

机械零件

机械工业出版社

机 械 零 件

(計算与設計資料汇集)

下 卷

增訂第二版

[苏] H.C. 阿切尔康主编



机械工业出版社

「机械零件」(計算与設計資料汇集)是根据「苏联机器制造百科全书」第二卷增編而成的，故「苏联机器制造百科全书」第二卷的中譯本即以本书代替。

本书第一版于 1951 年出版，主編者为技术科学博士薩威林(M. A. Саверин)教授；第二版于 1954 年出版，由技术科学博士阿切尔康 (H. C. Ачерткан)教授主編。

本书对于机械零件范围所涉及的问题都有述及，資料丰富而且較新。书中列有机械零件計算及設計时所需的各种公式、数据并附有許多图表，主要章节之后还附有示范的設計举例。

本书分上、下两卷出版。

本书的讀者对象为机械設計師、工程技术人员，并可作为高等工业学校的教学参考书。

Н.С.Ачерткан

Детали Машин (Сборник Материалов по
Расчету и Конструированию) Ⅱ
Машгиз 1954

(根据苏联國立機器制造科技書籍出版社一九五四年第二版譯出)

* * *

机 械 零 件

(計算与設計資料汇集)

下 卷

(苏) H.C. 阿切尔康 主編

項富等譯

*

机械工业出版社出版 (北京麻州胡同 141 號)

(北京市書刊出版業營業許可證出字第 117 號)

五三五工厂印刷

新华书店北京发行所发行・各地新华书店經售

*

开本 787 × 1092¹/₁₆ • 印張 30⁷/₈ • 插頁 2 • 字数 953 千字

1957 年 5 月北京第一版 • 1965 年 6 月北京第四次印刷

印数 17,601—28,800 • 定价(科七)5.30 元

(1963 年 11 月中国工业出版社北京新一版,印 5,110 册)

*

统一书号：15033 • 547(762)

本 書 作 者

技术科学副博士別里雅耶夫(В. Н. Беляев)副教授,技术科学副博士比傑爾曼(В. Л. Бидерман),技术科学副博士伯羅維奇(Л. С. Борович),噶新斯基(А. Г. Гашинский)工程师,技术科学博士哥罗傑茲基(И. Е. Городецкий)教授,技术科学博士伊凡諾夫(Б. А. Иванов)教授,技术科学副博士克罗米采夫(А. А. Коломийцев)副教授,技术科学博士克拉格尔斯基(И. В. Крагельский)教授,馬澤林(И. В. Мазырин)工程师,技术科学副博士馬尔狄諾夫(А. Д. Мартынов),技术科学博士尼古拉耶夫(Г. А. Николаев)教授,技术科学博士彼德魯雪維契(А. И. Петрусевич),波茲德尼雅可夫(С. Н. Поздняков)副教授,技术科学博士波諾瑪列夫(С. Д. Пономарев)教授,技术科学副博士波爾托加洛娃(А. А. Португалова),技术科学副博士普劳宁(Б. А. Пронин),技术科学博士列施多夫(Д. Н. Решетов),技术科学博士列施多夫(Л. Н. Решетов)教授,技术科学博士薩威林(М. А. Саверин)教授,技术科学副博士薩威林(М. М. Саверин),斯罗伯德金(М. С. Слободкин)工程师,技术科学博士斯比倩(Н. А. Спицын)教授,技术科学副博士斯托賽(Г. Б. Столбин)副教授,烏姆諾夫(Б. А. Умнов)工程师,技术科学副博士切尔尼雅克(Б. З. Черняк),技术科学副博士謝德罗夫(В. С. Щедров)副教授。

目 次

軸、軸的連接和軸承

軸和軸心	克羅米采夫	1
直軸和軸心		1
軸和軸心的材料		1
軸和軸心的結構		1
直軸和軸心的強度計算		2
表面強化對軸的疲勞強度之影響		6
不規則載荷情況下的強度計算		7
軸的臨界速度的計算		8
扭轉自振頻率的計算		10
計算簡圖的作法		11
軸的剛度計算		13
傳動軸		15
傳動軸的材料與結構		15
傳動軸的近似計算		15
曲柄軸		16
曲柄軸的材料		16
曲柄軸的製造與結構		16
曲柄軸的強度計算		17
考慮靜不定的曲柄軸計算		21
軸的標準元件		24
參考文獻		29
聯軸器	伊凡諾夫	30
概論		30
夾緊聯軸器		31
可移(补偿的)聯軸器		32
剛性聯軸器		32
帶金屬彈簧的彈性聯軸器		38
絕緣彈性聯軸器		42
離合器		42
爪牙離合器		42
摩擦離合器		43
自動摩擦離合器		57
安全聯軸器		59
經常接合的聯軸器		59
自由行程離合器(單向離合器)		60
接合聯軸器用的附件		62
聯軸器的標準件		63
參考文獻		73
滑動軸承	波茲德尼雅可夫	74
概論		74
定義		74
徑向軸承		74
結構		74

扇形徑向軸承		81
止推軸承(推力軸承)		81
軸承的計算		83
徑向軸承的計算		83
止推軸承的計算		87
軸承材料		88
耐磨金屬的選擇		88
金屬的軸承材料		89
非金屬軸承		92
軸承的潤滑		95
滑動軸承的標準件		96
參考文獻		98
滾動軸承	斯比倩、波爾托加洛娃	99
概論		99
滾動軸承的分類		99
滾動軸承的運動學及工作能力		102
滾動軸承中各運動件的運動關係		102
軸承零件的接觸計算		102
滾動軸承的疲勞破壞		105
軸承的工作能力及使用期限		106
軸承的選擇		108
承受靜載軸承的選擇		108
按工作能力及使用期限選擇軸承		108
根據產品目錄選擇軸承		109
徑向-止推軸承的選擇		109
帶預加過盈的高精度的徑向-止推及徑向軸承的選擇		111
承受變載荷及不定轉數的軸承的選擇		111
滾針軸承的選擇		113
按圖表選擇軸承		113
軸承的內間隙(游動)		113
軸承的配合		115
摩擦的損失		116
軸承中的噪音		116
軸承節點的潤滑		116
軸承節點的密封裝置		119
軸承的裝配及拆卸		120
軸承設計		122
軸承製造簡述		122
軸承材料		122
軸承零件的製造		122
軸承的裝配		123
高速軸承		124
滾動軸承的應用		126
減速器中的軸承		126
蝸輪減速器		129

車床及磨床主軸的軸承.....	130
鐵路軸箱中的軸承.....	130
軋鋼機軋輥的軸承.....	131
傳動軸的軸承.....	132
離心泵的軸承.....	132
通風及抽氣設備中的軸承.....	133
滾動軸承的標準件.....	133
參考文獻	167

彈簧与板簧

彈簧.....	波諾瑪列夫 168
概論.....	168
彈簧材料.....	168
許用應力的選擇.....	174
卷簧.....	179
卷簧的分類.....	179
彈簧的製造.....	180
彈簧成品的驗收和試驗.....	185
圓柱形螺旋彈簧.....	185
圓錐形及其他成形卷簧.....	205
特殊卷簧.....	212
彈簧的強壓處理.....	214
旋轉彈簧的計算.....	218
變形彈簧所作的功.....	220
彈簧受動力載荷時的計算.....	221
彈簧的微振.....	222
在應力循環交變時彈簧的強度.....	225
多股螺旋彈簧.....	227
彈簧的結構、製造及用途	227
彈簧用多股鋼繩的幾何尺寸.....	229
拉-壓彈簧	229
扭轉彈簧.....	233
受載彈簧的振動.....	234
平卷簧(螺旋形片彈簧).....	234
彈簧的結構、製造及其用途	234
未受載彈簧螺旋線的繪制.....	234
平卷簧橫截面中的應力.....	235
平卷簧的特性曲線.....	236
成形弯曲彈簧.....	236
碟狀彈簧.....	237
彈簧的結構、製造及用途	237
彈簧的計算.....	237
環形彈簧.....	238
彈簧的結構、製造及用途.....	238
彈簧的計算.....	239
參考文獻	241
板簧	比杰爾曼 242
概論.....	242
板簧的用途.....	242

