応用流体力学

岡本哲史著

応 用 流 体 力 学

東京工業大学教授　工学博士
岡 本 哲 史 著

誠 文 堂 新 光 社

序

昭和 21 年の春以来，私は150名の学生を相手に流体力学の講義をするようになつた．機械工学．化学工学．応用力学．応用数学．応用物理学の各コースの学生が階段教室に溢れるほど入っていた．私は，ちょっと，まごついた．それは生れて初めてあがる階段教室の教壇のせいだけではない．これまで6年間15名程度の航空学科の学生に教えていたときとは随分勝手が違った．多種多様の専門分野の学生に，それぞれ満足を与えるような講義はどうしたらよいのであろう．私は随分考えた．そして講義を組曲の形式でやってみようと思った．第1章の歴史的考察はアレグロ，第2章は応用物理学コースの学生を対象にしてアンダンテ，第3章は機械工学コースの学生を対象にしてスケルツォ，………という風に．

こんな要領で，私はオーケストラを指揮しているような気持ちで楽しみながら講義をしたのであった．その頃の私にとっては戦後再び現われたコーヒーと共に，この流体力学の講義は何よりの楽しみであった．この講義の原稿を骨組として本をかくようにすすめたのは，私とバッハのブランデンブルグ協奏曲第5番を珍奏したフルート奏者，中田孝博士であった．私は処女作のことでもあるし，よい本を書きたいと思い構想を練った．従来の流体力学書は固苦しくて親しみにくいものが多いから，困難な数学的取扱はできるだけ避けて平易で解り易く，そして何よりも流体力学に親しみを感じるように書いてみよう．そして普通の流体力学書にはあまり書いていないことで，応用に大切なことはできるだけ多くとり入れよう．それから実際の仕事に必要な知識を急いで得たいという人のために必要な章だけを読んでもわかるようにしたい．こんなことを考えながら，講義原稿を主体にして，ある所は省略しあるものは附け加えて書いたのであった．そのでき上りをみると，ある程度目的は達せられたように思え

る．しかし，紙数に制限があったせいもあって足りない所や描写不充分の所が見うけられる．この点は今後充分に勉学して改めて行きたいと思う．もし工学関係の読者が，従来の流体力学書より幾分でも多く本書に対して「親しみ易い」「とっつき易い」と感じて下さらば，筆者の幸である．

この本の出版についていろいろ御世話になった学友，東京工業大学教授中田孝博士に深く謝意を表す．

1952 年 7 月　　ドガの絵を前にして

岡　本　哲　史

目　　次

第 5 章　流体力学における次元解析の応用

第 6 章　潤滑の理論

第1章 流体力学の発達

気体と液体を一括して流体と呼び，流体の釣合や運動を論じ，また物体が流体中を動くときうける抵抗などを研究する学問を流体力学ということは，一般によく知られている所である．

流体力学は 19 世紀末までに，数学者や理論物理学者によって研究され，美しい体系を整えてきたが，原子物理学や量子力学が新興して物理学者の興味を奪うようになつてからは，流体力学は古典力学として扱われて顧られず，主として応用力学の一部門として工学者によって研究されるようになった．

流体力学は昔から工業と密接な関係をもつており，上下水道，河川の治水，船舶，ポンプ，風車，水車などに応用され，またこれに伴つて進歩してきた．ことに飛行機が発明されてからは，これに関する流体力学の応用は活潑となり，最近の著しい発達をきたしたことは衆知のことである．今日でも航空機，船舶，送風機，タービン，化学工業，暖房などのように，流体力学の応用課題は多い．従ってこの方面に益々応用研究されることは必然であるが，また流体力学自体としても新分野が開拓されることが望まれている．これらの点を推察する上に，流体力学の発達の過程をしらべて見ることは無駄なことではないであろう．

1•1 Newton が現われるまで

太古の人々には，まだ，慣性や摩擦の概念がなかったので，運動している物体には絶えず力が加えられていると考え，この力を加えることが停止すれば，物体はただちに静止すると考えていた．Aristoteles (384—322 B.C,) もこれと同じ考えをもつていて，物体が動くときは必ず他の動いている物体に接触しておらねばならないと考えた．この考えから，空中を飛んで行く砲丸は空気によつて運ばれると考えた．従って空気がなければ砲丸は飛ぶことができず，ま

