



高等學校統編教材

平 台 罗 经

黃德鳴 張樹俠 孫 枫 編著

國防工業出版社



0666.151

H83

367948

高等学校统编教材

平 台 罗 经

黄德鸣 张树侠 孙 枫 编著



国防工业出版社

内 容 简 介

为适应更新教学内容的需要和满足平台罗经科研、设计、生产和使用的要求，编著者根据平台罗经的理论，结合平台罗经科研与教学的实践经验，编著了本书。

本书较全面系统地介绍了平台罗经的工作原理、误差分析及设计方法等内容。全书共分七章。第一章为基础知识；第二至五章分别介绍了平台罗经的元器件、系统结构、工作原理、误差分析及参数设计；第六章介绍了平台罗经的测漂、定标及监控技术；第七章介绍了捷联式平台罗经。

本书可作高等院校陀螺导航专业教材，也可供本专业科研、设计、生产和使用部门的工程技术人员参阅。



平 台 罗 经
黄德鸣 张树快 孙 枫 编著

国防工业出版社出版
(北京市海淀区紫竹院南路23号)
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张10³/4 243千字
1990年4月第一版 1990年4月第一次印刷 印数：0.001—2,000册

ISBN 7-118-00627-0/TP 82 定价：2.20元

出版说明

根据国务院国发〔1978〕23号文件批转试行的《关于高等学校教材编审出版若干问题的暂行规定》，中国船舶工业总公司承担了全国高等学校船舶类专业教材的编审、出版的组织工作。自1978年以来，完成了两轮教材的编审、出版任务，共出版船舶类专业教材116种，对解决教学急需，稳定教学秩序，提高教学质量起到了积极作用。

为了进一步做好这一工作，中国船舶工业总公司成立了“船舶工程”、“船舶动力”两个教材委员会和“船电自动化”、“惯性导航及仪器”、“水声电子工程”、“液压”四个教材小组。船舶类教材委员会（小组）是有关船舶类专业教材建设的研究、指导、规划和评审方面的业务指导机构，其任务是为做好高校船舶类教材的编审工作，并为提高教材质量而努力。

中国船舶工业总公司在总结前两轮教材编审出版工作的基础上，于1986年制订了《1986年—1990年全国高等学校船舶类专业教材选题规划》。列入规划的教材、教学参考书等共166种。本规划在教材的种类和数量上有了很大增长，以适应多层次多规格办学形式的需要。在教材内容方面力求做到两个相适应：一是与教学改革相适应；二是与现代科学技术发展相适应。为此，教材编审除贯彻“打好基础，精选内容，逐步更新，利于教学”的原则以外，还注意了加强实践性教学环节，拓宽知识面，注重能力的培养，以适应社会主义现代化建设的需要。

这批教材由各有关院校推荐，同行专家评阅，教材委员会（小组）评议，完稿后又经主审人审阅，教材委员会（小组）复审。本规划所属教材分别由国防工业出版社、人民交通出版社以及各有关高等学校的出版社出版。

限于水平和经验，这批教材的编审出版工作还会有许多缺点和不足，希望使用教材的单位和广大师生积极提出宝贵意见，以便改进工作。

中国船舶工业总公司教材编审室

1988年3月

前　　言

本书系根据 1987 年 1 月全国造船院校陀螺导航专业统编教材会议通过的“平台罗经”大纲编写的，供高等院校陀螺导航专业使用，讲授约 36 ~ 54 学时。

平台罗经集中了摆式罗经和方位水平仪的特点，应用电磁控制技术代替传统的机械摆式控制方法，使罗经技术进入了一个新的时代。特别是近年来现代控制技术和微计算机技术的发展，使平台罗经日臻完善。国外已先后推出了美国斯伯利型系列和联邦德国 PL 型系列高精度的平台罗经，并已大量装备各种类型舰船，成为最重要最基本的导航设备之一。我国平台罗经的研制起步比较早，技术起点也比较高，经过广大科技人员的努力，已有多种型号的平台罗经生产并装备舰船使用。为适应更新教学内容的需要，也为了适应平台罗经科研、生产和使用的要求，我们结合多年来在平台罗经科研与教学的实践，编写本书，以便较全面、系统地把平台罗经的原理，误差分析，设计计算方法等方面介绍给读者。

本书共分七章。第一章是基础知识，第二至第五章介绍了平台罗经的元器件，系统结构，工作原理，误差分析及参数设计，第六章介绍了平台罗经的测漂，定标及监控技术，第七章介绍了捷联式平台罗经。

本书由黄德鸣、张树侠、孙枫同志共同编著，第五、六章由黄德鸣编写，第二、七章由张树侠编写，第一、三、四章由孙枫编写。哈尔滨工业大学胡恒章教授、田自耘副教授主审了全书。他们对书稿提出了许多宝贵意见和建议。哈尔滨船舶工程学院罗超教授在研究，决定本书编写大纲及内容方面提出了许多宝贵意见。在此，对他们表示衷心的感谢。由于陀螺导航事业的飞跃发展，编著者的水平有限，不免有许多不足与错误之处，谨请读者批评指正。