板簧材料.....	242
板簧的種類.....	242
板簧的結構.....	242
鋼板截面種類.....	242
板端形狀.....	243
板簧的固着方法.....	243
板簧夾.....	244
板簧的試驗.....	244
靜力載荷試驗(校準).....	244
壽命試驗.....	245
板簧的計算.....	245
理想的及真實的板簧.....	245
板簧鋼板間載荷的分佈.....	246
板簧的實際計算.....	250
鋼板在自由狀況及拉緊應力下的形狀的確定.....	255
板簧計算中的摩擦力計算.....	256
參考文獻	260

潤滑設備、管件及密封

潤滑的器具及設備.....	馬澤林 261
緒論.....	261
液體潤滑劑的供給方法.....	261
個別潤滑.....	261
集中潤滑.....	269
液體潤滑劑用的潤滑設備.....	273
檢查設備.....	273
保險設備.....	277
油管連接設備.....	277
配油設備.....	279
調節設備.....	280
給油源.....	280
對迴轉零件的潤滑劑的供給.....	282
潤滑油溝.....	282
潤滑劑的引入法.....	282
濾油設備.....	284
潤滑站的設備.....	287
稠厚潤滑劑的供給方法.....	287
個別潤滑.....	287
集中潤滑.....	289
用于稠厚潤滑劑的潤滑設備.....	290
檢查設備.....	290
配油設備.....	291
給油源.....	291
參考文獻	291
通用的管件和管路的構件.....	斯羅伯德金 292
緒論.....	292
管件和連接部分的材料.....	292
机体、蓋和開閉部分的材料.....	292
密封環的材料.....	293

心軸和周接零件的材料.....	294	序言	389
填料和垫片的材料.....	294	鋸接接头和鉚接接头中的应力集中.....	389
管件.....	295	鋸接和鉚接接头的机械性能.....	392
型式簡述.....	295	鋸接接头的基本总结.....	395
閉鎖閥.....	297	动負荷的計算.....	395
閉鎖蝶門閥.....	297	鋸接引起的应力及变形.....	396
蝶門閥構件的計算.....	303		
閉鎖閘門閥.....	308		
閘門閥構件的計算.....	311		
閉鎖旋塞閥.....	315	樑的橫截面的种类.....	403
止回閥.....	317	樑的剛度.....	404
保險閥.....	318	樑的强度.....	405
管路的連接部分.....	319	樑的穩定性.....	407
凸緣連接.....	319	接头.....	408
凸緣連接的構件的計算.....	320		
其他連接形式.....	321		
管件和管路的标准構件.....	322		
参考文献	372	柱的設計	411
通用的可动連接的密封	切尔尼雅克 373	受压構件截面的种类.....	411
密封的方法及結構的选择.....	373	在中心压力下工作的構件.....	412
經過密封的漏泄量.....	374	在偏心压力下工作的構件.....	413
在圓柱形导路中經過間隙的漏泄量.....	374	連接的構件.....	413
經過迷宮的漏泄量.....	374	柱的基礎.....	415
經過墳料、軸圈及环的漏泄量.....	375		
用于活塞的密封.....	375	連接結構	416
活塞环(概述).....	375	桁架的設計	418
軸圈.....	378	桁架構件的橫截面.....	418
墳料.....	381	連接構件.....	421
用于柱塞、杆、撞杆的密封.....	381	桁架節点.....	421
用軟質(彈性)墳料的墳料箱.....	381	連接接头.....	423
用皮革墳料及橡膠墳料的墳料箱.....	382		
用金屬墳料的墳料箱.....	384	板結構	424
用于軸的密封.....	386	平底直立式貯器.....	424
密封內的摩擦.....	388	球形底的貯器.....	425
参考文献	388	鋸接的机械零件实例	426
		参考文献	428
		附錄	429
		公差及配合	429
		型鋼和成形鋼、鋼管和鋼絲的品种	442
		机械制圖	463
		數列和尺寸系列	483

金屬結構設計原理

(尼古拉耶夫 Г. А. Николаев)

軸、軸的連接和軸承

軸和軸心

直軸和軸心

軸和軸心的材料

制造軸時采用各種牌號的碳鋼和合金鋼。

根據對軸及軸心所提出來的要求，可將它們加以熱處理和化學熱處理（滲碳、滲氮）。

對於製造光軸來說，主要是採用牌號為25、30、40和45的碳鋼（ГОСТ 1050-52）[4]及牌號為Cr.3、Cr.4、Cr.5的普通碳鋼和優質碳鋼（ГОСТ 380-50）。特別常用的是45號鋼。

傳動軸通常是由Cr.4和Cr.5鋼製成。常常採用合金鋼來製造承受重載的成形軸和花鍵軸。

如對軸的重量及外形尺寸要有限制，並要求提高其耐磨性時，則應採用價值昂貴的合金鋼。

當必須提高軸類的耐磨性時，要採用化學熱處理。

滲碳特別是滲氮，能大大地提高疲勞強度。

軸和軸心的結構

軸（或軸心）的形狀及其結構決定於：作用於軸上的各力的大小及其位置，各零件在軸上的位置，它們在軸上的配合性質及其固定方法，軸承的位置，軸承的類型和尺寸，裝有該軸的部件的加工與裝配情況。

為了減少重量與外形尺寸，重要機器的重載荷軸，通常是制成成形的，並常制成空心的。

當按構造條件，必須使軸為另一軸或某一其他零件從中間沿軸向而通過時，或由於機器的操作條件而有此要求時，這種軸也是制成空心的（機床主軸制成空心的是為了能用棒料等來製造零件）。

應該安裝在軸上的零件，其固定在軸上的方法，大多是利用鍵、花鍵或緊配合。

在應該有鍵的地方，通常將軸的直徑增大以消除軸的減弱同時亦使鍵便於埋置與鎖緊。

為了沿軸向固定軸和軸上的零件，可利用軸的台阶、凸肩（肩角）、軸的圓錐部分和定位軸环。

為了當溫度發生變化時，軸能自由地伸長或縮短，則軸沿軸向只應在一处加以固定，這個地方應在不允許軸向位移的零件的旁邊（例如，在圓錐齒輪旁邊），或在軸的一端上。

在有凸肩不妨礙裝配的條件下，在需要限制安裝在軸上的零件之軸向位移的地方，才採用與軸構成一體的凸肩。

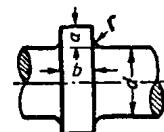


图 1

凸肩的尺寸（圖1）按表1來取用，表1是根據許多工廠的標準擬定出來的。

表1 軸的凸肩的尺寸（公厘）

d	28	68	100	175	240	290	320	370	420
r	1.5	2	3	4	6	6	10	12	12
a	2	3	4	6	9	10	14	16	18

為了保證變向應力強度，也為了減少出現淬火裂縫的危險，台階處的圓角半徑也和凸肩的一樣應尽可能取大些。在重載荷軸的情況下，在圓角半徑可以取大的地方，應使 $r > 0.1d$ 。

