

〔英〕J. C. 丹蒂 编

# 激光斑纹及有关现象

科学出版社

# 激光斑纹及有关现象

[英] J. C. 丹蒂 编

黄乐天 王天及 林仕英 译

科学出版社

1981

## 内 容 简 介

本书较全面地介绍了激光斑纹及有关现象。内容包括相干光和部分相干光形成的斑纹图样与统计特性，减弱斑纹的方法，以及斑纹效应在各方面的应用等。

本书适合有关激光方面科研和教学人员参考。

Edited by J. C. Dainty

### LASER SPECKLE AND RELATED PHENOMENA

Springer-Verlag 1975

## 激光斑纹及有关现象

〔英〕J. C. 丹蒂 编

黄培天 王天及 林仕英 译

责任编辑 刘海龄

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

石家庄地区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1981年8月第一版 开本：787×1092 1/32

1981年8月第一次印刷 印张：9 1/8

印数：0001—3,050 字数：205,000

统一书号：15031·355

本社书号：2239·15—4

定价：1.45 元

## 译 者 的 话

斑纹图样是指相干光被粗糙表面或不均匀媒质散射而形成的随机强度分布，它具有颗粒状的外貌。在六十年代早期，人们只看到它影响分辨率等不利的一面，因而设法使它减至最弱。其后随着认识的深化，反过来以这种效应为基础，形成了斑纹干涉量度学等新课题。目前在工程技术以及天文学中已经有了越来越广泛的应用。

本书较全面地介绍了激光斑纹及其有关现象。内容包括相干光和部分相干光形成的斑纹图样的统计特性，减弱斑纹的方法，以及斑纹效应在各方面的应用等。适合有关科研和教学人员参考。

原书中的一些明显错误，在译文中已作了改正，一般未加注明。由于水平所限，译文中一定会有不妥甚至错误之处，请读者批评指正。

## 序　　言

自从激光器发明以后，对无规斑纹图样的兴趣已日益增长，这种斑纹是由这类高度相干的激光光源发出的光被粗糙表面或不均媒质散射时产生的。事实上，斑纹现象从牛顿那个时代就已经知道了，但是激光的发展既对此加深了理解，并导致了许多新的应用。

在编辑本书时，我们试图包括本课题中当前大家感兴趣的三个主要方面。首先我们描述相干光和部分相干光中形成的斑纹图样的基本统计。通过考虑相对简单的散射体模型，有可能给出相当全面的统计描述，其中包括大多数有实际意义的参量。其次是光学系统中斑纹的减弱，斑纹在其中构成不需要的背景“噪声”，例如在全息术中就是如此。本书的最后三章是关于斑纹图样各种广泛的应用，其范围从天文学确定星体直径到机械工程测量位移。

本书主要供在光学系统中使用激光器从事物理学及工程方面研究的工作者和大学生使用。由于斑纹图样现在（以及推测到未来）应用广泛，我们希望它也将引起其它学科里的科学家和工程师们的兴趣。

我想趁此机会感谢我的合作撰稿者——A. E. Ennos, M. Françon 教授, J. W. Goodman 教授, T. S. McKechnie 博士和 G. Parry——为准备他们的稿件而花出了时间、精力和热忱。