た逆に実際に砲丸が飛ぶ事実を見れば，真空は実際に存在しないと考えた．空気がどのようにして，砲丸に作用するかということについては Aristoteles は明確に言及してないが，後に弟子に語った所によれば，砲丸のうしろに真空ができると空気は真空を満たすために烈しく閉じる作用があるので，この作用によつて砲丸を後部から押すのである，と考えていたらしい．この学説は媒質説と呼ばれた．

これに対しギリシャ人 Philoponus は，砲丸が飛ぶのは，砲丸が投弾器から投げ出されるときに動力が伝えられるためであると考え，いわゆる，動力説を唱えた．媒質説と動力説とは，後に慣性の概念が発見されるまで約 10 世紀にわたつて論争していた．その後は，空気は抵抗の原因となるものであると認識するようになつた．

科学的研究において，ことに人力飛行の研究において頭脳の鋭さを示した画聖 Leonardo da Vinci (1452—1519) も初めは Aristoteles の媒質説を信じていたが，1506 年頃からは，この説を捨て，空気を抵抗の原因として考えるようになつた．

Galilei Galileo (1564—1642) は初めて慣性を発見したが，初めから媒質説に反対し，空気は抵抗の原因であることを主張していた．Galileo は更に抵抗が速度によつて如何に変化するか，という問題を研究するために振子の実験を行い，抵抗は速度に比例するという結果を得た．これは重要な結果であつて，今日の流体力学においても速度が非常に小さいときには，抵抗は速度に比例することが認められている．この法則はその後の研究者に広く使われていた．Galileo は，この法則が成立する限界があることを感じていたようであるが，これを明確に示していない．

さらに振子時計の発明で有名な Huyghens (1629—1695) は 1690 年に物体を落下せしめて抵抗は速度の自乗に比例することを知つた．この重要な法則は，後に Newton によつても導出されているが，今日の流体力学においても

認められている.

1•2 古典流体力学の確立

万有引力と運動の法則を発見したイギリス人 Newton (1642—1727) は天体の運行に関連して抵抗の問題を研究しているが，抵抗は流体の密度，速度，物体の形状に関係すると考えた．流体の密度に関係する抵抗は慣性に因る抵抗で，これは速度の自乗に比例することを知つた．速度の自乗に比例する抵抗は既に Huyghens が発見した所であるが，これが慣性による抵抗であることは Newton によつて明かにされたのである．今日，これを **Newton の抵抗則**と呼んでいる．また摩擦力は流体の相隣れる層の相対速度に関係することを述べているが，これは今日，粘性係数を定義する **Newton の仮説**として知られているものである．この仮説は Hooke (1635—1703) が 1675 年に発見した弾性体の圧縮応力と歪の関係を示す Hooke の法則と同様な意味をもつものである．そして，Galileo が発見した，速度に比例する抵抗は，粘性による抵抗であることを明かにしている．しかし，この抵抗は実際には非常に小さくて無視して差支ないと述べている．物体の形状による抵抗の変化を調べるため，球，円柱，平板の実験を行つている．この実験によって流れの方向に傾けておいた板の抵抗は傾角の正弦の自乗に関係することを示した．

抵抗の研究はスイス人 Johan Bernoulli (1667—1748) と Daniel Bernoulli (1700—1783) の Bernoulli 父子によつて発展された．ことに子の Daniel Bernoulli の残した功績は大きい．これまで釣合を論ずる流体静力学と水力学は別々に取扱われていたが，Bernoulli はこれらを一括して新たに流体力学という名をつけた．

Bernoulli は水槽の底にあけた小さい孔から水が放出する問題を研究し，流体の問題は一つの原理に帰着することを提議した．即ちこの原理は vis viva の保存である．水槽の水面にある水の粒子が降下して底の孔から放出する時に