如果根據軸和安裝在它上面的零件的相連接的條件而得到的圓角半徑很小時，則合理的辦法是用卸荷槽來增大圓角半徑（圖2,a）或採用間隔圈（圖2,b）。

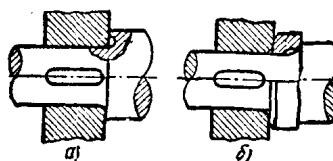


图 2

軸的疲勞強度與其外形和有無應力集中有很大的關係，如果在軸上固定零件是採用公盈配合時，則軸的疲勞強度亦與接觸壓力的大小及其分布情形有很大的關係。

當接觸壓力顯著增高時，疲勞強度降低很多，故以採用能使比壓逐漸增大的那種形狀的零件為合理；例如：a)向兩端逐漸變薄的輪轂（圖3,a）；b)具有卸荷槽的零件（圖3,b）；c)兩端可以伸縮的鍵（圖

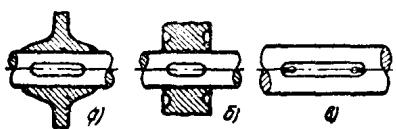


图 3

3, φ)。

如在軸上必須安装几个具有按基孔制的各种配合的零件时, 則为便于装配軸起見, 将軸作成阶梯式的。

名义直径一定的軸, 如将其与名义尺寸有不同偏差的各部分加以磨制, 亦可实现該軸的按基孔制的各种配合。在此情况下, 在具有不同偏差的各部分之間, 通常作成足够使砂輪退出的寬度为 2~3 公厘的浅沟(0.2~0.25 公厘)。

用公盈配合固定在階級軸上的各零件, 其位置的安排, 应使每一零件在装配时都能具有間隙地通过軸; 光軸只允许在两端采用靜座配合。

若光軸必須与几个零件(軸承、皮带輪、齒輪、联軸器、定位軸环、衬套等)相联接时, 则根据这些零件的用途, 按基軸制得到它們的各种不同的配合。当軸不經机械加工而进行装配时(光拉軸), 亦采用同前的配合制度。图 4 所示为两种配合制度的軸的結構示例。

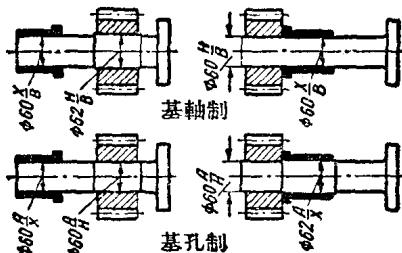


图 4

直軸和軸心的强度計算

弯梁的几何計算法是計算軸的基础, 这方法是胡佳科夫(П.К.Худяков)研究出来的。

重要的軸应計算其疲劳强度且須尽可能全面的考虑到应力集中、尺寸因素及作用于軸上的載荷的特性等因素。

軸的尺寸可預先由簡化的扭轉变形計算, 或按許用应力从强度計算来决定。

按照由初步計算所得到的尺寸, 必須拟定出軸的结构及其所有的要素, 然后决定軸危险截面的实际安全系数。根据此实际安全系数的計算結果, 在軸的结构上加以修正, 然后重新驗算此軸。

按扭轉变形作初步計算 当按扭轉变形來計算时, 实心軸的直径許可按下列公式进行, 即

$$d = A \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \text{ 公分}, \quad (1)$$

$$\text{或 } d = B \sqrt[4]{M_k} \text{ 公分}, \quad (2)$$

式中 N —軸所传递的功率(馬力); n —軸每分钟的轉数; M_k —扭矩(公斤·公分); A 与 B —由所使用軸的每100公分长度的最大許可扭轉角 φ 值而定的数字系数。

φ°	$1/4$	$1/2$	1	1.5	2	2.5
A	12	10	8.5	7.7	7.2	6.8
B	0.73	0.62	0.52	0.47	0.44	0.42

对中型尺寸的軸, 可建議使用軸每100公分长度的扭轉角的数值 $\varphi = 1/2^\circ$ 。

按許用应力从强度方面作初步計算 在計算軸和軸心时, 根据軸(軸心)中应力变化的情况来确定許用应力。

一般将应力(或載荷)的规格, 划分如下:

I 类—由大小与方向保持不变的載荷所引起的应力;

II 类—应力的大小改变, 但方向不变(在此情况下, 一般所采用的是应力变化由零到最大——脉动应力);

III类—应力的大小和方向都改变(在此情况下, 一般所采用的是应力按对称循环而变化——变向对称应力)。

軸的弯曲应力的方向是改变的, 許用应力亦相应的按 III类来取; 軸的扭轉应力的方向通常是不变的, 訸用应力大多是按 II类来取。但是往往不考虑弯曲应力与扭轉应力在变化特性上的这种差異, 訸用应力均按 II类来确定。

軸的直径决定如下:

a) 若不考虑弯曲应力与扭轉应力的变化情况的差異时, 则根据方程式

$$d^3 = \frac{\sqrt{M^2 + M_k^2}}{0.1(1 - \beta^4)[\sigma]_{u\pi}} \text{ 公分}, \quad (3)$$

b) 若考虑扭轉应力是按 II类变化时, 则根据方程式

$$d^3 = \frac{\sqrt{M^2 + (\alpha M_k)^2}}{0.1(1 - \beta^4)[\sigma]_{u\pi}} \text{ 公分}, \quad (4)$$

在此两公式中, M —危险截面的弯矩(公斤·公分); M_k —危险截面的扭矩(公斤·公分); $[\sigma]_{u\pi}$ —按 II类載荷所确定的許用弯曲应力(公斤/公分²); α —考虑弯曲应力与扭轉应力变化情况之差異的影响系数: $\alpha = \frac{[\sigma]_{u\pi}}{[\sigma]_{u\pi}}$, 式中 $[\sigma]_{u\pi}$ —II类載荷的許用弯曲应力。

用应力; $\beta = 0$ ——用於實心軸, $\beta = \frac{d_0}{d_1}$ ——用於空心軸; d_1 ——軸的外徑(公分), d_0 ——軸的內徑(公分)。

在計算軸心時, 應該利用公式(3), 同時在該公式中, 取 $M_k = 0$, 並按作用於軸心上的載荷的情況來選擇 $[\sigma]u$ 值。

概算時的許用应力可根據 I、II 及 III 級載荷由表 2 來選取。

表 2 計算軸和軸心用的許用应力

材 料	强度極限 (公斤/公分 ²)	許用应力(公斤/公分 ²)		
		I 級載荷	II 級載荷	III 級載荷
碳 鋼	4000	1300	700	400
	5000	1700	750	450
	6000	2000	950	550
	7000	2300	1100	650
合 金 鋼	8000	2700	1300	750
	10000	3300	1500	900
鋼 鑄 件	4000	1000	500	300
	5000	1200	700	400
灰鑄鐵①	4000	650	350	250

① 對於鑄鐵, 給的是抗彎強度極限。

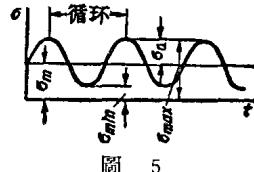
當應力集中很小時, 鋼軸的許用应力可以大大地提高, 特別是對於尺寸不大的軸。

軸(軸心)之安全系数的求法[5],[8],[14] 在決定安全系数時, 要考慮到軸危險截面上的應力集中影響, 軸之絕對尺寸的影響, 以及彎曲應力和扭轉應力隨時間變化的影响。

從每一變應力中皆可分出循環的平均值(不變應力部分) σ_m 與 τ_m 以及循環幅(變應力部分) σ_a 與 τ_a (圖 5)。在計算時, 假設應力的組成部分作單相變化。應力集中僅影響循環的變應力部分。

安全系数按下面的公式來決定

$$n = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_\tau}\right)^2}}, \quad (5)$$

表 3 隨軸直徑而變的尺寸因素 ϵ 值

載荷的種類	d (公厘)							
	15	20	30	40	50	70	100	200
對於受彎曲的碳鋼	0.95	0.92	0.88	0.85	0.81	0.76	0.70	0.61
對於受彎曲的高強度合金鋼及受扭轉的一切鋼	0.87	0.83	0.77	0.73	0.70	0.65	0.59	0.52