C. Dainty

1975年8月 于伦敦

# 目 录

## 译者的话

## 序言

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 第一章 导言 .....                    | 1  |
| 参考文献 .....                      | 7  |
| 第二章 激光斑纹图样的统计特性 .....           | 9  |
| 2.1 斑纹及其起因 .....                | 9  |
| 2.2 偏振斑纹图样的一级统计 .....           | 12 |
| 2.2.1 复平面内的无规移动 .....           | 12 |
| 2.2.2 复振幅统计 .....               | 14 |
| 2.2.3 强度与相位统计 .....             | 16 |
| 2.2.4 强度统计的实验证实 .....           | 18 |
| 2.3 斑纹图样之和的一级统计 .....           | 19 |
| 2.3.1 斑纹图样按振幅相加 .....           | 19 |
| 2.3.2 斑纹图样按强度相加 .....           | 20 |
| 2.3.3 部分偏振的斑纹图样 .....           | 26 |
| 2.4 斑纹图样与相干背景之和的一级统计 .....      | 29 |
| 2.4.1 无规移动加一恒相位复矢 .....         | 29 |
| 2.4.2 强度的一级统计 .....             | 30 |
| 2.4.3 相位的一级统计 .....             | 33 |
| 2.5 斑纹的某些二级统计特性 .....           | 34 |
| 2.5.1 自相关函数与功率谱密度——自由空间几何 ..... | 35 |
| 2.5.2 自相关函数与功率谱密度——成象几何 .....   | 40 |
| 2.5.3 强度与相位的二级概率密度函数 .....      | 41 |
| 2.6 积分斑纹图样与模糊斑纹图样的二级统计 .....    | 46 |
| 2.6.1 积分与模糊斑纹的平均与方差 .....       | 47 |

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| 2.6.2 积分斑纹的概率密度函数的近似形式        | 51         |
| 2.6.3 积分斑纹的精确概率密度函数           | 54         |
| 2.6.4 部分偏振斑纹图样的积分             | 58         |
| <b>2.7 表面结构对单色偏振斑纹图样的影响</b>   | <b>60</b>  |
| 2.7.1 粗糙表面上波的有限相关面积的影响        | 61         |
| 2.7.2 表面相关函数与反射波互强度之间的关系      | 64         |
| 2.7.3 斑纹衬比对表面粗糙度的依赖关系         | 67         |
| <b>参考文献</b>                   | <b>73</b>  |
| <b>第三章 部分相干光的斑纹图样</b>         | <b>77</b>  |
| <b>3.1 多色光的斑纹图样</b>           | <b>78</b>  |
| 3.1.1 基本公式                    | 79         |
| 3.1.2 光谱相关函数                  | 81         |
| 3.1.3 多色图样的一级统计               | 87         |
| 3.1.4 二级统计                    | 96         |
| <b>3.2 准单色光的斑纹图样</b>          | <b>102</b> |
| 3.2.1 夫琅和费平面斑纹图样              | 103        |
| 3.2.2 象平面内的空间相干效应             | 111        |
| <b>3.3 具有任意相干性的光所产生的斑纹图样</b>  | <b>115</b> |
| <b>参考文献</b>                   | <b>120</b> |
| <b>第四章 斑纹的减弱</b>              | <b>124</b> |
| <b>4.1 背景资料</b>               | <b>124</b> |
| <b>4.2 减弱斑纹的技术</b>            | <b>127</b> |
| 4.2.1 减弱时间与空间相干性              | 127        |
| 4.2.2 有裕量的无斑纹全息图              | 129        |
| 4.2.3 Martienssen 与 Spiller 法 | 130        |
| 4.2.4 用有限孔径扫描象                | 131        |
| 4.2.5 移动孔径同时观察时间平均象           | 132        |
| <b>4.3 边使用移动孔径边按时间平均使斑纹减弱</b> | <b>133</b> |
| 4.3.1 时间平均的自相关函数              | 135        |
| 4.3.2 时间平均强度的概率密度函数           | 140        |
| 4.3.3 “最佳”孔径形状                | 143        |