编　著　者
1989年3月于哈尔滨船舶工程学院

目 录

第一章 基础知识	1
§ 1.1 坐标系及其变换	1
§ 1.2 绝对加速度表达式	4
§ 1.3 载体航向和姿态的测量	7
§ 1.4 与平台罗经有关的陀螺仪原理简介	9
第二章 平台罗经的惯性元件及平台结构	13
§ 2.1 陀螺仪	13
§ 2.2 重力敏感元件	30
§ 2.3 平台罗经的主体结构	35
§ 2.4 平台罗经计算机	37
§ 2.5 平台罗经的其他配套设备及外部设备	39
第三章 平台罗经的工作原理	41
§ 3.1 电控罗经的找北原理	41
§ 3.2 陀螺罗经无阻尼振荡的运动方程	44
§ 3.3 陀螺罗经的垂直阻尼	47
§ 3.4 垂直阻尼陀螺罗经的运动方程	48
§ 3.5 水平轴阻尼法	49
§ 3.6 电控垂直阻尼陀螺罗经的优点	51
§ 3.7 陀螺方位仪的工作原理	55
§ 3.8 陀螺垂直仪指示赤线的原理	55
§ 3.9 平台罗经的主要类型	57
§ 3.10 平台罗经的运动微分方程式	60
§ 3.11 惯导式平台罗经	64
第四章 平台罗经的误差分析	67
§ 4.1 速纬误差	67
§ 4.2 陀螺漂移造成的误差及积分补偿	70
§ 4.3 加速度干扰误差	75
第五章 平台罗经系统主要参数的设计计算	83
§ 5.1 平台罗经系统的解耦分析	83
§ 5.2 水平回路的参数设计	90
§ 5.3 罗经回路参数设计	92
§ 5.4 平台罗经系统的最优化设计	94
§ 5.5 平台罗经的计算机仿真	102
第六章 平台罗经中陀螺仪的定标测漂及监控技术	111
§ 6.1 平台罗经的初始校正	111
§ 6.2 平台罗经系统陀螺仪的测漂与补偿	116

§ 6.3 陀螺仪定标	118
§ 6.4 陀螺平台罗经中的监控技术	121
第七章 捷联式平台罗经	132
§ 7.1 捷联式平台罗经的原理	132
§ 7.2 捷联式平台罗经的姿态矩阵即时修正	138
§ 7.3 捷联式平台罗经中惯性器件的机械编排	146
附录 各国平台罗经简表	163
参考文献	164

第一章 基 础 知 识

平台罗经是由电控罗经和地平仪合为一体构成的。它分有方位仪工作状态和短期惯导工作状态。因此，本章在介绍有关坐标系及航向和水平基准之后，将对地平仪、方位仪、电控罗经、平台罗经、惯性导航系统的基本原理作初步介绍。

§ 1.1 坐标系及其变换

陀螺仪是一种相对惯性空间稳定的器件，同时又被装在相对地球表面运动的载体上。因此，研究其运动规律必然牵连到与惯性空间、地球、运载体有关的坐标系，下面分别予以介绍。

一、日心惯性坐标系

所谓惯性坐标系，是指在宇宙空间固定不动或作等速直线运动的系统。但这样的系统实际上是不存在的，比如太阳系也在银河系中转动，但其转动角速度很小，对于地球附近的导航问题影响甚微，完全可以忽略，因此我们可以把太阳系看作惯性空间。日心坐标系 X_i, Y_i, Z_i 的原点设在太阳中心，黄道平面（即地球绕太阳公转的平均轨道平面）与地球赤道平面的交线定为 X_i 轴方向， Z_i 轴与地球自转轴平行， Y_i 轴与 X_i, Z_i 轴构成右手直角坐标系，如图1-1(a)所示。

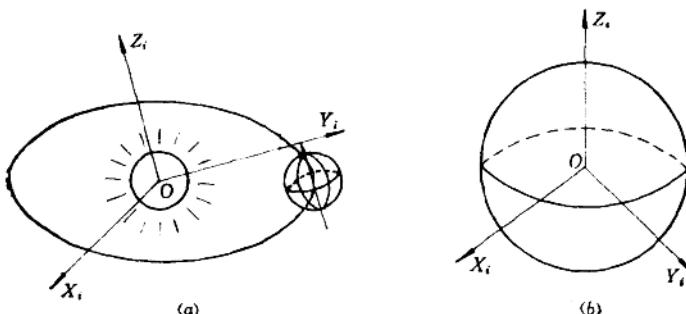


图1-1 惯性坐标系
(a) 日心惯性坐标系；(b) 地心惯性坐标系。

二、地心惯性坐标系

把日心惯性坐标系的原点由日心移到地球中心，即为地心惯性坐标系。三坐标轴的方向不变，仍称之为 X_i, Y_i, Z_i ，如图1-1(b)所示。 Z_i 轴与地球自转轴一致， X_i, Y_i 轴在赤道平面内。地心惯性坐标系不随地球自转，即三根坐标轴在惯性空间的方向不变。

