佳工况,或诊断已发生故障的部位和性质。
2. 作为控制生产过程中各种工艺参数,与设定值进行比较,进行反馈,自动调节这些参数,使生产过程处在最佳状态下运行。这就是所谓以信息流控制物质流和能量流。
3. 工程过程的实验分析。机械工程中的各种工艺过程、工艺设备如需加以改进。在改进前需对原有的状况作深入的分析,作出评价,找出改进措施,这就需要测试大量的数据,作为分析、评价和改进的依据。在改进后是否达到了预期的要求,也是需要大量的参数测试来进行分析和评价的。

§ 1-4 测试技术的发展状况

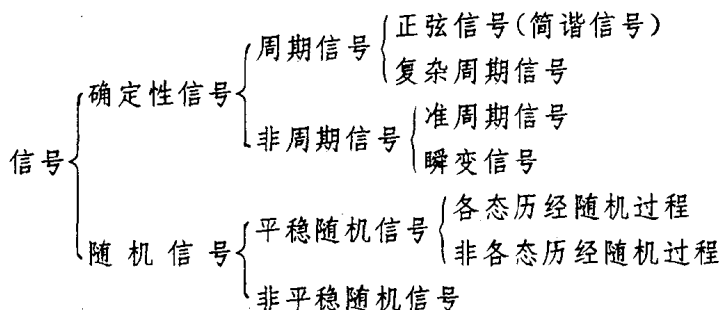
测试技术是一种随着现代技术的进步而在近几十年才发展起来的边缘学科。由于现代科学和技术发展的需要,对测试技术会不断提出更多更新的要求,激励着测试技术向前发展。另一方面各种学科领域的新成就(如新的物理和化学原理、新材料、微电子学和电子计算机技术等)也常常首先反映在测试方法和仪器设备的改进中。测试技术总是从其它关联学科吸取营养而得以发展。综合国内外的动态,可以看出测试技术发展的趋势是:除不断提高灵敏度、精度和可靠性外,主要是向小型化、非接触化、多功能化(多参数测量、测量和放大一体化)和智能化方向发展。特别是新型半导体材料方面的成就,已经促使发展形成了很多对力、热、光、磁等物理量或气体化学成分敏感的器件,如光导纤维不仅可用来作信号的传输,而且可作为物性型的传感器。由于微电子技术的发展使得传感器具有放大、校正、判断和一定的信号处理功能,即“智能传感器”,近年来新型生物传感器也在迅速发展。

计算机技术的发展也使测试技术产生革命性的变化。利用当今计算机运算速度的不断提高,存储容量的不断扩大,依靠专用硬件和软件的支持,使得信号分析可以做到近似“实时”的地步。借助计算机的管理,即实现了自动测试系统。虽然计算机发展扩充了人的大脑,检测技术的进步,扩充了人的感觉器官,毋庸置疑。现代信息科学的发展,关键在于信息的获取、传递和信息处理技术的进一步提高,计算机技术已经将信息处理技术推进到一个前所未有的阶段。而作为信息的获取技术已大大落后于信息处理技术,在信息的海洋中无论对宏观世界的研究,还是对微观世界的探测,如果没有自动检测是十分困难的。因此,自动检测技术越来越引起人们的重视。尽量采用新材料、新器件和新技术建造先进的自动检测系统,尽可能提高检测系统的可靠性和精确度,是自动检测发展的当务之急。而利用现代计算机加上专用硬件或软件而形成的专用虚拟仪器更是当前检测仪器发展的方向。

第二章 测试信号及其描述

信号是随时间而变化的物理量。信号有各种形式,可以从不同的角度进行分类。若按其变化规律可将信号分为确定性信号和非确定性信号(随机信号)。

确定性信号随时间的变化有一定规律,可以用明确的数学关系式来描述。随机信号是一个随机过程,无法用明确的数学关系式来表示。二者又可细分为如下几种:



直接观测或记录到的信号,一般是以时间为独立变量的,称为信号的时域描述。信号时域描述比较简单直观,能反映信号幅值随时间变化的关系,但不能明确揭示信号的频率成分和测量系统的传输特性。为此常对信号进行频谱分析,即把时域信号通过傅立叶变换处理成频域信号,研究其频率结构和对应的幅值、相位关系,即频域描述。

§ 2-1 周期信号及离散频谱

周期信号是经过一定时间间隔重复出现的信号,可用周期性的时变函数来表示,即

$$x(t) = x(t + nT) \quad (2-1)$$

式中 n ——任意整数;