|   |     |
|---|-----|
| <b>4.4 用空间部分相干光照明使斑纹减弱</b> .....            | 145 |
| 4.4.1 远场情况 .....                            | 145 |
| 4.4.2 象平面情况 .....                           | 146 |
| <b>4.5 通过有限孔径观察斑纹图样使斑纹减弱</b> .....          | 153 |
| 4.5.1 自相关函数 .....                           | 153 |
| 4.5.2 强度的概率密度函数 .....                       | 155 |
| <b>4.6 用时间部分相干光照明使斑纹减弱</b> .....            | 157 |
| 4.6.1 远场情况 .....                            | 157 |
| 4.6.2 像平面情况 .....                           | 161 |
| <b>4.7 互相关函数</b> .....                      | 167 |
| 4.7.1 高维互相关函数 .....                         | 168 |
| 4.7.2 互相关函数中无关紧要的相位项 .....                  | 170 |
| <b>参考文献</b> .....                           | 174 |
| <b>第五章 用斑纹图样进行信息处理</b> .....                | 176 |
| <b>5.1 漫射光的干涉</b> .....                     | 176 |
| <b>5.2 对横向位移的斑纹图样曝光的照相底片所产生的干涉条纹</b> .....  | 179 |
| 5.2.1 两次相继曝光的记录(Burch 与 Tokarski 的实验) ..... | 180 |
| 5.2.2 多次相继曝光的记录 .....                       | 181 |
| 5.2.3 用双折射晶片同时记录 .....                      | 182 |
| 5.2.4 曝光时连续移动照相底片 .....                     | 183 |
| <b>5.3 对纵向移动斑纹图样曝光的照相底片所产生的干涉条纹</b> .....   | 184 |
| <b>5.4 光学处理时作为无规载波的调制斑纹图样</b> .....         | 185 |
| 5.4.1 一般原理 .....                            | 185 |
| 5.4.2 两个像之间差别的探测 .....                      | 187 |
| 5.4.3 信息的译出 .....                           | 190 |
| 5.4.4 衬比反转 .....                            | 191 |
| 5.4.5 用二元栅(Binary Grid)进行空间滤波 .....         | 192 |
| <b>5.5 用斑纹图样作信息存贮</b> .....                 | 193 |

|  |            |
|--|------------|
| 5.5.1 用定向斑纹作信息存贮 .....                   | 193        |
| 5.5.2 用多次曝光作信息存贮 .....                   | 195        |
| 5.6 用调制斑纹图样的光学处理来研究物体位移 .....            | 196        |
| 5.6.1 用双光束照明测量位移 .....                   | 196        |
| 5.6.2 位移远小于一个斑纹颗粒直径的情况 .....             | 198        |
| 5.6.3 位移大于一个斑纹颗粒直径的情况 .....              | 199        |
| 5.6.4 用双曝光及单向照明测量位移 .....                | 200        |
| 5.6.5 在位移期间用连续曝光法测量位移 .....              | 203        |
| 参考文献 .....                               | 204        |
| <b>第六章 斑纹干涉量度学 .....</b>                 | <b>205</b> |
| 6.1 背景资料 .....                           | 205        |
| 6.2 激光斑纹场的干涉 .....                       | 209        |
| 6.2.1 单个斑纹场的大小和亮度分布 .....                | 209        |
| 6.2.2 斑纹和均匀场的相干结合 .....                  | 212        |
| 6.2.3 两个斑纹场的相干和不相干结合 .....               | 213        |
| 6.3 目视斑纹干涉量度学 .....                      | 213        |
| 6.3.1 具有均匀参考场的目视仪器 .....                 | 213        |
| 6.3.2 应用于探测振动和运动 .....                   | 215        |
| 6.4 使用照相记录的斑纹干涉量度学 .....                 | 218        |
| 6.4.1 结合两个斑纹场的干涉仪 .....                  | 218        |
| 6.4.2 两个斑纹场相关的方法 .....                   | 220        |
| 6.4.3 测量面内位移的斑纹干涉仪 .....                 | 223        |
| 6.4.4 斑纹切变干涉仪 .....                      | 227        |
| 6.4.5 利用斑纹干涉量度学作等高线 .....                | 231        |
| 6.5 电子斑纹图样干涉量度学 .....                    | 233        |
| 6.5.1 电子斑纹图样干涉量度学和全息干涉量度学之<br>间的关系 ..... | 234        |
| 6.5.2 斑纹干涉量度学中的电视系统 .....                | 235        |
| 6.5.3 利用电子斑纹图样干涉量度学进行振动分析 .....          | 236        |
| 6.5.4 利用电子斑纹图样干涉量度学测量位移 .....            | 237        |
| 6.6 斑纹照相测量 .....                         | 238        |