式中 $n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{k_\sigma \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$ 只考慮彎曲的安全系数;

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{k_\tau \tau_a + \psi_\tau \tau_m}$$

只考慮扭轉的安全系数。

如果 $\sigma_a + \sigma_m > \frac{\sigma_T}{2.5}$ (或 $\tau_a + \tau_m > \frac{\tau_T}{2.5}$) 時, 則除了計算以疲勞強度為根據的安全系数外, 還必須按公式

$$n_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma_a + \sigma_m} \quad (\text{或 } n_\tau = \frac{\tau_T}{\tau_a + \tau_m})$$

來計算以塑性變形強度為根據的安全系数, 並注意選用所得安全系数中的最小者。在上面的這些公式中:

1) σ_{-1} 與 τ_{-1} ——在無應力集中情況下對稱循環的彎曲與扭轉疲勞強度; 如果不知道 τ_{-1} 的數值時, 則可取其等於 $(0.5 \sim 0.7)\sigma_{-1}$;

2) ϵ ——考慮彎曲與扭轉的疲勞強度因軸之絕對尺寸的影響而變化的尺寸因素(表 3);

3) ψ_σ 與 ψ_τ ——系數, 由下面二式來決定:

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}; \quad \psi_\tau = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0},$$

式中 σ_0 與 τ_0 ——材料在脈動循環下的疲勞強度。

如果 σ_0 與 τ_0 的數值未知時, 則可取之如下:

對於 $\sigma_{sp} = 35 \sim 55$ 公斤/公厘² 的碳鋼, 取

$$\psi_\sigma \approx 0.05; \quad \psi_\tau = 0;$$

對於 $\sigma_{sp} = 65 \sim 75$ 公斤/公厘² 的碳鋼, 取

$$\psi_\sigma \approx 0.10; \quad \psi_\tau \approx 0.05;$$

對於鉻鎳鋼, 取

$$\psi_\sigma \approx 0.15; \quad \psi_\tau \approx 0.1.$$

在計算時, 將具有平均壓縮應力的非對稱循環的系數 ψ_σ 與具有平均拉伸應力的非對稱循環的取成一樣, 而平均應力 σ_m 與應力幅 σ_a (在安全系数 n_σ 的公式中)按絕對值來取(即符號為正);

4) k_σ 與 k_τ ——彎曲與扭轉的有效應力集中系數;

5) σ_T 與 τ_T ——抗拉與抗剪的屈服限。

以下將 k_σ 與 k_τ 值列於各表中, 並列舉了各種不

同情況的應力集中所須的換算公式。表與公式都是根據經驗數據擬定的。

[決定 k_σ 與 k_τ 用的数据]:

圓角(圖 6) 對於比值 $\frac{D}{d} = 1.25 \sim 2$ 的由 $\frac{r}{d}$ 與材料強度極限而定的 k_σ 與 k_τ 值列於表 4 中。

表 4 帶圓角的階級軸的
有效應力集中系數

$\frac{r}{d}$	k_σ		k_τ		
	σ_{sp} (公斤/公厘 ²)				
	50	75	≥ 100	≤ 70	≥ 100
0	3.2	4	—	2.15	2.85
0.02	2.4	2.9	3.5	1.8	2.1
0.04	2.0	2.2	2.45	1.53	1.7
0.06	1.8	1.9	2.0	1.4	1.53
0.08	1.66	1.71	1.76	1.3	1.42
0.10	1.57	1.61	1.64	1.25	1.35
0.15	1.41	1.45	1.49	1.15	1.24
0.20	1.32	1.36	1.4	1.1	1.2

註: 當 $d < 20$ 公厘並 $\frac{r}{d} < 0.05$ 時, 表中的 k_σ 值大於實際值(高出 10~30%)。

如果 $\frac{D}{d} < 1.25$ 時, k_σ 與 k_τ 的數值可用下列方程式決定

$$k_\sigma = \left(2.28 - \frac{D}{d} \right) (k'_\sigma - 1) + 1;$$

$$k_\tau = \left(2.88 - \frac{D}{d} \right) (k'_\tau - 1) + 1,$$

式中 k'_σ 與 k'_τ ——由表 4 查得的有效應力集中系數的數值。

溝槽(圖 7) 對比值 $\frac{t}{r} = 1$ 的 k_σ 值和對比值 $\frac{D}{d} = 1.4$ 的 k_τ 值列於表 5 中。

在 $0.4 < \frac{t}{r} < 2.4$ 的情況下, k_σ 值可用下列方程式決定

$$k_\sigma = \left(0.09 - \frac{t}{r} + 0.91 \right) (k'_\sigma - 1) + 1,$$

式中 k'_σ ——由表 5 查得的有效應力集中系數。

在 $1.02 < \frac{D}{d} < 1.2$ 的情況下, k_τ 值可由下列方程式求得

表 5 帶環槽的軸的有效應力
集中系數

$\frac{r}{d}$	k_σ		k_τ			
	σ_{sp} (公斤/公厘 ²)					
	≤ 65	80	≥ 100	65	80	≥ 100
0	2.0	2.3	2.55	—	—	—
0.02	1.85	2.1	2.35	1.4	1.55	1.7
0.04	1.80	2.0	2.20	—	—	—
0.06	1.75	1.9	2.00	—	—	—
0.08	1.70	1.8	1.95	1.3	1.45	1.6
0.10	1.65	1.7	1.85	—	—	—
0.15	1.55	1.6	1.70	1.2	1.30	1.4

$$k_\tau = \left(1.95 - \frac{D}{d} - 1.43 \right) (k'_\tau - 1) + 1,$$

式中 k'_τ ——由表 5 查得的有效應力集中系數。

橫向孔 由 $\frac{a}{d}$ 與 σ_{sp} 而定的 k_σ 與 k_τ 值列於表 6 中, 其中 a ——孔的直徑, d ——軸的直徑。

表 6 帶有橫向孔的軸的有效應力
集中系數

強度極限 σ_{sp}	k_σ			k_τ		
	≤ 65	≥ 100	≤ 70	≥ 100	≤ 65	≥ 100
	$\frac{0.05}{a} \sim 0.1$	$\frac{0.15}{a} \sim 0.25$	$\frac{0.25}{a} \sim 0.4$	$\frac{0.4}{a} \sim 0.5$	$\frac{0.5}{a} \sim 0.7$	$\frac{0.7}{a} \sim 0.9$
$\sigma_{sp} \leq 70$ 公斤/公厘 ²	2.00	1.8	1.75	—	—	—
$\sigma_{sp} = 90$ 公斤/公厘 ²	2.12	1.9	1.90	—	—	—
$\sigma_{sp} \geq 100$ 公斤/公厘 ²	2.35	2.1	2.00	—	—	—

所給出的系數是按淨截面計算出來的。在計算中, 可利用下面的保證在實用上能有足夠精度的近似公式:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \left(1 - \frac{a}{d} \right);$$

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \left(1 - 1.54 \frac{a}{d} \right),$$

式中 W_p 和 W ——抗扭截面系數和抗彎截面系數。

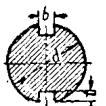
鍵槽 按淨截面計算出來的, 由材料強度極限而定的鍵槽的 k_σ 值列於表 7 中。按淨截面計算出來的, 由材料強度極限而定的帶有兩個鍵槽的軸之 k_τ 值列於表 8 中。