T ——周期。

工程测试中经常遇到周期信号,其中最简单的是正弦信号(也称谐波),其数学表达式为

$$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2-2)$$

与式(2-1)比较可知,正弦信号的周期 $T = 2\pi/\omega_0$,周期的倒数 $f_0 = 1/T$ 称为频率, ω_0 称为角频率(或圆频率)。

一、傅立叶级数和周期信号的分解

1. 傅立叶级数的三角函数展开式

根据傅立叶级数的理论,任意周期函数 $x(t)$ 只要满足狄里赫利条件,都可以展开成傅立叶级数,即

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (2-3)$$

式中 ω_0 ——基频角频率,简称基频, $\omega_0 = 2\pi/T$;

a_0, a_n, b_n ——傅立叶系数,分别为

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (2-4)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2-5)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2-6)$$

a_0 是此函数在一个周期内的平均值,又称直流分量, a_n, b_n 分别是余弦分量和正弦分量的幅值。

将式(2-3)中同频项合并,可以改写成

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (2-7)$$

式中 A_n ——第 n 阶谐波的幅值, $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$;

φ_n ——第 n 阶谐波的初相位, $\varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}$ 。

若函数满足 $x(-t) = x(t)$, 则 $x(t)$ 为偶函数,其傅立叶级数中只有余弦项和常数项,并可利用下式计算系数 a_n

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (2-8)$$

若函数满足 $x(-t) = -x(t)$, 则 $x(t)$ 为奇函数,其傅立叶级数只有正弦项,且系数 b_n 可用下式计算

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (2-9)$$

2. 傅立叶级数的复指数函数展开式

为了运算的方便,常将傅立叶级数写成复指数形式。根据欧拉公式有

$$e^{\pm j\omega t} = \cos \omega t \pm j \sin \omega t \quad (2-10)$$

则
$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} + e^{j\omega t}) \quad (2-11)$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) \quad (2-12)$$

因此可将式(2-3)改写为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega_0 t} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\omega_0 t} \right) \quad (2-13)$$

令
$$c_n = \frac{1}{2} (a_n - jb_n) \quad (2-14)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2} (a_n + jb_n) \quad (2-15)$$

$$c_0 = a_0 \quad (2-16)$$

则
$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n e^{jn\omega_0 t} + c_{-n} e^{-jn\omega_0 t}) \quad (2-17)$$

$$\text{因} \quad \sum_{n=1}^{\infty} c_{-n} e^{-jn\omega_0 t} = \sum_{n=-1}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2-18)$$

则可得复指数形式的傅立叶级数展开式

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2-19)$$

将式(2-5)、(2-6)代入式(2-14),可得复数傅立叶系数 c_n 为

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2-20)$$

一般情况下 c_n 是复数,可以写成

$$c_n = R_c(c_n) + jI_m(c_n) = |c_n| e^{j\varphi_n} \quad (2-21)$$

式中 $R_c(c_n)$ ——复数 c_n 的实部;

$I_m(c_n)$ ——复数 c_n 的虚部;

$|c_n| = \sqrt{R_c^2(c_n) + I_m^2(c_n)}$ ——复数 c_n 的模;

$\varphi_n = \arctg \frac{I_m(c_n)}{R_c(c_n)}$ ——复数 c_n 的幅角。

由式(2-14)、(2-15)可求得

$$|c_n| = |c_{-n}| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{A_n}{2} \quad (2-22)$$

用复数形式展开 $x(t)$,就把频率范围从 $0 \sim \infty$ 扩展到了 $-\infty \sim \infty$,其中系数 c_n 和 c_{-n} 为共轭复数。

二、周期信号的频谱

由式(2-7)可以看出,满足狄里赫利条件的周期信号,都可以分解成一个平均值为 a_0 和无限多个成谐波关系的正弦成分。各次谐波的幅值和初相位分别由 A_n 和 φ_n 决定。当 $n=1$, 即 $A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1)$ 称为基波,角频率 ω_0 称为基频。其余各次谐波统称为高次谐波,依次称为二次谐波、三次谐波……。由于幅值 A_n 和初相位 φ_n 均为 ω_0 的函数,以角频率为横坐标,幅值 A_n 或 φ_n 为纵坐标,分别画出 $A_n - \omega$ 和 $\varphi_n - \omega$ 图,即得幅频图和相频图,二者统称频谱,这样就把时域信号用频域参数来表达。应该注意,即使 $x(t)$ 可能包含无穷多的频率分量,但频线却是离散的,并且所有频率成分都是 $2\pi/T$ 的整数倍,故称为离散频谱。