|                              |            |
|------------------------------|------------|
| 6.6.1 测量表面位移 .....           | 239        |
| 6.6.2 测量表面转动(倾斜) .....       | 241        |
| 6.6.3 利用斑纹照相进行振动测量 .....     | 243        |
| 6.6.4 斑纹照相测量的应用 .....        | 245        |
| 6.6.5 工程测量使用斑纹干涉量度学的限制 ..... | 247        |
| 6.7 直接观察激光斑纹探测振动 .....       | 249        |
| 6.7.1 转动波节的探测 .....          | 250        |
| 6.7.2 可变灵敏度的辅助漫射体方法 .....    | 252        |
| 参考文献 .....                   | 253        |
| <b>第七章 星体斑纹干涉量度学 .....</b>   | <b>256</b> |
| 7.1 基本原理 .....               | 256        |
| 7.1.1 方法概述 .....             | 256        |
| 7.1.2 理论概述 .....             | 259        |
| 7.2 传递函数 .....               | 260        |
| 7.2.1 简单大气模型 .....           | 260        |
| 7.2.2 对数正态模型 .....           | 263        |
| 7.2.3 望远镜象差的影响 .....         | 264        |
| 7.2.4 大气施加的限制 .....          | 266        |
| 7.3 信噪比 .....                | 268        |
| 7.3.1 信噪比表达式 .....           | 268        |
| 7.3.2 极限星等 .....             | 271        |
| 7.4 测定物体强度分布 .....           | 272        |
| 7.4.1 斑纹全息术 .....            | 272        |
| 7.4.2 数值方法 .....             | 274        |
| 7.4.3 光学预处理 .....            | 277        |
| 7.5 斑纹干涉量度学的实际操作 .....       | 277        |
| 7.5.1 信息收集和处理 .....          | 277        |
| 7.5.2 长基线干涉量度学 .....         | 279        |
| 参考文献 .....                   | 280        |

# 第一章 导 言

J. C. Dainty

当适度相干光从粗糙表面反射或通过折射率无规涨落的媒质传播时，就形成无规的强度分布，今后我们就称它为斑纹图样（见图 1.1）。当使用高度相干的激光时，即使对于漫不经心的观察者也可清晰见到这种图样。一般地说，斑纹图样的统计特性既取决于入射光的相干性，也取决于无规表面或媒质的细致特性。不过对于完全相干光，如果散射体引起的程差大于一个波长，则几乎与无规散射体无关。虽然这里涉及的是可见区的相干光散射时产生的无规斑纹图样，但

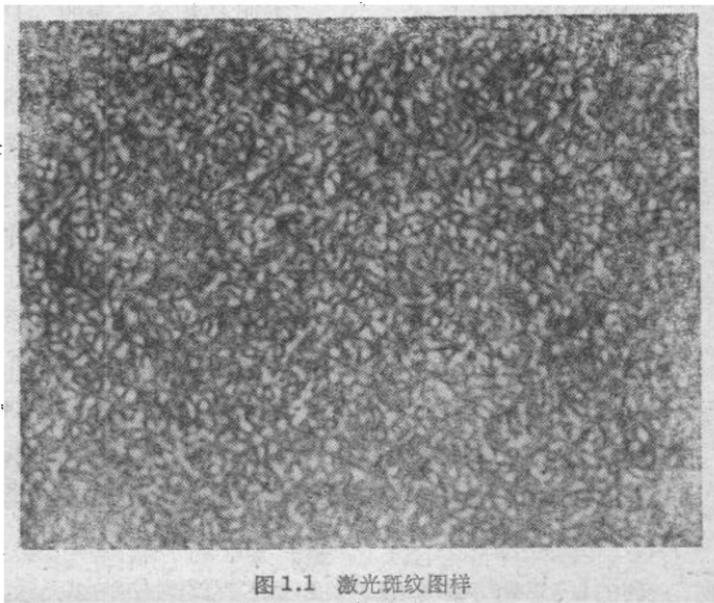


图 1.1 激光斑纹图样

应强调指出，在别的电磁波谱区以及对于粒子都出现与此有密切关系的现象；典型的例子是 X 射线在液体中的散射，雷达的“扰乱回波”以及电子被非晶态碳膜散射。

由于二十世纪六十年代初期激光器的发明，我们在本书中将集中注意这个课题的发展。从牛顿那时起已经有许多科学工作者研究过斑纹现象，牛顿当时说明了对恒星可观察到闪烁的论据，而对行星观察不到闪烁这一事实<sup>[1.1]</sup>，现在我们可根据这两种光源有不同的空间相干性而对此作出解释。星光通过大气传播而形成的斑纹图样与通常在实验室里见到的斑纹图样，实际上性质稍有不同，前者将在第七章中进一步讨论。