但原点位置随地球绕太阳公转而移动。忽略地球的公转角速度时，可将它近似看成是一个惯性坐标系，这对我们所涉及的导航问题是完全适用的。

三、地球坐标系

地球坐标系的原点在地球中心，三根坐标轴表示为 X_e 、 Y_e 、 Z_e 。 Z_e 轴为地球自转轴， X_e 轴为过初始经线的子午面与赤道平面的交线， Y_e 轴与 X_e 、 Z_e 轴组成右手直角坐标系，如图 1-2 所示。三根坐标轴与地球固连，随地球一起自转。

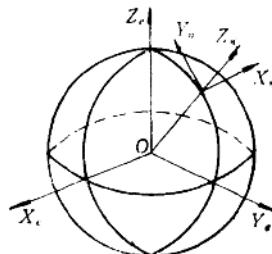


图1-2 地球坐标系及地理坐标系

四、地理坐标系

地理坐标系的原点设在运载体质量中心在地球表面的投影点，三根坐标轴表示为 X_n 、 Y_n 、 Z_n 。 Z_n 轴沿地心与坐标系原点的连线并指向天顶，垂直于当地水平面， Y_n 、 X_n 轴在当地水平面内，分别水平指北，水平指东，如图 1-2 所示。地理坐标系，不仅随地球自转相对惯性坐标系运动，还随运载体的运动相对惯性坐标系运动，其原点位置由纬度角 φ 、经度角 λ 确定。

五、运载体坐标系

运载体坐标系 X_b 、 Y_b 、 Z_b 的原点位于运载体质量中心， Y_b 轴与载体纵轴重合指向首部， X_b 轴与载体横轴重合指向右弦， Z_b 轴与 X_b 、 Y_b 轴构成右手直角坐标系，指向上方，如图 1-3 所示。运载体的方向与姿态通过运载体坐标系 X_b 、 Y_b 、 Z_b 与参考坐标系的相对位置来确定。

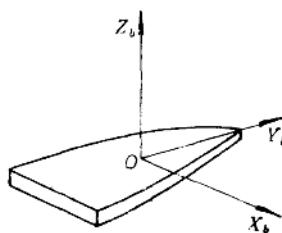


图1-3 运载体坐标系

六、陀螺坐标系

陀螺坐标系 $X_s Y_s Z_s$ 的原点位于陀螺万向支架中心, Z_s 沿陀螺自转轴, 但不随陀螺自转轴自转, Y_s 轴取内环轴方向, X_s 轴与 Y_s 、 Z_s 轴构成右手直角坐标系。故 X_s 、 Y_s 轴均在转子赤道平面内, Z_s 为陀螺自转轴。陀螺坐标系是与内环固连的, 随内环运动, 如图 1-4 所示。

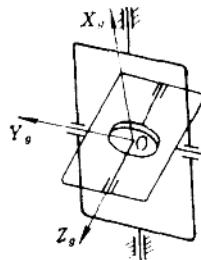


图1-4 陀螺坐标系

七、平台坐标系

平台坐标系 $X_p Y_p Z_p$ 用来描述平台罗经和惯导系统平台的姿态的。通常把 X_p 轴和 Y_p 轴定义在平台平面内, Z_p 轴垂直于平台平面, 构成右手坐标系。在平台罗经和惯导系统正常工作状态, Y_p 轴模拟水平指北轴 Y_n , X_p 模拟水平指东轴 X_n , Z_p 模拟天顶轴 Z_n , 整个平台坐标系 $X_p Y_p Z_p$ 模拟地理坐标系 $X_n Y_n Z_n$ 。

八、坐标系间的关系

通过某种变换总能把一个坐标系变为另一个坐标系, 只不过是变换的种类和繁简不同而已。在舰船陀螺导航系统中所涉及的坐标系都是具有共同原点的右手直角坐标系, 因此这里我们介绍具有共同原点的两个右手直角坐标系间的关系。这种情况, 绕坐标轴作三次旋转就可把一个坐标系变换到另一个坐标系。其旋转次序并不是唯一的。这里我们仅以绕 x 轴、 y 轴、 z 轴的次序作三次旋转为例来加以说明, 参看图 1-5。坐标系 xyz 先绕 x 轴转角 α , 成为坐标系 $x_1y_1z_1$ (其中 x 轴和 x_1 轴相同), 再绕 y_1 轴转角 β 变为坐标系 $x_2y_2z_2$ (其中 y_1 轴和 y_2 轴相同), 第三次绕 z_2 轴转角 γ , 变为 XYZ 坐标系。下面推导 xyz 坐标系和 XYZ 坐标系间的关系。

$x_1y_1z_1$ 与 XYZ 的关系为:

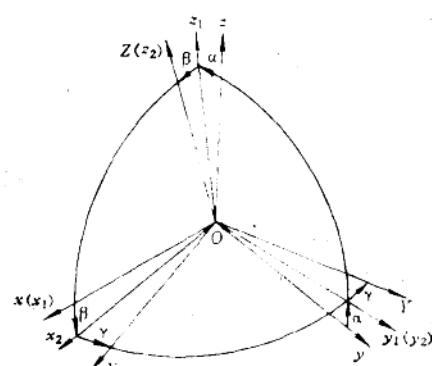


图1-5 坐标系的旋转

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1-1)$$

x_2, y_2, z_2 与 x_1, y_1, z_1 的关系为:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (1-2)$$

XYZ 坐标系与 x_2, y_2, z_2 坐标系的关系:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (1-3)$$

则 X, Y, Z 和 x, y, z 间的关系为:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1-4)$$

则 $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\beta & \cos\gamma\sin\beta\sin\alpha + \sin\gamma\cos\alpha & -\cos\gamma\sin\beta\cos\alpha + \sin\gamma\sin\alpha \\ -\sin\gamma\cos\beta & -\sin\gamma\sin\beta\sin\alpha + \cos\gamma\cos\alpha & \sin\gamma\sin\beta\cos\alpha + \cos\gamma\sin\alpha \\ \sin\beta & -\cos\beta\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

在陀螺导航系统的应用中, 若 α, β, γ 均为小角度, 这时式(1-5) 可简化为:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1-6)$$

式(1-6)是在小角度情况下描述两个具有共同原点的直角坐标系间关系的式子。其中的变换矩阵也称为方向余弦表, 在陀螺导航系统中经常使用。当 α, β, γ 在小角度的情况下, 这种旋转变换与绕坐标轴的次序无关, 即方向余弦表是唯一的。

§ 1.2 绝对加速度表达式

平台罗经中所用的电磁摆或加速度计所测量的是绝对加速度, 包括载体相对地理坐标系的运动加速度, 重力加速度, 哥氏加速度和离心加速度。对于平台罗经, 仅重力加速度是有用信号, 其它加速度都是有害干扰, 若能有效补偿掉, 将会大大提高平台罗经的精度。因此有必要讨论一下舰船在地球表面运动时的绝对加速度表达式。

一、地理坐标系相对惯性空间的旋转角速度

由于地球自转及舰船运动, 地理坐标系 X_s, Y_s, Z_s 相对惯性空间转动, 该旋转角速度在地理坐标系三根坐标轴 X_s, Y_s, Z_s 上的投影为:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{nx} &= -\frac{V_N}{R} \\ \omega_{ny} &= \frac{V_E}{R} + \Omega_s \cos \varphi \\ \omega_{nz} &= \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi + \Omega_s \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

其中, Ω_s 为地球自转角速度, φ 为纬度角, R 为地球半径, V_N 为舰船北向速度, V_E 为舰船东向速度。在式 (1-7) 中, $-\frac{V_N}{R}$ 、 $\frac{V_E}{R}$ 、 $\frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi$ 是舰船运动引起的部分, $\Omega_s \cos \varphi$ 、 $\Omega_s \sin \varphi$ 为地球自转引起的部分。

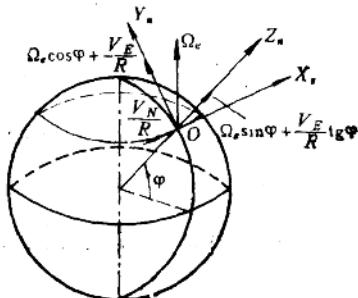


图1-6 地理坐标系的旋转角速度

如图 1-6 所示, 地球自转角速度在 Y_s 轴和 Z_s 轴上的分量分别为 $\Omega_s \cos \varphi$ 和 $\Omega_s \sin \varphi$, V_N 形成的旋转角速度在 X_s 轴负向, 大小为 $\frac{V_N}{R}$, V_E 形成的旋转角速度在 Y_s 轴和 Z_s 轴上的分量分别为 $\frac{V_E}{R}$ 和 $\frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi$ 。

二、绝对加速度表达式

当舰船在地球表面运动时, 加速度计或电磁摆所感受的绝对加速度 A 是其位置矢量 R 相对惯性坐标系的两次微分和地心引力加速度矢量 g_m 之差, 即:

$$A = \left[\frac{d^2}{dt^2} R \right]_I - g_m \quad (1-8)$$

位置矢量相对地球的变化率, 即舰船运动速度可表示为:

$$V = \left[\frac{d}{dt} R \right]_I \quad (1-9)$$

脚注 I 、 E 分别表示相对惯性空间和地球。

根据苛氏转动坐标定理 $\frac{d\tilde{B}}{dt} = \frac{d\tilde{B}}{dt} + \omega \times B$, 其中 B 为任意运动矢量, $\frac{d\tilde{B}}{dt}$ 为 B 的绝对变化率, $\frac{d\tilde{B}}{dt}$ 为相对变化率, $\omega \times B$ 为牵连变化率。我们有,

$$\left[\frac{d}{dt} R \right]_I = \left[\frac{d}{dt} R \right]_E + \Omega_s \times R = V + \Omega_s \times R \quad (1-10)$$