在計算中, 對於 W_p 與 W , 可利用下面的近似

表 7 受弯曲載荷的帶鍵槽軸的
有效應力集中系數

σ_{bp} (公斤/公厘 ²)	50	70	100
k_σ	1.5	1.75	2.0

表 8 受扭轉載荷的帶鍵槽軸的
有效應力集中系數

	σ_{bp} (公斤/公厘 ²)	60	70	80	90
k_τ	1.5	1.6	1.7	1.9	

公式：

弯 曲

$$W_{bp} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d};$$

$$W_{p bp} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{d};$$

扭 轉

$$W_{tp} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d};$$

$$W_{p tp} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{d}.$$

花鍵軸 計算花鍵軸，最好是不考慮應力集中，但按內徑來進行計算。

因將齒輪和皮帶輪壓合在花鍵軸上而產生的應力集中系數，可以最近似地同具有壓合零件的光軸之壓合應力集中系數選成一樣。

壓合零件 在壓合壓力強度 $p \geq 3$ 公斤/公厘² 情況下的帶有壓合零件的軸之 $\frac{k_\sigma}{\epsilon}$ 值列舉於表 9 和表 10 中，表 9 所適用的情況是力或彎矩經過壓合零件傳給軸，而表 10 所適用的情況是不經過壓合零件傳遞力。

當壓合壓力 $p < 3$ 公斤/公厘² 時，表中（表 9 和表 10）的 $\frac{k_\sigma}{\epsilon}$ 值應乘以由壓合壓力而定的修正系數 ξ ：

p (公斤/公厘 ²)	0	1.5	3
ξ	0.65	0.82	1

在受扭轉的情況下，可按下面的公式近似地決定 $\frac{k_\tau}{\epsilon}$ 值

$$\frac{k_\tau}{\epsilon} = 1 + 0.6 \left(\frac{k_\sigma}{\epsilon} - 1 \right).$$

當軸上具有裝在鍵上的壓合零件時，應分別決定考慮壓合的 k_σ 值和考慮鍵槽影響的 k_σ 值，然後取用兩值中之較大者。

表 9 帶有傳力壓合零件的
軸的 $\frac{k_\sigma}{\epsilon}$ 值

σ_{bp} (公斤/公厘 ²)	d (公厘)					
	14	22	30	40	50	100~200
40	1.75	2.0	2.25	2.5	2.8	2.85
50	1.85	2.15	2.35	2.6	2.9	3.4
60	2.0	3.35	2.6	2.7	3.3	3.5
70	2.3	2.6	2.8	3.2	3.6	3.7
80	2.6	3.0	3.3	3.65	4.0	—
90	3.0	3.4	3.8	4.2	4.5	—
100	3.3	3.8	4.2	4.6	4.8	—
110	3.7	4.2	4.6	5.1	5.3	—
120	4.1	4.8	5.2	5.6	5.7	—

表 10 帶有不傳力壓合零件
的軸之 $\frac{k_\sigma}{\epsilon}$ 值

σ_{bp} (公斤/公厘 ²)	d (公厘)					
	14	22	30	40	50	100~200
40	1.6	1.8	2.0	2.2	2.3	2.8
50	1.7	2.0	2.2	2.4	2.5	2.9
60	1.8	2.2	2.4	2.6	2.8	3.2
70	2.0	2.5	2.6	3.0	3.1	3.6
80	2.3	2.8	3.0	3.4	3.5	4.0
90	2.6	3.0	3.4	3.7	3.9	4.5
100	3.0	3.3	3.8	4.0	4.3	5.2
110	3.2	3.7	4.0	4.5	5.8①	5.5
120	3.6	4.2	4.6	5.0	5.3	6.3

① 可能有錯。——譯者

[安全系数] 當作精确的疲劳計算時，對於最好的情況（系指能够精确地决定載荷和应力）而且用的是均匀材料时，允許用最小的安全系数值 $n = 1.3$ 。

如果足够精确的載荷和应力未知時，則最好按中等条件取 $n = 1.5 \sim 2.5$ 。

計算軸及軸心所用的安全系数在下列各情況下必須增大（許用应力降低）：

1)作用載荷和在軸各个部分中所發生的应力不可能精确地計算出來[例子:a)靜不定的軸，其各軸承具有無法計算的沉陷；b)有效應力集中系數未知的那种形狀的軸等等]；

2)軸(或軸心)用技术指标不够詳細的那種材料來

表11 疲劳强度因表面强化而增加的百分数(%)

表面强化的种类	直 軸				曲 柄 軸	
	截 面 不 变 的		有显著应力集中的			
	$d=10 \sim 20$ 公厘	$d=40$ 公厘	$d=10 \sim 20$ 公厘	$d=40$ 公厘		
渗氮	20~40	10~15	100~200①	100	30(60)	
高频率电流表面淬火	20~60	—	70~100	50~100②	—	
喷砂冷作④	20	10~20	>50	30~50	15~25	
滚轮碾磨⑤	30	20~30	40~100③	40~80③	60(100④)	

① 較小的数值是对横向孔的应力集中情况而言的。
 ② 在整个应力集中区域全进行淬火的条件下，并且保持塑性中心时。
 ③ 軸上装配压合零件之凸起部分经碾压者，碾压阶梯式直軸的圆角，用冲头鎚打压在具有横向孔之軸中的孔边。
 ④ 碾磨曲柄軸的圆角。
 ⑤ 当受热及在长期工作的条件下，因冷作而强化的影响变弱。括弧中的数字需要补充检验。

制造：

- 3) 軸(或軸心)在促进腐蚀作用的条件下工作；
- 4) 軸具有較大的絕對尺寸，此时工艺因素和內应力就較大；
- 5) 軸具有重要的用途，其破坏可能引起严重的后果。

表面强化对軸的疲劳强度之影响

表面强化的工艺方法(化学热处理、表面淬火、用滚輪或噴砂使表面冷硬等等)在工艺应用正确的条件下能增高軸的疲劳强度。反之，化学热处理的工艺不正确可以成为强度減低的原因。

表 11 中所列举的是当利用适当的表面强化工艺时疲劳强度增高的平均数据；可利用这些数据来預計强度可能提高多少。

强化的效果随軸直徑的增大而減小。

例題 計算傳遞變向扭矩 $M_K = \pm 65000$ 公斤·公分的軸(見圖 8)。

動輪上的壓力 $P = 12000$ 公斤。軸的材料為 40 号鋼
 $(\sigma_{sp} = 60$ 公斤/公厘 2 ; $\sigma_T = 40$ 公斤/公厘 2 ;
 $\tau_{-1} = 24$ 公斤/公厘 2 ; $\psi_\sigma = 0.05$;
 $\tau_T = 21$ 公斤/公厘 2 ; $\tau_{-1} = 14$ 公斤/公厘 2 ; $\psi_\tau = 0$)。

[解] 圖 8 所示为軸承支反力和根据受力情况所求得的弯矩圖及扭矩圖。

在 P 力下的危險截面中的換算力矩为

$$M_{np} = \sqrt{65000^2 + 12000^2} = 137000 \text{ 公斤·公分}.$$

取許用应力 $(\sigma)_{uIII} = 550$ 公斤/公分 2 。由方程式

$$W \approx 0.1d^3 = \frac{M_{np}}{(\sigma)_{uIII}} = \frac{137000}{550} = 250 \text{ 公分}^3;$$

$$d = \sqrt[3]{250 \times 10} = 13.6 \text{ 公分}.$$

取 $d = 140$ 公厘。

圖 9 所示为按照这些主要尺寸和根据軸承工作性能的条

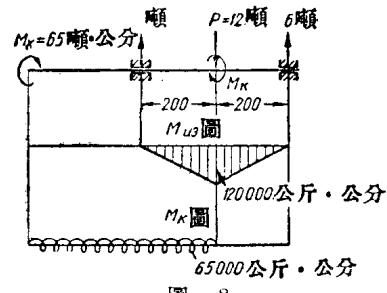


圖 8

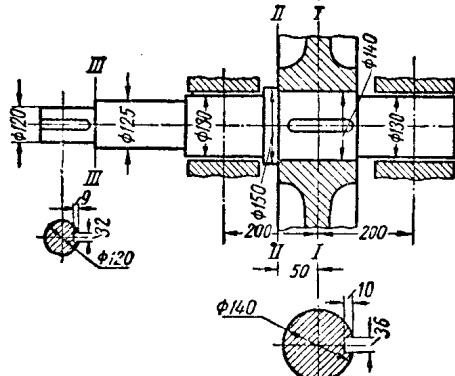


圖 9

件所設計出来的軸。

決定軸在諸危險截面的安全系数。

當我們研究弯矩圖和扭矩圖並考慮軸的形狀時，即可斷定我們必須求出 I-I 截面(圖 9)(M_u 和 M_K 值皆為最大的)的安全系数和 II-II 及 III-III 截面(在靠近輪轂邊緣那里由於壓合零件而產生应力集中的)的安全系数。