同样展开成复指数形式的傅立叶级数,可画出 $|c_n| - \omega$ 的复数幅频图和 $\varphi_n - \omega$ 的复数相频图。也可以分别以 c_n 的实部或虚部与频率的关系作幅频图,并分别称为实频谱图和虚频谱图。比较傅立叶级数的两种形式可知:复指数函数形式的频谱为双边谱(ω 从 $-\infty$ 到 $+\infty$),三角函数形式的频谱为单边谱(ω 从 0 到 $+\infty$)。两种频谱各谐波幅值在量值上有确定的关系,即 $|c_n| = A_n/2$, $|c_0| = a_0$ 。双边幅频谱为偶函数,双边相位谱为奇函数。

例 1 求图 2-1 所示的周期方波的傅立叶级数,并画出其幅频图。

解 $x(t)$ 在一个周期 ($-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$) 内的表达式为

$$x(t) = \begin{cases} -A & -\frac{T}{2} < t < -\frac{T}{4} \\ A & -\frac{T}{4} < t < \frac{T}{4} \\ -A & \frac{T}{4} < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

由于 $x(-t) = x(t)$, 故 $x(t)$ 为偶函数, 从而 $b_n = 0$

$$a_0 = 0$$

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} A \cos n\omega_0 t dt + \frac{4}{T} \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} (-A) \cos n\omega_0 t dt = \frac{4A}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2}$$

$$= \begin{cases} 0 & n = 2, 4, 6, \dots \\ \frac{4A}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}} & n = 1, 3, 5, \dots \end{cases}$$

于是得

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} (\cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \dots) \quad (2-23)$$

此周期方波的幅值频谱如图 2-2 所示, 各次谐波分量的幅值分别以基波幅值 $4A/\pi$ 的 $1/n$ 规律收敛。

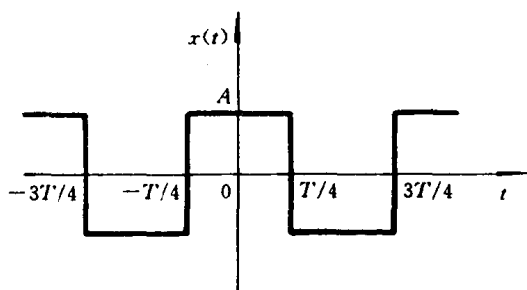


图 2-1 周期方波

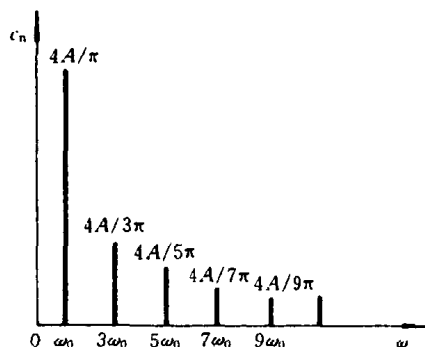


图 2-2 方波的幅值频谱

值得注意, 级数(2-23)收敛很慢, 因此需要很多项(如 50 项)的谐波才能构成一个较精确的方波。从图 2-3 中可以看出取前四项和前七项所对应的波形与理论方波的差别。

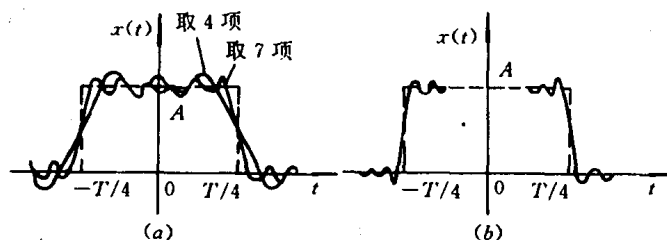


图 2-3 少数谐波与方波的差别

(a)——少数 n 项和; (b)——多项之和($n \gg 1$)

例 2 求图 2-1 周期方波的复指数形式的傅立叶级数, 并画出其幅频图。

解 根据式(2-20)有

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{2A}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2}$$

$$= \begin{cases} 0 & n = \pm 2, \pm 4, \dots \\ \frac{2A}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}} & n = \pm 1, \pm 3, \dots \end{cases}$$

则
$$x(t) = \frac{2A}{n\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{2} e^{jn\omega_0 t} \quad (2-24)$$

其幅值频谱如图 2-4 所示。

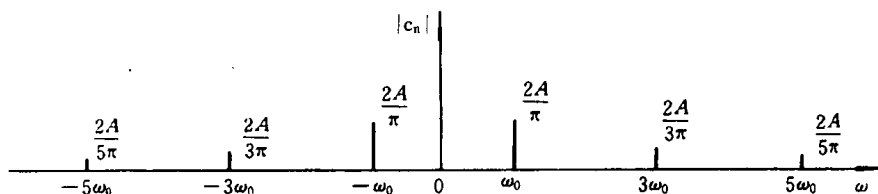


图 2-4 周期方波的复数幅值频谱

从上述可知,周期信号的频谱具有三个特点:

- (1) 周期信号的频谱是离散的。
- (2) 各条谱线只出现在基波频率的整数倍上,不存在非整数倍的频率分量。
- (3) 各条谱线的高度表示了对应谐波的幅值大小。工程中常见的周期信号,其谐波幅值总的趋势是随谐波次数的增高而减小。

这三个特点分别称为周期信号频谱的离散性、谐波性和收敛性。由于周期信号具有收敛性,因此在实际测量中只考虑次数比较低的一些谐波分量就可以了。从零频率到需要考虑的最高次谐波的频率间的一个频带,称为信号的频带宽度。

三、周期信号的强度表述

周期信号的强度以均值、绝对均值、有效值和平均功率来表述。

均值是周期信号 $x(t)$ 在一个周期内对时间的平均值,它是信号的常值分量。

$$\mu_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2-25)$$

周期信号全波整流后的均值就是信号的绝对均值 $\mu_{|x|}$,即

$$\mu_{|x|} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt \quad (2-26)$$

有效值是信号的均方根值 x_{rms} ,即

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (2-27)$$

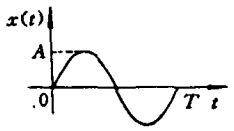
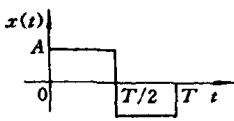
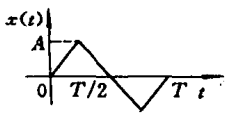
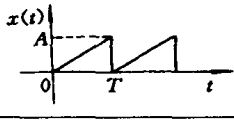
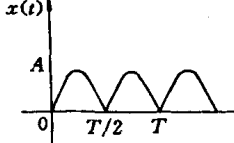
有效值的平方——均方值就是信号的平均功率 P_{av} ,它反映信号的功率大小。

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (2-28)$$

表 2-1 列举了几种典型周期信号上述各值间的数量关系。从表中可见,信号的均值、绝对均值、有效值之间的关系与波形有关。

表 2-1

几种典型信号的强度

名称	波形图	傅立叶级数展开式	μ_x	$\mu_{ x }$	x_{rms}
正弦波		$x(t) = A \sin \omega_0 t$ $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$	0	$\frac{2A}{\pi}$	$\frac{A}{\sqrt{2}}$
方波		$x(t) = \frac{4A}{\pi} (\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \dots)$	0	A	A
三角波		$x(t) = \frac{8A}{\pi^2} (\sin \omega_0 t - \frac{1}{9} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{25} \sin 5\omega_0 t - \dots)$	0	$\frac{A}{2}$	$\frac{A}{\sqrt{3}}$
锯齿波		$x(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} (\sin \omega_0 t + \frac{\sin 2\omega_0 t}{2} + \frac{\sin 3\omega_0 t}{3} + \dots)$	$\frac{A}{2}$	$\frac{A}{2}$	$\frac{A}{\sqrt{3}}$
正弦整流		$x(t) = \frac{2A}{\pi} (1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega_0 t - \frac{2}{15} \cos 4\omega_0 t - \frac{2}{35} \cos 6\omega_0 t - \dots)$	$\frac{2A}{\pi}$	$\frac{2A}{\pi}$	$\frac{A}{\sqrt{2}}$

§ 2-2 非周期信号及连续频谱

凡能用明确数学关系式描述,但又不属于周期类的信号,均称为非周期信号。它包括准周期信号和瞬变信号。

准周期信号是由彼此的频率比不全为有理数的两个以上正弦信号叠加而成的信号。例如 $x(t) = x_1 \sin(2t + \varphi_1) + x_2 \sin(\sqrt{5}t + \varphi_2) + x_3 \sin(3t + \varphi_3)$ 所表示的就是准周期信号。在实践中,当几个不相关的周期性现象混合作用时,常常会产生准周期信号。多机组发动机不同步的振动响应信号即为准周期信号。

准周期信号与周期信号的差别仅在于前者的各频率间不再是有理数关系,因此这种信号也可以用离散的频谱和相谱来表示其频域特性。

除了准周期信号以外的非周期信号均属于瞬变信号。产生瞬变信号的物理现象很多,诸如机械冲击、热源消失后的温度变化、冲击激振的力信号等,如图 2-5 所示。

瞬变信号与周期信号及准周期信号的一个明显的区别,就是其谱线不是离散的,可用傅立叶积分表示其连续频谱。以下论及的非周期信号都是瞬变信号。

一、非周期信号和傅立叶积分

当周期信号的周期 T 增大时,谱线间隔变小。若周期 T 趋于无穷大,则谱线间隔趋于无穷小。这样,周期信号就变成了非周期信号,周期信号的离散频谱就变成了非周期信号的连续频谱。