而地理坐标系相对惯性空间以角速度 ω_n 转动，将式 (1-10) 代入式 (1-8)，并以脚注 n 表示相对地理坐标系的变化率，我们可得：

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \left[\frac{d}{dt} \mathbf{V} \right]_n + \frac{d}{dt} (\Omega_e \times \mathbf{R})_n - \mathbf{g}_m = \left[\frac{d}{dt} \mathbf{V} \right]_n + \omega_n \times \mathbf{V} + \frac{d}{dt} (\Omega_e \times \mathbf{R})_n \\ &\quad + \Omega_e \times (\Omega_e \times \mathbf{R}) - \mathbf{g}_m = \left[\frac{d}{dt} \mathbf{V} \right]_n + \omega_n \times \mathbf{V} + \Omega_e \times \mathbf{V} + \Omega_e \times (\Omega_e \times \mathbf{R}) - \mathbf{g}_m \end{aligned} \quad (1-11)$$

重力加速度矢量 \mathbf{g} 是由地心引力加速度及地球自转引起的离心加速度两部分组成的。即：

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_m - \Omega_e \times (\Omega_e \times \mathbf{R}) \quad (1-12)$$

将式 (1-12) 代入式 (1-11)，我们可以得到加速度计所测得的绝对加速度为：

$$\mathbf{A} = \left[\frac{d}{dt} \mathbf{V} \right]_n + (\omega_n + \Omega_e) \times \mathbf{V} - \mathbf{g} \quad (1-13)$$

式中 $\left[\frac{d}{dt} \mathbf{V} \right]_n$ 为相对地理坐标系的运动加速度， $(\omega_n + \Omega_e) \times \mathbf{V}$ 为哥氏加速度及舰船运动引起的离心加速度之和， \mathbf{g} 为重力加速度。

$\left[\frac{d}{dt} \mathbf{V} \right]_n$ 在地理坐标系三根轴上的分量为： \dot{V}_{nx} , \dot{V}_{ny} , \dot{V}_{nz} 。 $(\omega_n + \Omega_e) \times \mathbf{V}$ 在地理坐标系三根轴上的分量为：

$$\begin{aligned} (\omega_n + \Omega_e) \times \mathbf{V} &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ (\omega_{nx} + \Omega_{enz}) & (\omega_{ny} + \Omega_{enz}) & (\omega_{nz} + \Omega_{enz}) \\ V_{nx} & V_{ny} & V_{nz} \end{vmatrix} \\ &= i [(\omega_{ny} + \Omega_{enz})V_{nx} - (\omega_{nx} + \Omega_{enz})V_{ny}] \\ &\quad + j [(\omega_{nx} + \Omega_{enz})V_{ny} - (\omega_{ny} + \Omega_{enz})V_{nx}] \\ &\quad + k [(\omega_{nx} + \Omega_{enz})V_{nz} - (\omega_{nz} + \Omega_{enz})V_{nx}] \end{aligned} \quad (1-14)$$

而

$$\left. \begin{array}{l} \Omega_{nx} = 0 \\ \Omega_{ny} = \Omega_e \cos \varphi \\ \Omega_{nz} = \Omega_e \sin \varphi \end{array} \right\} \quad (1-15)$$

将式 (1-15) 代入式 (1-14) 中，得：

$$\begin{aligned} (\omega_n + \Omega_e) \times \mathbf{V} &= i \left[\left(2\Omega_e \cos \varphi + \frac{V_{nx}}{R} \right) V_{ny} - \left(2\Omega_e \sin \varphi + \frac{V_{nx}}{R} \operatorname{tg} \varphi \right) V_{ny} \right] \\ &\quad + j \left[\left(2\Omega_e \sin \varphi + \frac{V_{nx}}{R} \operatorname{tg} \varphi \right) V_{nx} + \frac{V_{ny}}{R} V_{nx} \right] \\ &\quad + k \left[- \frac{V_{ny}}{R} - \left(2\Omega_e \cos \varphi + \frac{V_{nx}}{R} \right) V_{nx} \right] \end{aligned} \quad (1-16)$$

\mathbf{g} 在地理坐标系三根轴上的分量为：

$$\left. \begin{array}{l} g_{nx} = 0 \\ g_{ny} = 0 \\ g_{nz} = -g \end{array} \right\} \quad (1-17)$$