は，水の高さに沿うて重力でなされる仕事に等しいだけの運動エネルギーをもつのである．従つて vis viva の保存の原理は，後に 1848 年頃 Meyer や Helmholtz が発見したエネルギー保存の原理に相当するものである．vis viva の保存の原理に基づいて，Bernoulli は圧力と速度を結ぶ定理を求めた．これは，今日，**Bernoulli の定理**と呼ばれるもので，速度の小さい所は圧力が大きく，速度の大きい所は圧力が小さいことを示している．Bernoulli と同様な，水槽の底の孔からの放出の研究は既に Torricelli (1608—1647) によつても行われている．

Bernoulli と同時代のフランス人 d'Alembert (1717—1783) は，まず流体の本質について研究し，流体は小さい粒子から成り，各粒子は互に離れたり自由に動くことができると考えた．そして，抵抗は失われた運動量に等しいという考えに基づいて，二つの剛体の間の運動の伝達と同様にして流体の運動を論じようと試みた．しかし，これは失敗に終つた．

その後，d'Alembert は流体の釣合の問題を研究し，釣合っている流体内の圧力は，すべての方向に相等しい，という原理を発見した．これは流体の基礎的な重要な性質である．この原理から出発して，流体が非圧縮性であれば，運動する流体部分の体積は不変であり，圧縮性であれば体積は一定の法則に従つて変化することを導き出した．これは流体の連続の原理であつて，今日の連続方程式はこの原理を示すものである．1774 年に Lavoisier は質量不変の法則を発見したが，流体の連続方程式は質量不変の法則に他ならない．

このような諸結果に基づいて d'Alembert は 1744 年に，粘性のない流体，即ち理想流体の中を運動する物体に働く抵抗は零である，という結論に到達した．これは今日，**d'Alembert の逆説**として知られている．これらの理論研究の他に，d'Alembert はフランス政府の委嘱をうけて，船の抵抗の実験研究を行つているが，この研究は Newton が求めた抵抗法則が正しいことを証明している．

また同時代のドイツ人 Euler (1707—1783) はその天才的数学才能をもつて流体の運動方程式を作り，今日の流体力学の体系の基礎を作り上げた．当時は抵抗の考え方として，流体が物体に衝突して抵抗を生ずると考える方法と，流体の圧力の結果として抵抗が起ると考える方法との二つがあつたが，Euler は後者の正しいことを主張した．そして圧力方法によれば，理想流体においては抵抗が零になることを示した．これは d'Alembert が既に発見した逆説であるが，Euler も証明したので，当時はこれを Euler の逆説と呼ぶ人もあつた．

Newton 後の流体力学の偉大な開拓者として Bernoulli, d'Alembert, Euler の三人が挙げられるが，共に 1783 年に世を去っていることは何かの因縁が感じられる．この三人の業績を比較して見れば，Bernoulli と d'Alembertは，流体の運動の原理を物理的に発見したのに対し，Euler は流体の運動を数学的に表現した．Euler は数学者であるので，物理的洞察を必要とするような問題の研究には触れていない．

その後，流体の運動の方程式を完成する仕事はフランス人 Lagrange(1736—1813) によつて 1760 年から続けられた．現在，流体の運動を取扱う方法として，二通りの方法がある．一つは **Euler の方法**と呼ばれ，ある瞬間における流体の運動全体をしらべる方法であり，他は **Lagrange の方法**と呼ばれ，特定の流体粒子の運動した軌跡を辿る方法である． Maxwell は前者を統計法と呼び，後者を歴史方法と呼んでいる．これらの二つの方法に対応して，流体の運動の方程式には Euler の方程式と Lagrange の方程式の二つの形式がある．もつとも，これらの二つの式は共に Euler が作つたものであるが，後者を Lagrange が盛んに利用したので，世人が Lagrangee の方程式と呼ぶようになつたのである．

Newton が力学を確立した頃，音楽の確立者バッハ (1685—1750) とヘンデル (1685—1759) が現われたことは，何という興味深いことであろう．17 世紀における印刷技術の進歩や旅行が便利になつたことは，確かに文化を栄えさせ