在 I-I 截面中作用着弯矩 $M_u = \pm 120000$ 公斤·公分和扭矩 $M_K = \pm 65000$ 公斤·公分。

在此截面中的垂直应力和切应力分别为

$$\sigma_a = \frac{M_u}{W_{sp}} = \frac{M_u}{0.1d^3 - \frac{bt(d-t)^2}{2d}} \approx 480 \text{ 公斤/公分}^2;$$

$$\sigma_m = 0; \\ \tau_a = \frac{M_K}{W_{p\#}} = \frac{M_K}{0.2d^3 - \frac{bt(d-t)^2}{2d}} = 125 \text{ 公斤/公分}^2; \\ \tau_m = 0.$$

在該情況下的應力集中是鍵槽引起的（由於壓合而產生的應力集中只考慮在靠近輪轂邊緣的地方）。

根據表 7 我們利用內插法求得當 $\sigma_{sp}=60$ 公斤/公厘²時的 $k_d=1.65$ 。

根據表 8 求得 $k_\tau=1.5$ 。

根據表 3 利用內插法我們求得截面絕對尺寸影響系數為: $\epsilon_d=0.65$; $\epsilon_\tau=0.55$ 。

決定彎曲安全系數和扭轉安全系數:

$$n_d = \frac{\sigma_{-1}}{k_d \sigma_a + \psi_d \sigma_m} = \frac{2400}{\frac{1.65}{0.65} \times 480 + 0.05 \times 0} = 1.97;$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{k_\tau \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = \frac{1400}{\frac{1.5}{0.55} \times 125 + 0 \times 0} = 4.1.$$

總安全系數為

$$n = \frac{n_d n_\tau}{\sqrt{n_d^2 + n_\tau^2}} = \frac{1.97 \times 4.1}{\sqrt{1.97^2 + 4.1^2}} = \frac{1.97 \times 4.1}{4.55} = 1.78.$$

II-II 截面中的彎矩為

$$M_u = \frac{150}{200} \times 120000 = 90000 \text{ 公斤·公分}.$$

用類似方法求得應力

$$\sigma_a = \frac{M_u}{W_{p\#}} = \frac{90000}{252.7} = 355 \text{ 公斤/公分}^2; \sigma_m = 0;$$

$$\tau_a = 125 \text{ 公斤/公厘}^2; \tau_m = 0.$$

對於壓合情況來說，應力集中系數根據表 9 來查（因為經過壓合零件傳遞力和力矩）：

$$\frac{k_d}{\epsilon} = 3.5;$$

$$\frac{k_\tau}{\epsilon} = 1 + 0.6 \left(\frac{k_d}{\epsilon} - 1 \right) = 1 + 0.6(3.5 - 1) = 2.5.$$

求 II-II 截面的彎曲安全系數和扭轉安全系數

$$n_d = \frac{2400}{3.5 \times 355} = 1.93;$$

$$n_\tau = \frac{1400}{2.5 \times 125} = 4.47.$$

總安全系數為

$$n = \frac{n_d n_\tau}{\sqrt{n_d^2 + n_\tau^2}} = \frac{1.93 \times 4.47}{\sqrt{1.93^2 + 4.47^2}} = 1.77.$$

I-I, II-II 截面的安全系數皆不低於許用的安全系數。其他危險截面的安全系數用類似的方法來求。

不規則載荷情況下的強度計算

[8], [10], [11]

如果作用於零件上的變應力的最大值隨時間而改變（應力種類不規則）並在某些個別瞬間中所達之值超過疲勞強度時（過載荷），則強度計算既應反映出應力變化的性質（種類）亦應反映出相應的強度特性。

當應力變化種類不規則時，強度計算的基礎是計算相當於已知應力種類的當量應力並將當量應力值與零件的疲勞強度相比較。

當量應力按下面的公式來計算

$$\sigma_{np} = \sqrt[m]{\frac{N_{\text{總}}}{N_0} \sum_i \sigma_i^m \frac{N_i}{N_{\text{總}}}},$$

式中 $N_{\text{總}}$ ——零件工作循環的總數；

$$N_{\text{總}} = \sum_i T_i n_i 60,$$

式中 T_i ——在 i 類載荷下零件的工作時間（小時）；
 n_i ——在 i 類載荷下每分鐘受載的次數； $N_0 = 10^7$ ——循環基數； σ_i ——在 i 類載荷下零件中的應力； N_i ——零件在 i 類載荷下的工作循環總數 ($N_i = T_i n_i 60$)；
 m ——為表示疲勞曲線左枝線的斜率和疲勞曲線水平線段起點的橫座標 N_0 而設的系數。

對於實際計算來說，列施托夫（Д. Н. Решетов）[10] 建議在應用到普通結構形狀上時使用 $m=9$ 和 $N_0=10^7$ 。

在一般情況下，由表示成 $\sigma^m N =$ 常數形式的疲勞曲線方程式（對於應力與載荷成正比的那些受力狀態來說的）來決定 m 。

如果作用應力按非對稱循環而變化和有複雜的受力狀態時，則應在求 σ_{np} 的公式中代入按下面公式所計算出來的 σ_i 值

$$\sigma_i = \sqrt{\left(\sigma_{ai} \frac{k_d}{\epsilon} + \psi_d \sigma_{mi} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 \left(\tau_{ai} \frac{k_\tau}{\epsilon} + \psi_\tau \tau_{mi} \right)}, \quad (6)$$

式中 $\tau_{ai}, \sigma_{ai}, \sigma_{mi}, \tau_{mi}$ ——相應為 i 類載荷的循環應力幅和循環平均應力。

安全系數按下面的公式來計算

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{np}}. \quad (6a)$$

例題 計算 C-80 拖拉機上的拔根絞盤的主軸：

a) 拔根時的絞盤的工作情況及載荷種類：總工作期限為 2 年；工作是季節性的，每年 6 個月；工作時間每晝夜 8 小時；在 10 吨載荷下每小時拔根數為 15；拔一根的時間為 15 秒；拔根時的載荷：10 吨——佔拔根時間 20%，5 吨——佔拔根時間 35%，3 吨——佔拔根時間 45%；絞盤主軸的轉數為每分鐘 42 轉。

圖 10 所示為根據絞盤工作情況的數據所畫成的載荷變化曲線圖。

b) 主軸的結構尺寸繪在圖 11 上。

軸的材料及其機械性質：40X 鋼， $\sigma_{sp}=70$ 公斤/公厘²， $\sigma_T=40$ 公斤/公厘²， $\sigma_{-1}=32.5$ 公斤/公厘²， $\tau_{-1}=22.5$ 公斤/公厘²。