根据式 (1-13)，绝对加速度 \mathbf{A} 在地理坐标系三根轴上的分量为：

$$\left. \begin{aligned} A_{nx} &= \dot{V}_{nx} + \left(2\Omega_e \cos \varphi + \frac{V_{ny}}{R} \right) V_{nx} - \left(2\Omega_e \sin \varphi + \frac{V_{nx}}{R} \operatorname{tg} \varphi \right) V_{ny} \\ A_{ny} &= \dot{V}_{ny} + \left(2\Omega_e \sin \varphi + \frac{V_{nx}}{R} \operatorname{tg} \varphi \right) V_{nx} + \frac{V_{ny}}{R} V_{nx} \\ A_{nz} &= \dot{V}_{nz} - 2\Omega_e \cos \varphi V_{nx} - \frac{V_n^2}{R} + g \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

对于一般舰船来说，垂直方向的速度比水平方向小得多，可以忽略，这时式(1-18)可以写为：

$$\left. \begin{aligned} A_{nx} &= \dot{V}_{nx} - 2V_{ny}\Omega_e \sin \varphi - \frac{V_{nx}V_{ny}}{R} \operatorname{tg} \varphi \\ A_{ny} &= \dot{V}_{ny} + 2V_{nx}\Omega_e \sin \varphi + \frac{V_{nx}^2}{R} \operatorname{tg} \varphi \\ A_{nz} &= \dot{V}_{nz} - 2V_{nx}\Omega_e \cos \varphi - \frac{V_n^2}{R} + g \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

其中， \dot{V}_{nx} 、 \dot{V}_{ny} 、 \dot{V}_{nz} 为舰船运动加速度在地理坐标系上的分量； $-2V_{ny}\Omega_e \sin \varphi$ 、 $2V_{nx}\Omega_e \sin \varphi$ 及 $-2V_{nx}\Omega_e \cos \varphi$ 为哥氏加速度项； $-\frac{V_{nx}V_{ny}}{R} \operatorname{tg} \varphi$ 、 $\frac{V_{nx}^2}{R} \operatorname{tg} \varphi$ 、 $-\frac{V_n^2}{R}$ 为离心加速度项。

实际上，舰船垂直方向的运动加速度及哥氏加速度、离心加速度项比起重力加速度 g 来要小得多，可以忽略。于是式(1-19)可简化为：

$$\left. \begin{aligned} A_{nx} &= \dot{V}_{nx} - 2V_{ny}\Omega_e \sin \varphi - \frac{V_{nx}V_{ny}}{R} \operatorname{tg} \varphi \\ A_{ny} &= \dot{V}_{ny} + 2V_{nx}\Omega_e \sin \varphi + \frac{V_{nx}^2}{R} \operatorname{tg} \varphi \\ A_{nz} &= g \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

在平台罗经中，两个水平放置的加速度计或电磁摆所测得的加速度并不是沿地理坐标系的分量 A_{nx} 和 A_{ny} ，而是沿平台水平轴的分量 A_{px} 和 A_{py} 。设平台坐标系和地理坐标系间的误差角为 α 、 β 、 γ （参看图1-5），根据方向余弦表有：

$$\left. \begin{aligned} A_{px} &= A_{nx} + \gamma A_{ny} - \beta g + \Delta A_x \\ A_{py} &= A_{ny} - \gamma A_{nx} + \alpha g + \Delta A_y \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

其中， ΔA_x 、 ΔA_y 分别为东向和北向加速度计的零位误差，都是要预先测定并进行补偿的。对于平台罗经来讲，加速度 A_{nx} 、 A_{ny} 都是有害的，需采取措施消除其影响。重力加速度 βg 、 αg 是有用信号。对惯性导航系统，运动加速度是有用信号，只需补偿哥氏加速度和离心加速度。

§ 1.3 载体航向和姿态的测量

一、水平姿态的测量——纵摇角与横摇角

运载体的姿态由载体坐标系 $X_bY_bZ_b$ 与其它参考坐标系间的转角来确定。运载体一般有陆上、海上、天上三类，因平台罗经多应用于舰船上，本书涉及的载体即为舰船，称 $X_bY_bZ_b$ 为舰船坐标系。

为了确定舰船水平姿态，需要一个描述水平基准的坐标系——航向坐标系 $X_bY_bZ_b$ 。以通过舰船坐标系原点铅垂向上的轴为 Z_b 轴，舰船坐标系的 Y_b 轴在水平面内的投影为 Y_s 轴， X_b 轴与 Y_b 轴 Z_b 轴构成右手直角坐标系，则称 $X_bY_bZ_b$ 为航向坐标系，如图 1-7 所示。

舰船水平姿态是通过测量舰船坐标系 $X_bY_bZ_b$ 和航向坐标系 $X_bY_bZ_b$ 间的转角来描述的。当 $X_bY_bZ_b$ 和 $X_bY_bZ_b$ 重合时称舰船处于地平位置；不重合时，用纵摇角 θ ，横摇角 γ 来测量这种倾斜度。