十九世纪后期，散射光干涉现象如牛顿漫射环或 Quêtelet 条纹<sup>[1]</sup>，以及当适度相干光被覆盖有小颗粒的玻璃片衍射时产

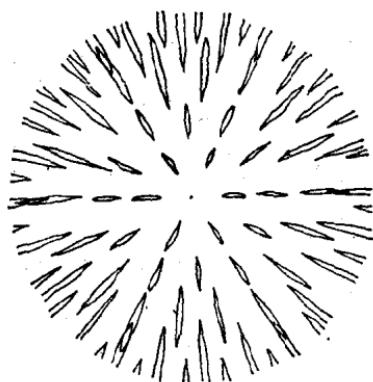


图 1.2 Exner 的辐射颗粒状结构草图。他在玻璃片上哈气后，在玻璃片的衍射图样观察到的。他用蜡烛作光源  
1.3)。Exner 认为图样的辐射状态是由于所用光源不是很单

生的夫琅和费衍射环，都表明是相当有趣的。1877 年 Exner<sup>[1,2,3]</sup>画出了他在夫琅和费中央亮环内观察到的辐射颗粒状斑纹图样的草图，如图 1.2 所示。约四十年后，1914 年劳厄<sup>[1,4]</sup>发表了用涂满了石松子粉末的玻璃片得到的夫琅和费环的照片，它清楚地显示出 Exner 画过的辐射颗粒状结构（见图

1) 在背面镀银的平面镜前表面上轻微撒上细粉末（或对它哈气使失去光泽），注视镜内靠近眼睛的火焰或闪光灯的象，就不难观察到 Quêtelet 条纹。

色所引起的，这点后来被 de Haas<sup>[1.6]</sup> 所证实；非单色性（部分时间相干性）的效应将在第三章中详细讨论。劳厄<sup>[1.6,7]</sup>相当完整地描述了在夫琅和费中央环内发现的斑纹图样的统计特性，包括二级概率密度函数与强度自相关函数的推导。这方面的一些早期工作已由 Schiffner<sup>[1.8a]</sup> 与 Hariharan<sup>[1.8b]</sup> 作过评论。

目前对斑纹图样的兴趣大致在六个主要方面：

- (i) 基本统计特性，
- (ii) 在光学系统与全息系统中减弱斑纹，
- (iii) 表面粗糙度的测量，
- (iv) 象处理中的应用，
- (v) 计量学中的应用，
- (vi) 星体斑纹干涉量度学。

一般地说，斑纹图样的统计特性可能相当复杂，在第二章和第三章中分别对相干光与部分相干光予以详细分析。但如果 (a) 光是完全相干的，(b) 无规媒质引起的相位涨落大于  $2\pi$ ，(c) 媒质不使光消偏振，以及(d) 大量散射中心对观察平面内某点的强度均有贡献，然后利用中心极限定理，就能比较直接了当地得出这种斑纹图样内某点的强度具有负指数的概率密