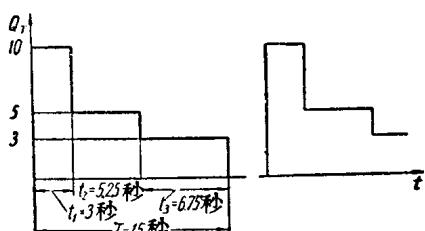


圖 10

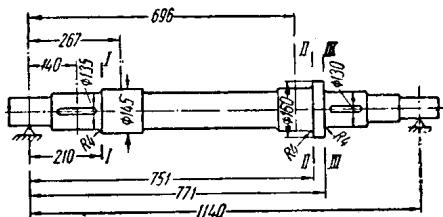


圖 11

B) 危險截面中的彎矩、扭矩及應力。

在最大力 10 吨時，根據計算求出在 I-I、II-II 和 III-III 諸危險截面（圖 11）上的扭矩和總彎矩以及與其相應的額定應力。垂直應力按對稱循環變化，切應力按值之大小變化。以公斤/公分計的力矩值和以公斤/公分² 計的應力值皆列於表 12 中。

表 12 力矩值、應力值和應力集中系數值

圖 11 上的截面	M_u	M_t	σ_a	τ_m	$\frac{k_a}{\epsilon}$
I-I	256000		1040	152	3.7
II-II	260000	143250	870	120	3.75
III-III	246000		1120	166	3.7

弯曲應力集中系數值由相應的表和曲線圖表來決定。

I) 安全系數由關係式(6a)來決定。

I-I 截面

$$\begin{aligned} n &= \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt{m \left(\frac{N_u}{N_0} \sum \sigma_i^m \frac{N_i}{N_u} \right)}} \\ &= \frac{3250}{\sqrt{\frac{9 \times 10^5}{10^7} (1040^9 \times 0.2 + 520^9 \times 0.35 + 312^9 \times 0.45) \times 3.79}} \\ &= 1.43; \end{aligned}$$

式中 $N_0 = 10^7$; $m = 9$ (見前); $N_u = \frac{15 \times 15 \times 8 \times 150 \times 2}{60} \times 42 = 378000$ (每小時拔 15 根，每拔一根需時 15 秒，8 工作小時，150 日，2 年，42 轉/分)。

因為 $\Psi_t \approx 0$ (對於 $\sigma_{ap} = 70$ 公斤/公分² 的鋼) 和 $\tau_a = 0$ ，故應力 σ_i 將為 $\sigma_i = \sigma_{ai} \frac{k_a}{\epsilon}$; $\frac{k_a}{\epsilon} = 3.7$;

$$(\sigma_a)_1 = 1040 \text{ 公斤/公分}^2; \frac{N_1}{N_u} = 0.2;$$

$$(\sigma_a)_2 = 0.5\sigma_1 = 520 \text{ 公斤/公分}^2; \frac{N_2}{N_u} = 0.35;$$

$$(\sigma_a)_3 = 0.3\sigma_1 = 312 \text{ 公斤/公分}^2; \frac{N_3}{N_u} = 0.45.$$

用類似的方法計算 II-II 和 III-III 截面的安全系數。

按照設計局資料對相似類型機器零件所推薦的安全系數值來取安全系數值 n 。

軸的臨界速度的計算

[1], [5], [12], [13]

當軸的角速度與其橫向自振的角頻率相當時，軸的運動即變為動力不穩定的運動，因而發生相當大的振動，這種振動為軸發生破損的原因之一。這種速度稱為臨界速度。

一般說來，在研究橫向振動時被看作是受集中載荷和分佈載荷的截面變化樑的軸是具有無限多的自由度的，因而也就具有無限多的自振頻率。但是主要是第一和很少有的第二和第三最低自振頻率（臨界速度）具有實際意義。

當軸在臨界區域前工作時，也就是說在軸工作角速度 Ω 小於臨界速度 ω_{k1} 的情況下，應合於下面的條件

$$\omega_{k1} \geqslant 1.3\Omega.$$

當軸在第一與第二臨界速度間的區域內工作時，應合於下面的條件

$$1.4\omega_{k1} < \Omega < 0.7\omega_{k2}.$$

受集中質量的截面變化之軸的第一自振（最低）頻率可以極簡單地由下面的近似法來決定。

設出軸的接近於自振形狀的某一形狀的彎曲彈性線。在集中於軸上的載荷重量的作用下（若集中載荷的重量大大地超過軸的重量時）或在平均分佈載荷 $p(x) = \text{常數}$ 的作用下（若集中載荷的重量小於軸的重量時），軸發生靜力彎曲時所具有的那個彈性線形狀可視為彈性線的最初形狀。靜力彈性線是用結構力學的普通方法來求的。

多支點軸和懸臂軸在隣接跨度中的力的方向，在求第一自振頻率時應該是相反的，這樣才能使靜力彈性線接近於動力彈性線。

求出靜力彈性線後，第一自振頻率（軸的第一臨界速度）按下面的公式來決定

$$\omega_{k1} \leq \sqrt{\frac{\int_0^l p(x)y(x)dx}{\int_0^l \rho(x)y^2(x)dx + \sum_{i=1}^n m_i y^2(x_i)}}, \quad (7)$$

式中 $y(x)$ ——由於以公斤/公分計的分佈載荷 $p(x)$ 而產生的最初彈性線的撓度縱座標（公分）； $\rho(x)$ ——軸每單位長度的質量（公斤·秒²/公分²）； m_i ($i = 1, 2,$

...， n ）——各集中載荷的質量（公斤·秒²/公分）。

假如已画出受各集中力的樑的最初彈性線時，則在根號內的分子應為下式

$$\sum_{i=1}^n P_i y(x_i)$$

式中 P_i ——各集中荷重（公斤）； $y(x_i)$ ——彈性線撓度的縱座標（公分）。

假如與已知軸具有同樣固定和聯接條件的質量平均分佈的截面不變樑的自振形狀已知時，則軸的第一臨界速度可按下面的公式來決定

$$\omega_{k1} \leq \sqrt{\frac{\int_0^l EJ(x)[y''^2(x)]^2 dx}{\int_0^l \rho(x)y^2(x)dx + \sum_{i=1}^n m_i y^2(x_i)}},$$

式中 E ——彈性模數（公斤/公分²）； $J(x)$ ——截面的慣性力矩（公分⁴）； $y(x)$ ——截面不變的相似樑的振動彈性線的縱座標；其餘各量與公式（7）中者相同。

用一般已計算過的方法來計算所舉各式中的積分是很方便的。

當最初彈性線選擇適當時，根據所引各公式決定第一臨界速度所生的誤差不超過 2~3%。

我們可以很有效地利用下面的連續近似法來決定雙支點軸的臨界速度。

如同上面一樣，畫最初彈性線 Y_{1i} ，然後計算集中載荷的慣性力

$$F_{1i} = m_i Y_{1i} \omega_0^2 = -\frac{G_i}{s} Y_{1i} \omega_0^2,$$

式中 Y_{1i} ——在載荷 G_i 下的撓度； ω_0 ——預先給定的任意角速度（例如，10、100 或 1000¹/秒）。

其次，軸在加有集中載荷的各處受着諸力 F_{1i} ；用這些力求出軸彎曲的彈性線 Y_{1ii} 。

在兩彈性線成比例的情況下，也就是說若在所有 i 值下 Y_{1ii} ： Y_{1i} 為常數 $= C$ 時，軸的臨界速度按公式 $\omega_k = \omega_0 \sqrt{C}$ 來求。