た理由の一つである．バッハは平均音階を確立し，多くの宗教音楽を作つたが，ヘンデルはイタリー音楽の美しい旋律を基調とし，後にイギリスに渡つて救世主を作曲した．Bernoulli，d'Alembert，Euler が古曲流体力学を樹立したとき，古曲音楽の創始者ハイドン（1732―1809）とモーツァルト（1756―1791）が現われた．ハイドンは交響曲を確立し，モーツァルトはこれを完成した．

1•3　古典流体力学の完成

モーツァルトによつて完成された古典音楽はベートーヴェン（1770―1827）によつてローマン派音楽へと導かれた．彼の第5「運命」交響曲が作曲された頃，即ち1804年にイギリス人 Cayley（1773―1857）は今日の飛行機に見られるような翼を発見した．当時は羽ばたきによる人力飛行が盛んに試みられていたが，Cayley が固定翼で揚力が得られることを示したことは，確かに劃期的な功績であつた．シューベルト（1797―1828）の美しいリードが流れ，ウェーバー（1786―1826）のドイツ・ローマン主義歌劇が作られ，メンデルスゾーン（1809―1849），シューマン（1810―1856）によつて，ローマン派音楽が完成されつつあったとき，流体力学はフランスの学者によつて，これまでの無粘性流体の力学から粘性流体の力学へと新しく展開されて行つた．

フランス人 Navier（1785―1836）は1826年に初めて，流体は非圧縮性であり斥力に支配される粒子から成ると仮定して，粘性流体の運動方程式を作つた．これは粘性流体の運動方程式の先駆をなすものである．この運動方程式は後に異なる仮定の下でフランス人 Poisson（1781―1846）によつて1831年に求められ，また1843年には異なる見地からフランス人 Saint Venant（1797―1886）が求めている．Poisson 及び Saint Venant が求めた方程式は，流体を非圧縮性と仮定すれば，Navier の方程式と完全に一致するものである．また Poiseuille（1799―1869）は血管内の血液の流れをしらべる目的で，細い円管内の流れを研究し，粘性流体の流れに一つの展開を与えた．

当時，フランスでは，この他に，数学者 Cauchy (1789—1859) が現われ，無粘性流体の力学の発展に新しい指針を与えた．1822 年に伝熱学を創始した Fourier (1768—1830)，数学者 Laplace (1749—1827) もこの時代の人であつた．この頃のフランスには，文化の花が美しく開いていた．ローマン派音楽は全盛時代を迎え，ベルリオーズ (1803—1869) は甘美な標題音楽，幻想交響曲を作り，ショパン (1810—1849)，リスト (1811—1886) もフランスに居住し，その美しいピアノ曲は街々を流れた．

しかし，粘性流体の運動方程式が今日見られるような形に書かれたのは 1847 年，イギリス人 Stokes (1819—1903) によつてであった．これが，いわゆる，Navier-Stokes の運動方程式である．この方程式を一般的に解くことは困難であるが，Stokes は緩慢な運動に対して方程式を簡単化し，これを解いて抵抗は速度に比例することを示した．Galileo が実験的に発見したこの法則は，Stokes によつて理論的に証明されたのである．

Euler 及び Lagrange によつて数学的に体系化された理想流体の力学は，ドイツ人 Helmholtz (1821—1894) によつて注目すべき進歩をきたした．Gauss (1777—1855) は 1840 年に一般力学においてポテンシャルという概念を導入したが，Helmholtz はこれを流体力学に移入した．即ち速度成分が，ある函数の座標導函数で与えられると考え，この函数を**速度ポテンシャル**と命名した．流体の運動には速度ポテンシャルの存在する運動と，それが存在しない運動とが考えられる．前者は既に 1755 年に Euler が指摘していたが後者は Helmholtz が初めて取扱つたものである．

Helmholtz は流体要素の一般運動を並進，ひずみ，回転の三つに分けて考えた．この回転という概念は数学者 Cauchy (1789—1859) によつて与えられたものであるが，Helmholtz はこれを渦度と命名した．速度ポテンシャルが存在しない運動は，流体要素に回転運動があることが明かにされ，Helmholtz はこれを渦運動と呼んだ．この渦運動の理論は 1869 年，イギリス人 Thomson