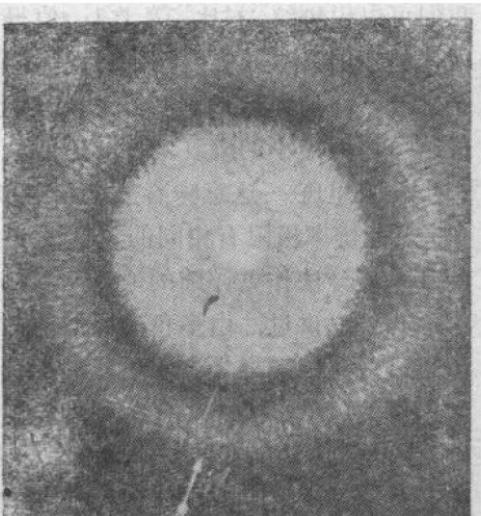


图 1.3 劳厄用一块涂有石松子粉末的玻璃片产生的衍射图样的照片。碳弧灯光通过一个棱镜，用 420—430nm 波段来照亮样品

度函数。对于这种分布，标准偏差与平均值的比率为 1，因此我们可以说斑纹“衬比”等于 1；值得注意的是这种斑纹图样中任何点的最可几强度均为零。无规图样的横向结构用自相关函数严格地确定。不严格地说，在上述条件成立的情况下，斑纹图样内最小的斑纹“尺寸”近似地等于不存在无规媒质时产生的爱里斑。这意味着一个光学象中的斑纹的尺寸与（无象差）分辨率极限有相同数量级。在第二章中将对单色光的基本统计法作更详细的论述。

我们已讲过，由多色光照明的无规物体的夫琅和费平面内形成的斑纹图样具有辐射状的结构，这种结构不仅依赖于散射体的特性，同时也依赖于光的带宽。这意味着统计特性随观察平面内的全部位置而改变（即不稳定的），这在第三章中正式论述。已弄清楚，研究这种情况最巧妙的方法是利用自相关函数，它用的是径向与方位散射角而不是较普通的直角  $(x, y)$  坐标。部分空间相干性不影响斑纹图样的稳定性，但基本上降低了衬比，并且在某些情况下可能引起斑纹的“尺寸”变大。这也将在第三章中详细研究。

已发现，当制作一张非漫射物体的菲涅耳全息图时，例如浸在折射率匹配的媒质内的透明照片，重现的质量受到全息图上任何刻痕或记号的严重影响。如果把一个漫射体（例如毛玻璃）放在透明照片前面，使得物体被斑纹图样照明（“漫射相干照明”），则上述那种影响就能减弱到可忽略的程度。遗憾的是在重现时也获得了斑纹图样。当然，对于原来光学上粗糙的物体，我们总是在重现时获得斑纹噪声的。已作过各种尝试来减弱漫射物体重现时的斑纹，这些在第四章中叙述。在这些情况下减弱斑纹噪声而仍保留一个相干的象，实际上是不可能的；所有使斑纹减弱的方法都牵涉到引入一定程度的部分相干性。但对于非漫射物体，设计相位屏以增加

全息图的裕量而不引入斑纹噪声则是可能的，不过我们不能把它归作斑纹减弱，因为一开始就没有出现斑纹。

近几年来，人们的兴趣已从不想要斑纹图样转到利用斑纹图样，并已发现了它的广泛应用。最明显的应用多半是测量表面的粗糙度；如果斑纹图样是由入射到粗糙表面上的相干光产生的，则无疑其统计分布必定依赖于细致的表面特性。虽然这是准确无疑的，但从斑纹图样中取出有意义的表面参数一般是很困难的，尤其是对于用单色光照明的很粗糙的表面，对粗糙度的依赖关系几乎可以忽略。这个困难是评价表面结构的许多光学方法所共有的。有两种特殊情况取出表面粗糙度的信息是较简单的：(a) 表面粗糙度的方均根小于一个波长，该表面用完全相干光照明 (b) 表面粗糙度方均根大于一个波长，该表面用多色空间相干光照明。这些情况分别在第二章和第三章中讨论。

斑纹图样应用的另一个主要领域，我们可广义地称为“信息处理”。正如关于全息术中已提到的那样，引入漫射体在光学系统接收角内均匀散射（即在系统的空间频率带宽内均匀散射）将以产生高度余量的有效方式对物体的信息编码。因此，斑纹图样可以用作信息的无规载体（例如探测两个象之间的差别）或用于数据存储。这些应用在第五章中叙述。另一个在工程技术中日益重要的有关应用，是用斑纹图样来研究在机械元件无损测试中出现的物体位移和畸变（“斑纹干涉量度学”和“斑纹照相术”）。在这种情况下斑纹方法的主要优点是可以调节斑纹大小使它适合最方便的探测器的分辨能力，如果需要的话，同时仍在干涉量度上保留位移的信息。以使用电视摄像机与磁带录象器为基础的“电子”斑纹图样干涉量度学已发展到高度复杂化。计量学中的这些应用在第六章中讨论。