设初始时两坐标系重合，然后航向坐标系 $X_bY_bZ_b$ 绕水平 Y_b 轴负向旋转 γ 角，即 $\angle X_bOX_b$ ，参看图 1-7。称角 γ 为横摇角。接着，舰船坐标系 $X_bY_bZ_b$ 再绕 X_b 轴转角 θ ，即 OZ_b 与过 OZ_b 的铅垂面 $OX_bX_bZ_bZ'_b$ 所构成的二面角 $\angle Z_bOZ'_b$ ，称 θ 角为纵摇角。不难看出，纵摇角 θ 一般并不位于铅垂面内，但始终位于舰船的纵向平面 OY_bZ_b 内，其测量轴是 OX_b 轴，横摇角测量轴为 OY_b 轴。

二、舰船航向的测量

代表舰船首尾线的 OY_b 轴由于舰船纵横摇，一般不在当地水平面内。我们所指的舰船航向是首尾线 OY_b 在当地水平面内投影与真北方向的夹角，即航向坐标系 $X_bY_bZ_b$ 的 Y_b 轴与真北方向的夹角。该夹角 K 从北方向 N 顺时针为正，逆时针为负，如图 1-8 所示。

由此可见，要想测量舰船的航向和水平姿态，首先要解决的问题是在舰船上找到一个能模拟当地地平线（或铅垂线）及真北方向的物体，由它模拟出来的水平（铅垂）线及北方向称为人工姿态与航向基准，分别作为测量舰船姿态与航向的参考系。其次要解决的问题是怎样将舰船坐标系与模拟的参考系进行比较，测出纵摇角、横摇角和航向角。

要想在长期运动着的舰船上准确地模拟当地垂线与北方向，这是一个十分复杂的理论问题和技术问题，应用任何一种方案都不可避免地会带来或大或小的误差。一般，模拟方案所带来的误差在允许范围之内，就是可应用的。因为要求的精度越高，在为减少误差所付出的代价就越大。

能够提供水平基准的方案有摆，陀螺摆，径向修正陀螺地平仪；能够提供方向的方案有磁针，陀螺方位仪，陀螺罗经，陀螺罗经等；能同时提供水平与航向基准的方案有动力三轴陀螺稳定平台，平台罗经，惯导平台等。本书主要介绍平台罗经，在这里把和平台罗经有关的陀螺仪器原理作简要介绍。

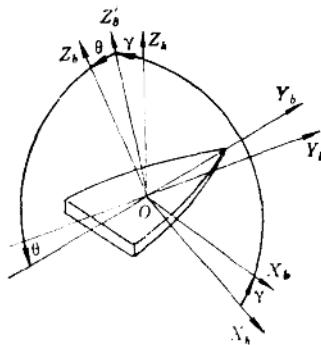


图 1-7 航向坐标系

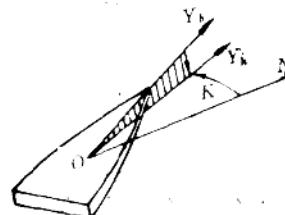


图 1-8 舰船航向的度量

§ 1.4 与平台罗经有关的陀螺仪原理简介

一、径向修正陀螺地平仪

在静基座上模拟真地垂线可以很简单地用摆来作为基准。但在舰船摇摆、旋回、加速时，摆就要指向视在垂线，即惯性力和重力合成的方向，且在偏离平衡位置后就要振荡，因此在无干扰时振荡的平均位置就反映了真垂线。由此可见，摆虽然具有跟踪当地垂线的能力，但因它的惯性小，极易受到加速度干扰，不能比较稳定地保持在需要跟踪的当地垂线上。

我们知道，二自由度陀螺仪具有定轴性，但定轴性是对惯性空间而言的。真垂线是地理坐标系的 Z_s 轴方向，因而二自由度陀螺仪在地理坐标系中表现出视运动，不能指示地垂线。即使初始时指向当地垂线方向，但过一段时间后，也将因视运动而偏离当地垂线位置。视运动是由于地理坐标系相对惯性坐标系的转动而产生的，即与地球自转和舰船运动有关，是一种系统误差，可以计算出来并加以补偿。陀螺仪再一个特点是具有高惯性，抗干扰能力很强，如能将摆的跟踪当地垂线的特性与陀螺仪的定轴性和抗干扰性结合起来，取长补短，便可在舰船上模拟当地地垂线了。即用摆寻找地垂线，控制陀螺仪，使陀螺仪主轴稳定在真垂线上。

具体来说，径向修正陀螺地平仪是把一个二自由度陀螺仪主轴 Z 垂直向上安放，具有绕内环轴 X 和外环轴 Y 进动的二个自由度，如图 1-9 所示。我们以稳定 X 轴方向的水