假如比值 $\frac{Y_{1ii}}{Y_{1i}}$ 對不同 i 來說變化不大（在 5% 以下）時，則取這些比值的算術平均值作為 C 。當 $\frac{Y_{1ii}}{Y_{1i}}$ 值之變化相當大時，則變為下一近似法，即根據曲線 Y_{1ii} 的各撓度來計算慣性力，畫出彈性線 Y_{1iii} 。比值 $\frac{Y_{1iii}}{Y_{1ii}}$ 的變動已小得多，因此取此比值作為 C 。

為了迅速地近似決定受各集中質量的軸的臨界速度 ω_k ，我們也可利用下面的公式

$$\frac{1}{\omega_k^2} = \frac{1}{\omega_{k0}^2} + \sum_{i=1}^s \frac{1}{\omega_{ki}^2},$$

式中 ω_{k0} ——無載荷軸的臨界速度； ω_{ki} ——僅承受一個載荷 G_i 的無重量軸的臨界速度。

各種因素對軸臨界速度的影響 軸承的柔軟度（податливость）可使自振頻率減低。

為了考慮此影響，在求靜力彈性線的縱座標時要考慮到軸承的柔軟度。然後按公式（7）來計算自振頻率，此時公式（7）中的 $Y(x)$ 應為已將軸承柔軟度考慮在內的撓度。

橫向力（剪斷力）的影響只表現在短軸上，這影響在畫軸的最初彈性線時也可考慮進去。

當軸的長度對其直徑之比 $\frac{l}{d} > 10$ 時，此影響對決定第一臨界速度來說是不甚重要的。

所加縱向靜力對軸第一臨界速度的影響可按下面的公式來計算

$$\omega_{np} = \omega \sqrt{1 \pm \frac{P}{P_{kp}}},$$

式中 ω_{np} ——有縱向力存在時的第一臨界速度； ω ——無縱向力時的第一臨界速度； $\frac{P}{P_{kp}}$ ——縱向力對縱向彎曲臨界力之比；正號相當於拉伸力，負號相當於壓縮力。

在橫向振動時，由於迴轉而產生軸系某質量的轉動慣性力，這種轉動慣性力力矩的影響可按下面的公式來計算。

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\int_0^l \theta(x)y'^2(x)dx + \sum_{i=0}^n \theta_i y'^2(x_i)}{\int_0^l \rho(x)y^2(x)dx + \sum_{i=0}^n m_i y^2(x_i)}}},$$

式中 除了前面已採用的符號外， θ_i ——集中質量對迴轉中心線的等值轉動慣性矩（公斤·公分·秒²）； $\theta(x)$ ——軸單位長度上分佈質量的慣性矩（公斤·秒²）；小振動的 $y'(x)$ 可取其等於截面 x 的傾角振幅； ω_0 ——考慮轉動慣性時的自振頻率； ω ——未考慮轉動慣性而決定出的自振頻率。

陀螺力矩 гирокопические моменты 的影響 按下面諸公式來計算。

在良好的情況下，也就是說當撓曲軸平面的角速度與軸的角速度大小相等方向相同時，這通常發生在由零加速到臨界速度時

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\int_0^l \theta(x) y'^2 dx + \sum_{i=0}^n \theta p_i (\varphi_i - 1) y'^2(x_i)}{\int_0^l \rho(x) y^2(x) dx + \sum_{i=0}^n m_i y^2(x_i)}}}$$

在不良的情况下，也就是說當撓曲軸平面迴轉的角速度與軸角速度大小相等而方向相反時

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{3 \int_0^l \theta(x) y'^2(x) dx + \sum_{i=0}^n \theta p_i (\varphi_i + 1) y'^2(x_i)}{\int_0^l \rho(x) y^2(x) dx + \sum_{i=0}^n m_i y^2(x_i)}}}$$

在上兩式中，除了以前已遇見過的符號外， θp_i —質量 i 對迴轉中心線的極轉動慣性矩(公斤·公分·秒²)；
 $\varphi_i = \frac{\theta p_i}{\theta_i}$ 。

扭轉自振頻率的計算

軸各段的柔軟度的確定 [1], [5], [12], [13] 为決定扭轉自振頻率而作計算簡圖。为了作計算簡圖就得確定軸各段的柔軟度，所謂軸各段的柔軟度就是該段軸的扭轉角對引起此扭轉的扭轉力矩值之比。

軸各段的柔軟度 可按下面的公式來決定

$$e = \frac{32l}{\pi G d^4} k,$$

式中 e —柔軟度(1/公斤·公分)； G —抗切彈性模數(公斤/公分²)； l —該段軸的長度(公分)； d —該段軸的直徑(公分)； k —系數，取用以下諸值：

1) 對於實心圓柱形軸

$$k = 1;$$

2) 對於空心圓柱形軸

$$k = \frac{1}{1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^4},$$

式中 d_1 —空心孔直徑(鑽孔、鏜孔)(公分)；

3) 對於帶鍵槽的軸

$$k = \frac{1}{\left(1 - \frac{nh}{d}\right)^4} \approx \frac{1}{1 - \frac{4nh}{d}},$$

式中 h —鍵槽深度(公分)； n —系数，有以下諸值：對於一個埋頭鍵用 0.5；對於成 90°角的兩個普通鍵用 1.0；對於成 180°角的兩個普通鍵用 1.2；對於成 120°角的兩個切向鍵用 0.4。

取凸緣連接的柔軟度取等於長度為凸緣總厚度而

直徑為凸緣的螺栓中心圓直徑的圓柱形軸的柔軟度。

將階梯過渡部分的柔軟度加在軸之相連兩段的柔軟度之和一起。此附加的柔軟度按下面的公式來決定

$$e = \frac{32}{\pi G} \times \frac{l_{\text{sp}}}{d_1^4} 1/\text{公斤} \cdot \text{公分}.$$

由實驗方法所求得的 $\frac{l_{\text{sp}}}{d_1}$ 各值列在圖 12 上，圖上的橫座標為比值 $\frac{d_2}{d_1}$ ，其中 d_2 —較大直徑(公分)； d_1 —較小直徑(公分)；曲線上的符號：
 r —連接處的圓角半徑； l —軸之較粗部分的長度。

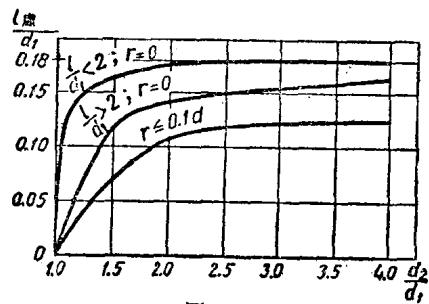


圖 12

由軸到輪轂的過渡部分的柔軟度也像上述情形一樣來決定，而 $\frac{l_{\text{sp}}}{d}$ 值等於

$$\frac{l_{\text{sp}}}{d^4} = \lambda \left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4} \right) 1/\text{公分}^3,$$

式中 d —軸的直徑； D —輪轂的直徑(公分)， $\lambda = 0.33d$ —用於一般配合， $\lambda = 0.25d$ —用於壓配合。

曲拐軸柔軟度 按下面的公式來決定

$$e = \frac{32}{\pi G} \left[\frac{l_1 + 0.9b}{d_1^4 - \delta_1^4} + \left(\frac{l_K + 0.9b}{d_K^4 - \delta_K^4} + \frac{3\pi}{4} \times \frac{G}{E} \times \frac{R}{bh^3} \right) k \right] 1/\text{公斤} \cdot \text{公分},$$

式中所有以公分計的長度尺寸皆列於圖 13 上； k —經驗系數，由圖 14 来決定。

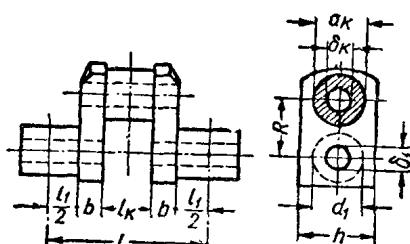


圖 13