目前斑纹技术最令人兴奋的应用之一是在天文学领域内。如果对一颗未分辨的星（点光源）的放大象作短曝光照相，则照片具有类斑纹结构。这种斑纹在许多方面都类似于在实验室里用激光产生的斑纹，特别是斑纹大小与望远镜的爱里斑有相同的数量级。这意味着对可分辨物体（例如双星）的短曝光照相含有低至望远镜衍射极限的物体信息；这对于5米的Mt. Palomar望远镜近似为0.02弧秒，不过极限通常由大气能见度而定，对于通常的长曝光照相近似为1弧秒。这种技术与计量学中所用的斑纹法有很多相似之处，第七章中将讨论这种技术。

有多种这样的应用，其中斑纹图样用来作为光学系统和其他记录系统，如照相机、照相乳胶和眼睛等的测试图样。这些在以后各章中就不详细讨论了，所以在下面扼要地叙述一下。

如果平行的激光束射入照相机内，则它理想地聚焦成一小点。如果照相机不聚焦在无穷远处，则底片被一块粗略为圆形的小面积所照明。被底片的漫射表面反射回来的光可以观察到，它作为透镜光阑平面处的斑纹图样，其斑纹大小与被照明的圆斑大小成反比。如果这个圆斑移动，斑纹也移动，并且移动率也与圆斑大小成反比。因此我们就有了两个判据——圆斑大小和移动率，可用来确定焦点误差或焦点精密定位<sup>[1,9]</sup>。这种技术可以推广到测量照相机与底片系统除畸变外的所有第一级象差。

斑纹图样用作测试物体的另一个例子是测量照相乳胶的调制传递函数<sup>[1,10]</sup>。在这种情况下，一幅很精细的斑纹图样用来作为“白”噪声曝光分布。在这些条件下可以表明，所记录的噪声图样的功率谱或维纳谱与照相乳胶的调制传递函数的平方成正比。这是一个很简单和快速的测量调制传递函数

的方法，不依赖于使用正弦图，后者在作图和使用上都带来困难。

斑纹图样也可以用来检验眼睛的折射状态<sup>[1.11-14]</sup>。如果一个被相干光照明的漫射表面垂直于观察者的视线移动，则斑纹会显得相对于表面而移动。假设有一只正常的眼睛，相对于表面作反方向移动就显出调节不足，而随着表面作移动就显出调节过度。如果斑纹不移动而恰似“沸腾”着，则观察表面与视网膜光学共轭。这就构成了用来检验眼睛的主观折射的激光折射器的基础。

最后还要指出斑纹现象的理论与相干性理论非常相似。在斑纹理论中对系统平均与当描述光场相干性时对时间平均是等效的。时变斑纹现象如液晶显示或活体引起的散射<sup>[1.15]</sup>，清楚地表明这两个领域之间的紧密联系，它们本来就是同一问题的两个方面。

### 参 考 文 献

- [1.1] I. Newton: *Opticks* (Reprinted by Dover Press, New York 1952) Book I, Part I. Prop. VIII, Prob. II. (1730).
- [1.2] K. Exner: *Sitzungsber. Kaiserl. Akad. Wiss. (Wien)* **76**, 522 (1877).
- [1.3] K. Exner: *Wiedemanns Ann. Physik* **9**, 239 (1880).
- [1.4] M. von Laue: *Sitzungsber. Akad. Wiss. (Berlin)* **44**, 1144 (1914).
- [1.5] W. J. de Haas: *Koninkliche Acad. van Wetenschager (Amsterdam)* **20**, 1278 (1918).
- [1.6] M. von Laue: *Mitt. Physik. Ges. (Zürich)* **18**, 90 (1916).
- [1.7] M. von Laue: *Verhandl Deutsch. Phys. Ges.* **19**, 19 (1917).
- [1.8a] G. Schiffner: Dr. Dissertation, Tech. University, Vienna (1966); and Proc. IEEE **53**, 1245 (1965).
- [1.8b] P. Hariharan: *Optica Acta* **19**, 791 (1972).
- [1.9] L. H. Tanner: *Appl. Opt.* **13**, 2026 (1974).