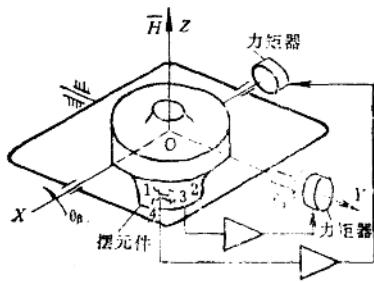


图1-9 径向修正陀螺地平仪原理图

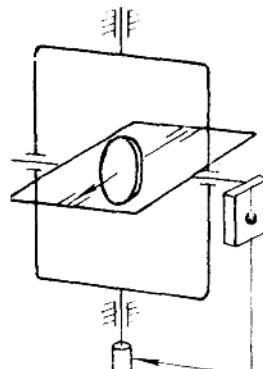


图1-10 主轴水平放置的陀螺地平仪

平来说明。摆 1~3 能测得陀螺转子轴 Z 绕 X 轴的失调角 θ_B 。当不考虑摆本身相对真垂线的误差时， θ_B 就是转子轴相对真垂线的偏离角。将这个失调角信号经放大等处理后，以一定形式的电信号加到 Y 轴力矩器上，产生绕 Y 轴的力矩，使陀螺转子轴向着消除失调角的方向沿最短途径（即径向）进动，使转子轴回到垂线位置。选择适当的力矩形式及陀螺仪参数，可使上述闭环系统具有所要求的性能，稳定在铅垂线上。陀螺主轴 Z 绕 Y 轴偏离铅垂线的情况和 X 轴相同，这样陀螺主轴 Z 就可在两个方向上稳定在当地铅垂线上了。

平台罗经中还会遇到图 1-10 那样配置的径向修正陀螺仪。这时陀螺自转轴水平放置，自转轴不水平时，摆产生信号，产生加到垂直轴上的力矩，使自转轴修正到水平位置。它的基本过程和上述主轴垂直安放的情况类似，不过这时只能稳定一个方向的水平。

二、陀螺方位仪

陀螺方位仪是使陀螺自转轴保持水平且能稳定在地理坐标系中某方向上的装置。初始对准后自转轴便能稳定在某个方位（比如北向），为舰船提供方向基准。因为它不像罗经那样能找北，所以也不存在陀螺罗经的高纬度不能工作和加速度误差问题。因此，在高纬度地区和舰船加速或旋回时，方位仪工作状态特别有利。平台罗经应具有转换到方位仪工作状态的能力。

因为指示方位是在水平面内测量的，因此方位仪的首要条件是自转轴要保持水平，像图 1-10 中那样，靠摆的作用就可实现这一点。但由于地球自转和舰船运动，自转轴并不能稳定在某个地理方位上。若像图 1-11 那样，在水平轴上加个力矩器，由解算装置控制。解算装置算出由舰船运动和地球自转引起的地理坐标系相对惯性空间旋转角速度在地理坐标系 Z_n 轴上的分量，即 $\omega_{nz} = \frac{V_R}{R} \operatorname{tg} \varphi + \Omega_s \sin \varphi$ ，亦即子午线的旋转速率。同时解算装置给力矩器施加相应的力矩，使陀螺自转轴以这一角速度进动，跟踪子午线的变化。这样，自转轴即可保持在初始对准的方位上，形成了陀螺方位仪。

三、陀螺罗经

古典陀螺罗经的找北原理是基于陀螺在惯性空间有定向性的最初想法。从图 1-12 中可见，二自由度陀螺的自转轴在惯性空间指向一恒星不变。在地球上则可见到在一个恒星日内自转轴端点描绘出一个圆的轨迹，其平衡位置在北极星。在图 1-12 中我们加上阻尼器，则如图中虚线所示，陀螺主轴端点轨迹最终将收敛于北极星，或者说这时陀螺具有了找北能力。但它还不能实用，一是因为它的周期长达 24 小时，二是陀螺自转轴是跟踪极轴的，虽在子午面内，但不在地理北方向（地理北方向是水平指北）。

为了缩短周期，如图 1-13 那样在陀螺上加一摆性。这样，当自转轴端点在地平面以上时，摆性产生的力矩使自转轴向西进动，当自转轴端点在水平面以下时，摆性力矩使自转轴向东进动。因此，自转轴端点就绕着真北方画出一个椭圆轨迹，如图 1-13 中实线所示。对于一个给定的陀螺，我们可以调整摆性的大小，来改变其周期。一般，经典的陀螺罗经为了消除舰船加速度引起的误差，取罗经无阻尼振荡周期为 84.4 分钟。若再在垂直或水平方向上加阻尼力矩，则自转轴端点的椭圆振荡轨迹将收敛，最终将稳定在接近水平面的子午线方向。可见，一个二自由度陀螺加上摆性力矩和阻尼力矩即可

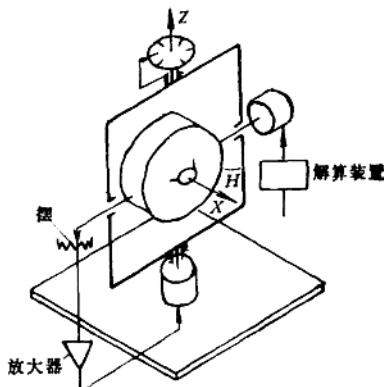


图 1-11 陀螺方位仪原理简图